

# 数学建模 3

1

April 2023

## 1 问题分析

该问题是一个农业种植规划问题，农场有 3 万亩农田，准备种植玉米、大豆和小麦三种农作物。每种作物每亩需施化肥，预计秋后每亩可收获一定数量的农作物，且售价不同。问题要求根据不同的目标函数和约束条件，制定最佳的种植方案，满足总收益不低于 1.65 亿元，总产量不低于 1.25 万吨，小麦产量以 0.5 万吨为宜，大豆产量不低于 0.2 万吨，玉米产量不超过 0.6 万吨，且化肥用量不超过 5000 吨。需要使用线性规划模型求解。

## 2 模型建立

在本问题中，我们需要在有限的农田面积内种植三种不同的作物，以达到最大的收益和最大的总产量，同时满足一些限制条件，如化肥的限制、产量的要求等。这个问题可以用线性规划模型来描述和解决，因为线性规划可以求解线性约束下的最优解。在本问题中，我们可以定义三个决策变量  $x, y, z$  表示种植玉米、大豆和小麦的面积，目标函数可以分别为总收益和总产量，而约束条件包括了农田面积的限制、化肥的限制、产量的要求等，都可以用线性方程和不等式来描述。因此，可以建立线性规划模型来解决这个问题。

### 3 算法分析

满足约束条件:

$$x + y + z \leq 30000$$

$$0.12x + 0.2y + 0.15z \leq 5000$$

$$0.5x \leq 0.6 \times 10^4$$

$$0.2y \geq 0.2 \times 10^4$$

$$0.3z \leq 0.6 \times 10^4$$

$$0.3z \geq 0.4 \times 10^4$$

$$x, y, z \geq 0$$

$$1.2 * 500 * x + 6 * 200 * y + 3.5 * 300 * z \geq 1.65 \times 10^7$$

### 4 模型评价

模型简单: 线性规划模型只包含线性的目标函数和约束条件, 因此易于理解和建模。

可行性较好: 线性规划问题可以使用广泛的求解算法来找到最优解, 而且求解过程中可以利用约束条件的性质, 削减搜索空间, 提高求解效率。

可以处理大规模问题: 线性规划求解算法的时间复杂度通常是多项式级别的, 因此可以处理较大规模的问题。

然而, 对于这个线性规划模型, 仍有一些问题出现, 模型结果与条件关联较强, 由于本题无法完全使用线性规划满足所有的条件, 所以不能直接将所有条件都带入进去, 要通过多次对比, 尤其对于“小麦产量以 5000t 为宜”, “总产量尽量不低于 12500t” 这些问题进行动态调整, 最终得到一个相对合适的情况. 假设过于简单: 线性规划假设目标函数和约束条件都是线性的, 但实际问题中这种假设通常是不准确的, 因此线性规划可能无法完全反映实际问题的复杂性和非线性特征。

### 5 模型求解

---

**Algorithm 1** Farmland planning algorithm

---

**Input:** None**Output:**  $x, y, z$ 

```
1: import pulp
2: prob = pulp.LpProblem("CropPlanning", sense =
    pulp.LpMaximize) x = pulp.LpVariable("x", lowBound =
    0, upBound = 30000, cat = 'Continuous')
3: y = pulp.LpVariable("y", lowBound=0, upBound=30000,
    cat='Continuous')
5: z = pulp.LpVariable("z", lowBound=0, upBound=30000,
    cat='Continuous')
6: prob += 1.2 * 500 * x + 6 * 200 * y + 3.5 * 300 * z
7: prob += (x + y + z == 30000)
8: prob += (0.12 * x + 0.20 * y + 0.15 * z <= 5000)
9: prob += (0.3 * z <= 6000)
10: prob += (0.3 * z >= 4000)
11: prob += (0.2 * y >= 2000)
12: prob += (0.5 * x <= 6000)
13: prob += (0.5 * x + 0.2 * y + 0.3 * z >= 12500)
14: prob += (1.2 * 500 * x + 6 * 200 * y + 3.5 * 300 * z >= 16500000)
15: prob.solve()
16: for v in prob.variables() do
    17:     print(v.name, "=", v.varValue)
18: end for
19: return x, y, z
```

---

## 6 计算结果

种植面积：

玉米：6000 亩

大豆：2000 亩

小麦：22000 亩

总收益：1760.0 万元