Aufgabe 1:
Stellen Sie das aus zwei gleichen Gleichstrommotoren bestehende System in der Form:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \tag{4}$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \tag{5}$$

dar, wobei $y_1 = \varphi_1 - \varphi_2$ die Differenz der beiden Winkel φ_1 und φ_2 und y_2 die mittlere Winkelgeschwindigkeit der beiden Motoren sei. Der Eingangsvektor $\mathbf{u}$ besteht aus den Spannungen U_1 und U_2, welche an die Motoren angelegt werden können und der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ sei:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & \dot{\varphi}_1 & \dot{\varphi}_2 \end{pmatrix}^T \tag{6}$$

Wie lauten die Matrizen $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$? (Es tritt kein Lastmoment auf)

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} &= \frac{1}{J}(M_{\text{el}} - M_{\text{Last}}) = \frac{1}{J}(kI - M_{\text{Last}}) = \\ &= \frac{1}{J}\left(k\frac{U - k\dot{\varphi}}{R} - M_{\text{Last}}\right) \end{aligned}$$

mit

- Massenträgheitsmoment des Motors $J = 175 \cdot 10^{-7}\,\text{kg}\,\text{m}^2$
- Ohmscher Widerstand des Motors $R = 6{,}5\,\Omega$
- Motorkonstante $k = 0{,}031\,\text{N}\,\text{m}/\text{A}$

$\dot{x} = Ax + Bu$

$y = Cx$

$x = (\varphi_1 \;\; \varphi_2 \;\; \dot{\varphi}_1 \;\; \dot{\varphi}_2)^T, u = (U_1 \;\; U_2)^T$

$y = \begin{pmatrix} \varphi_1 - \varphi_2 & \frac{\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2}{2} \end{pmatrix}^T$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{k^2}{JR} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{k^2}{JR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -8.45 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -8.45 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k}{JR} & 0 \\ 0 & \frac{k}{JR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 272.53 & 0 \\ 0 & 272.53 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2:
Falls die Motoren nun auch noch mit einem Lastmoment beaufschlagt werden, erhält man ein System der Form:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{N}\mathbf{m}_{\text{Last}} \quad (7)$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (8)$$

Wie Lautet die Matrix $\mathbf{N}$?

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{J} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -57142.86 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -57142.86 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3:
Bestimmen Sie die Differenzordnung für y_1 und y_2 vom Streckenmodell ohne Lastmoment.

$$\ddot{y}_1 = -\frac{k^2}{JR}(x_3 - x_4) + \frac{k}{JR}(u_1 - u_2) \rightarrow n_1 = 2$$

$$\dot{y}_2 = -\frac{k^2}{2JR}(x_3 + x_4) + \frac{k}{2JR}(u_1 + u_2) \rightarrow n_2 = 1$$

Aufgabe 4:
Tritt eine interne Dynamik auf? Falls Ja: Welche Aussage können Sie über ihre Stabilität machen? *Hinweis*: Nehmen Sie an dass alle invarianten Nullstellen des Systems in der offenen linken komplexen Halbebene liegen.

$\delta < n \rightarrow$ Intern Dynamik → Stabilität (Annahme)

Aufgabe 5:
Bringen Sie das System in die Form (13).

- Wie lauten die Matrizen $\mathbf{F}$ und $\mathbf{G}$?
- Ist $\mathbf{G}$ invertierbar?

$v = Fx + Gu$

$$v = \begin{pmatrix} y_1^{(2)} \\ y_2^{(1)} \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{k^2}{JR} & \frac{k^2}{JR} \\ 0 & 0 & -\frac{k^2}{2JR} & -\frac{k^2}{2JR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -8.45 & 8.45 \\ 0 & 0 & -4.22 & -4.22 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} \frac{k}{JR} & -\frac{k}{JR} \\ \frac{k}{2JR} & \frac{k}{2JR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 272.53 & -272.53 \\ 136.26 & 136.26 \end{pmatrix}$$

$\det(G) \neq 0 \rightarrow$ invertierbar

Aufgabe 6:
Bestimmen Sie die Koeffizienten des Führungsfilters für y_2 nach (23), so dass dieser folgende Übertragungsfunktion aufweist:

$$\frac{\hat{y}_2}{w_2} = \frac{1}{1.2Ts+1} \tag{25}$$

Führen Sie auch die Rücktransformation in den Zeitbereich durch.

