

珈百璃堕落的开始:

首先证明 $f(i) = \sin_x^2, \cos_x^2 (x = \frac{\pi}{7})$ 是无理数

设 $\cos_x = A$

则 $\cos_{2x} = 2A^2 - 1$

则 $\cos_{4x} = 2(2A^2 - 1)^2 - 1 = 8A^4 - 8A^2 + 1$

又 $\cos_{3x} = 4A^3 - 3A$

$\therefore \cos_{3x} + \cos_{4x} = 0$

$\therefore 8A^4 + 4A^3 - 8A^2 - 3A + 1 = 0$

根据整系数方程有理根判定定理, 该方程没有有理根, 所以 \cos_x 为无理数

同理 \sin_x 为无理数

故无法用分数表达, 所以不能通过只取若干 \sin 或若干 \cos 得到整数答案

我们将 \sin 看成价值1花费1, \cos 看成价值1花费-1, 则每个式子可以缩成一个价值若干花费若干的物品

现在要求的是花费0能取得的最大价值

首先一个物品花费本身就是0, 那么一定取

其次将物品分为正花费和负花费两类, 对于每一类, 我们求出 $f(i)$ 表示花费 i 可以取到的最大价值, 最终两类花费相同时取得的最大价值加上花费0的再除以2即为最终答案, 时间复杂度 $O(nm)$

萨塔尼亚的一生之敌：

对于一个图，我们取它的补图（即原来有的边变成没有，没有的边变成有），补图中相连的点一定属于一个集合

我们观察到这个图点很多边很少，所以补图的边非常非常多，不可能去遍历跑边，所以我们考虑缩点

再仔细观察，我们可以发现对于一个点，它的边越少，它的补图边越多，和它属于同一集合的点就越多，所以我们可以考虑将点缩进边最少的点

但是我们不可能缩 n 次点，缩一次点我们就要跑 n 个点，缩 n 次又回 n^2 了。

我们可以发现，第一次缩点的时候，我们就已经将这张图的绝大多数点缩进那个点中。

对于一张图，最坏情况下每个点的边数都相同，那么一次缩点会将将近 99000 个点缩到一个点里，剩下几乎 1000 个点，如果没有边，那么就会将所有点缩进一个点里。故只要一次缩点就可以满足题目要求，进行 n^2 操作

对于缩点，只有当所有缩进这个点的点都与缩进这个点以外的点都有连边时，缩完后的点才与外面的点有连边。

萨塔尼亚的期末考试：

题目要求的式子

$$ans = \frac{\sum_{i=1}^n (i * fib(i))}{\frac{n(n+1)}{2}}$$

故只要求出分子即可

$$\because \sum fib(i) = 1 + fib(1) + fib(2) + \dots + fib(n) - 1$$

$$= (fib(2) + fib(1)) + fib(2) + \dots + fib(n) - 1$$

$$= fib(3) + fib(2) + \dots + fib(n) - 1$$

$$= fib(n+2) - 1$$

$$\therefore \sum_{i=1}^n ifib(i) = n \sum_{i=1}^n fib(i) - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^i fib(j)$$

$$= n fib(n+2) - n - \sum_{i=1}^{n-1} (fib(i+2) - 1)$$

$$= n fib(n+2) - n + (n-1) - fib(n+3) + 3$$

$$= n fib(n+2) - fib(n+3) + 2$$

然后矩阵快速幂求，时间复杂度 $O(T \log n)$