NOIP2017模拟赛Day2题解

wzj52501

Results

Match

Q&A

Match

Algorithm 1

随机乱搞/暴力搜索。

时间复杂度：$O(?)$

期望得分：30分

Match

Algorithm 2

我们需要分析一下合法序列的性质。

如果把“（”看成+1，“）”看成-1，那么一个括号序列为合法序列当仅当序列和为0且任何前缀和均 >= 0。

那么我们从前往后考虑，如果当前前缀和小于0，显然应该将最靠后的一个左括号与当前右括号互换。

直接找规律或打表也能得到同样的结论。

时间复杂度：$O(N)$

期望得分：100分

Q&A

Sequence

Algorithm 1

暴力枚举左端点和右端点，同时维护答案。

时间复杂度：$O(N^2 \log N)$

期望得分：30分

Sequence

Algorithm 2

当数列里所有数为质数且互不相同时，任何一个长度大于1的连续子序列gcd均为1，问题转化成求解$\sum_{l=1}^{n-1}\sum_{r=l+1}^{n} Max(l,r)$

有一些很经典的做法：

1、从小到大枚举r，对于每个l维护Max(l，r)，转化成线段树区间覆盖和区间求和问题。

2、枚举v = Max(l，r)，可能的l与r均在一段连续区间中，使用单调栈或离线并查集维护即可。

时间复杂度：$O(N\log N)$

期望得分：50分（结合算法1）

Sequence

Algorithm 3

当数列里所有数为随机生成时，期望意义下任何一个长度大于某个常数的连续子序列gcd均为1，转化成上一个问题。

时间复杂度：$O(N\log N)$

期望得分：70分（结合算法1、2）

Sequence

Algorithm 4

不难发现所有右端点相同的区间gcd最多有$\log W$种可能。(Hint : gcd每次变化都会至少减半)

我们可以沿用算法2中的线段树做法，另外维护所有gcd发生改变的左端点，对于每个右端点计算答案时至多枚举$\log W$个区间求和。

时间复杂度:$O(N\log N\log W + N\log^2 W)$

期望得分：100分

Sequence

Algorithm 5

根据性质拓展算法2中的并查集做法也可以解决问题。

维护已经确定的区间的前缀Gcd与后缀Gcd的信息，这些信息都可以被 $\log W$ 个二元组表示，询问时暴力枚举 $\log W \times \log W$ 种情况即可，实际常数很小。

时间复杂度: $O(N\log^3 W)$

期望得分：100分

Q&A

Route

Algorithm 1

枚举在哪两个城市建立传送阵，枚举每一个运输方案更新答案。

时间复杂度：$O(N^3)$

期望得分：30 - 40分

Route

Algorithm 2

考虑二分答案转化成判定问题，是否存在一组方案满足所有运输方案均在x时间内完成。

将所有r[i]-l[i]>x（l[i]<r[i]）的运输方案取出考虑，这些方案必须借助传送阵才有可能在x事件内完成。

设传送阵建立在了城市a、b（a<b），则 要求| l[i] - a | + | r[i] - b | <= x。

将(l[i]，r[i])作为一个平面上的点，则问题转化为判定平面上是否存在一个点与所有给定点的曼哈顿距离均<=x，枚举横坐标，纵坐标可能的值属于一段区间，判定区间是否非空即可。

时间复杂度：$O(N^2 \log N)$

期望得分：40 - 60分

Route

Algorithm 3

考虑坐标变换，将（x，y）变换成（X，Y）=（x+y，x-y）。

则原来（x1，y1）与（x2，y2）的曼哈顿距离变成了Max{|X1-X2|，|Y1-Y2|}（其实叫做曼哈顿距离转切比雪夫距离）。

那么问题变成了给定平面上N个大小相等的矩形，判定这N个矩形是否存在公共点。矩形的交集仍是一个矩形，直接维护即可。

时间复杂度：$O(N\log N)$

期望得分：100分

Q&A&Q

THX

The end.