La cuenta bancaria

Cuenta bancaria

En una cuenta bancaria:

- $B(t)$: Capital disponible en un tiempo t
- $B(t+1)$: Capital disponible un año después
- El interés producido en ese período es

$$B(t+1) - B(t)$$

- La tasa de interés efectiva anual está dada por

$$r = \frac{B(t+1) - B(t)}{B(t)}.$$

$$\boxed{B(t+1) = B(t) \cdot (1+r).}$$

Tasas de interés

- Tasa nominal anual con capitalización . . . a 30 días.
- Tasa efectiva periódica: proporcional a la TNA.

Ejemplo

si un banco ofrece una tasa nominal anual del 20% para depósitos a 30 días, significa que se aplica una tasa de interés efectiva a 30 días de

$$i = 0.20 \cdot \frac{30}{365},$$

es decir, del 1.64%.

Tipos de capitalización

- Capitalización simple.

$$B(t) = B(0) \cdot (1 + r \cdot t)$$

Tipos de capitalización

- Capitalización compuesta discreta. Tasa nominal anual r con frecuencia k:

$$B(1) = B(0) \cdot (1 + \frac{r}{k})^k = B(0) \cdot (1 + i)^k = (1 + i_e)$$

Tipos de capitalización

- Capitalización compuesta continua.

$$B(t) = B(0) \cdot e^{rt} = B(0) \cdot (1+i)^t.$$

$$i = e^r - 1, \qquad r = \ln(1+i)$$

Valor temporal del dinero

Mercado libre de arbitraje

Tasa libre de riesgo

Tasa libre de riesgo

Se trata de una tasa de referencia que no tiene riesgo crediticio, es decir, que un inversor sabe que invirtiendo a esa tasa podrá recuperar el capital.

Por ejemplo, los bonos del tesoro, o las tasas Libor, o alguna tasa a la cual el propio estado ofrece para la devolución del préstamo.

Asumiremos por el momento:

- Una capitalización continua con tasa nominal constante $r = \ln(1+i)$, tasa libre de riesgo.
- Esta tasa r es la misma para préstamos y depósitos bancarios.

Hipótesis de no arbitraje

Mercado libre de arbitraje

En un mercado libre de arbitraje no es posible invertir en un portfolio con costo cero y que exista una probabilidad positiva de ganancia futura y una probabilidad nula de pérdida.

Equivalentemente, si dos portfolios tienen el mismo payoff en $t = T$, deben tener el mismo valor en $t = 0$.

Ejemplo

Portfolio A:

- Posición short en un contrato forward con precio de entrega K
- Posición long en el subyacente.
- Payoff $= \ldots$

Portfolio B:

- Inversión en la cuenta bancaria de $K \cdot (1 + i)^{-T}$
- Payoff $= \ldots$

¿existe alguna relación entre las cantidades $S(0)$ y K?

Ejemplo

Determinación del precio forward

$$K = S(0) \cdot (1 + i)^T$$

¿Qué ocurre si no se cumple esta igualdad?

Ejemplo

Consideremos un contrato forward a tres meses para comprar un subyacente que cuesta actualmente \$40 y que la tasa efectiva mensual es del 5%. Esto indica que el precio de entrega del contrato debe ser

$$K = 40 \cdot (1.05)^3 = 46.305.$$

- Situación 1: $K = \$47$
- Situación 2: $K = \$46$,

Determinación del precio forward

- $K = \$47$
  - pedir un préstamo de \$40 a la tasa libre de riesgo,
  - comprar el subyacente,
  - entrar short en el forward.

Determinación del precio forward

- $K = \$46$
  - vender el subyacente
  - depositar el dinero a la tasa libre de riesgo,
  - entrar long en el forward.

La paridad put call

La paridad put call

- c: la prima de una opción call europea para comprar un subyacente, con strike K, en $t = T$.
- p: el valor de una opción put europea para vender el mismo subyacente, con strike K y madurez T.

La paridad put call

Sea i la tasa de interés libre de riesgo, y sean c y p la prima de dos opciones call y put europeas, respectivamente, ambas con madurez T y strike K sobre un activo con precio S_0 al momento de iniciar el contrato. Entonces

$$c - p = S_0 - K \cdot \frac{1}{(1+i)^T}.$$

La paridad put call no es válida para opciones americanas

Paridad put call

Paridad put call

Mercados completos

- Replicación de portfolios
- Mercado completo

Mercado completo

Diremos que un mercado es **completo** cuando todo derivado puede ser replicable con un portfolio compuesto por el subyacente y la cuenta bancaria.

Mercado completo y libre de arbitraje

Importante

En un mercado **completo** y **sin arbitraje**, todo derivado tiene un único **precio libre de arbitraje**.