↳ in differential Gleichung transformieren da y stark von w abhängt ⇒ wir können es nicht generalisieren ⇁ ↯

$$\frac{\hat{y}_2}{w_2} = \frac{1}{1.2Ts+1}$$

$$T = \frac{JR}{k^2} = 0.118 \rightarrow \frac{\hat{y}_2}{w_2} = \frac{1}{0.142s+1} \rightarrow \hat{y}_2(t) = \frac{1}{1.2T}e^{-\frac{t}{1.2T}} = 7.042e^{-7.042t}w_2(t)$$

1	$\delta(t)$	1
2	$u_s(t)$	$\frac{1}{s}$
3	t	$\frac{1}{s^2}$
4	t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
5	e^{-at}	$\frac{1}{(s+a)}$
6	te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
7	$\frac{1}{(n-1)!}t^{n-1}e^{-at}$	$\frac{1}{(s+a)^n}$

Aufgabe 7:
Die Zeitkonstante für das Führungsverhalten für y_1 sei $0.6T$. Bestimmen Sie den Führungsfilter für y_1 nach (23) so dass:

$$\frac{\hat{y}_1}{w_1} = \frac{1}{(0.6Ts+1)^2} \tag{26}$$

Führen Sie auch die Rücktransformation in den Zeitbereich durch.

$$\frac{\hat{y}_1}{w_1} = \frac{1}{(0.6Ts+1)^2}$$

$$\frac{\hat{y}_1}{w_1} = \frac{1}{(0.0708s+1)^2} \rightarrow \hat{y}_1(t) = \frac{1}{0.36T^2}te^{-\frac{t}{0.6T}} = 199.5te^{-14.12t}w_1(t)$$

Aufgabe 8:
Um stationäre Genauigkeit zu gewährleisten bzw. um konstante Störungen auszuregeln, soll das Regelgesetz (18) um einen I-Anteil erweitert werden. Wie lautet das Regelgesetz für v_1 und v_2, wenn für die Fehlerdynamiken die folgenden charaktertistischen Polynome erreicht werden sollen:

$$0 = (0.4Ts+1)^3 e_1 \tag{27}$$
$$0 = (0.4Ts+1)^2 e_2 \tag{28}$$

$0 = (s+21.19)^3 e_1 \rightarrow a_{1,2} = \frac{3}{0.4T} = 63.56\ ;\ a_{1,1} = \frac{3}{0.16T^2} = 1347.05\ ;\ a_{1,0} = \frac{1}{0.064T^3} =$ $9541.65 \rightarrow$

$v_1 = w_1^{(2)} + 63.56(w_1^{(1)} - y_1^{(1)}) + 1347.05(w_1 - y_1) + 9541.65 \int_0^t (w_1 - y_1) d\tau$

$0 = (s+21.19)^2 e_2 \rightarrow a_{2,1} = \frac{2}{0.4T} = 42.38, a_{2,0} = \frac{1}{0.16T^2} = 449.02 \rightarrow$

$v_2 = w_2^{(1)} + 42.38(w_2 - y_2) + 449.02 \int_0^t (w_2 - y_2) d\tau$

Aufgabe 9:
Wie muss $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ gewählt werden, damit die Ausgänge y_1 und y_2 mit der gewünschten Fehlerdynamik dem Ausgang des Führungsfilters folgen?
Hinweis: Sie müssen Matrizen *nicht* explizit einsetzen.

$y = Cx + Du$

$\ddot{y}_1 = -\frac{k^2}{JR}(x_3 - x_4) + \frac{k}{JR}(u_1 - u_2)$ $\hookrightarrow$ $u = \underline{\underline{G}}^{-1}(-\underline{\underline{F}}x + \underline{V})$

$\dot{y}_2 = -\frac{k^2}{2JR}(x_3 + x_4) + \frac{k}{2JR}(u_1 + u_2)$

$u_1 = \frac{JR}{2k} v_1 + \frac{JR}{k} v_2 + kx_3 = 0.0018 v_1 + 0.0037 v_2 + 0.031 x_3$

$u_2 = -\frac{JR}{2k} v_1 + \frac{JR}{k} v_2 + kx_4 = -0.0018 v_1 + 0.0037 v_2 + 0.031 x_4$

Aufgabe 10:
Die Zeitkonstanten für die Fehler- bzw. Führungsdynamik sind ein Maß für die Winkelgeschwindigkeit mit der Fehler bzw. Störungen ausgeregelt werden können. Was spricht dagegen diese Zeitkonstanten beliebig klein zu machen?

Mechanische Begrenzungen (J, R, k sind beschränkt)
Energieverbrauch: Eine zu schnelle Reaktion des Systems auf Eingangsänderungen kann zu einem erhöhten Energieverbrauch führen.

P,I,D,
schneller sättigen(I)
Überschwingungen, Oszillikation(P), instabil → treten nur auf wegen Modell Fehler
~~Rauschempfindllichkeit (D)~~

→ - Eingangsgrößen sind beschränkt !!