

# Funktionale Formen von $T_n$ und $T_n_{\text{star}}$

Carsten Stahl

2025-04-07

## Einführung

Nachdem wir nun die riemann approximation und die Spektraldichte-Schätzung validiert haben, würde ich mich jetzt mal den Teststatistiken  $T_n$  und  $T_n^*$  unter  $H_0$  widmen.

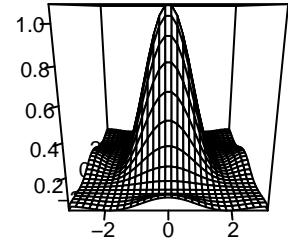
Gegeben seien also Daten unter  $H_0$ :

```
set.seed(123)
K <- matrix(.7, 3, 3)
K[2,2] <- 1

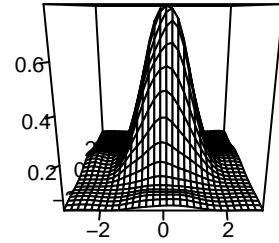
x <- gridMA(50, 50, K)
y <- gridMA(50, 50, K)
```

Unter diesen Daten sind die können wir  $h$  tunen, sodass die geschätzten Spektraldichten möglichst nahe an der wahren Spektraldichte sind (hier nur visuel):

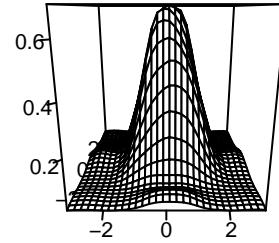
plot of True spectral density



plot of smoothed Periodogram



plot of smoothed Periodogram



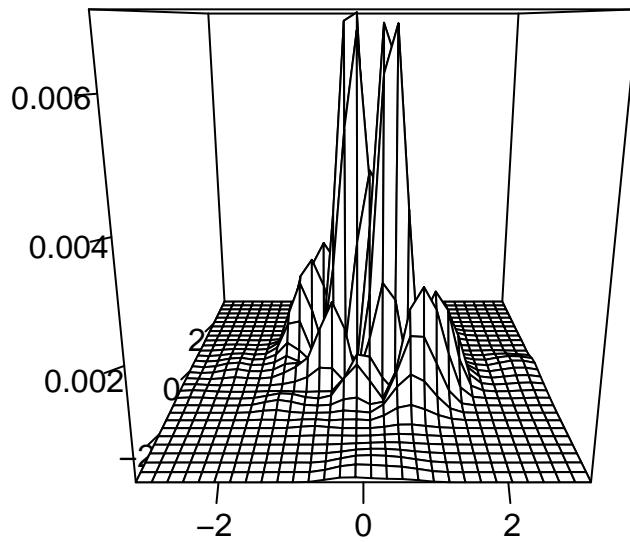
Die Teststatistik  $T_n$  integriert die funktion:

```
I_x <- I(x)
I_y <- I(y)
I_tilde <- .5*(I_x + I_y)

I_x_s <- I_smooth(I_x - I_tilde, hr = h, hc = h)
I_y_s <- I_smooth(I_y - I_tilde, hr = h, hc = h)
Tn_f <- function(x, y) I_x_s(x,y)^2 + I_y_s(x,y)^2
class(Tn_f) <- c("I_smooth", "grid_function")

plot.I_smooth(Tn_f)
```

## plot of smoothed Periodogram



Und die funktion über die  $T_n^*$  integriert:

```
N <- nrow(x)
M <- ncol(x)

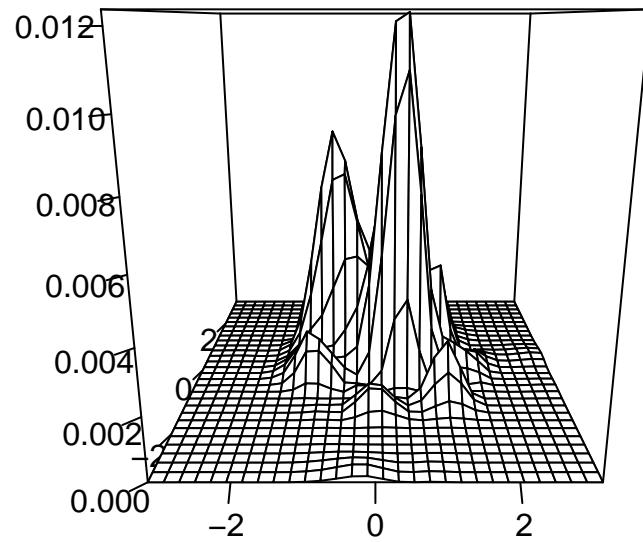
perm <- matrix(as.numeric(runif(N*M) > .5), ncol = N)
perm_n <- matrix(as.numeric(perm != 1), ncol = N)
I_x_rand <- I(x)*perm + I(y)*perm_n
I_y_rand <- I(x)*perm_n + I(y)*perm

I_x_r_s <- I_smooth(I_x_rand - I_tilde, hr = h, hc = h)
I_y_r_s <- I_smooth(I_y_rand - I_tilde, hr = h, hc = h)

Tn_star_f <- function(x, y) I_x_r_s(x, y)^2 + I_y_r_s(x, y)^2
class(Tn_star_f) <- c("I_smooth", "grid_function")

plot.I_smooth(Tn_star_f)
```

## plot of smoothed Periodogram



- Also es ist faktisch so, dass die Funktion von  $T_n^*$  unter  $H_0$  sehr viel höhere Gipfel hat, als die von  $T_n$ .
- Warum ist das so?