

飞行计划问题

目录

一、摘要.....	1
二、问题重述.....	1
三、问题分析.....	1
四、符号说明.....	1
五、模型建立.....	2
5.1 问题一：每名教练每个月正好指导 20 名飞行员（包括自己）	2
5.2 问题二：每名教练每个月可指导不超过 20 名新飞行员（不包括自己）	3
六、模型求解.....	4
6.1 问题一：每名教练每个月正好指导 20 名飞行员（包括自己）	4
6.2 问题二：每名教练每个月可指导不超过 20 名新飞行员（不包括自己）	4
七、模型评价.....	5
八、附录代码.....	5
8.1 问题一：每名教练每个月正好指导 20 名飞行员（包括自己）	5
8.2 问题二：每名教练每个月可指导不超过 20 名新飞行员（不包括自己）	6

一、摘要

本论文基于一个空中交通的优化问题，旨在制定最优的飞行计划以在四个月内维持供给。问题的决策变量是即每月购买飞机的数量，闲置飞机的数量，教练及新飞行员的数量和闲置熟练飞行员的数量，目标是在最小化成本的同时满足飞机和飞行员数量的限制。我们采用线性规划模型来描述该问题，考虑飞机被击落的概率和飞行员的休息需求等因素，同时考虑每个月的具体需求，如飞机数量和执飞飞行员的数量等。通过对模型的求解，得出了最优的飞行计划，并计算出具体成本。本研究的结果可为类似问题的决策提供参考和指导。

关键词：线性规划模型

二、问题重述

在该问题中，甲方需依靠空中交通维持4个月供给，每月分别需要100、150、150、200架飞机飞行，每架飞机上有飞行员3人，飞机与飞行员每月都只能飞行一次且飞机在返回途中有20%的概率被击落，对应的飞行员也消失。每月开始，甲方可招聘新飞行员和购买新飞机，但都需一个月后才能投入飞行。第一个月开始甲方拥有110架飞机和330名熟练飞行员，熟练飞行员可指导新飞行员，每名熟练飞行员在完成一次飞行任务后需休息一个月，给出各项费用寻求最优飞行计划。

	第1个月	第2个月	第3个月	第4个月
新飞机价格	200	195	190	185
闲置熟练飞行员报酬	7.0	6.9	6.8	6.7
教练及新飞行员报酬	10.0	9.9	9.8	9.7
执飞人员报酬	9.0	8.9	9.8	9.7
休假飞行员报酬	5.0	4.9	4.8	4.7

三、问题分析

这个优化问题的目标是使4个月执飞后耗费费用最少，要做的决策计划是飞行计划，即每月购买多少架飞机，有多少闲置飞机，安排多少教练及新飞行员，有多少闲置熟练飞行员。决策受到2个条件的限制：飞机数量的限制和飞行员数量的限制。按题目所给，将决策变量、目标函数和约束条件用数学符号及式子表示出来可得线性规划模型。

四、符号说明

符号	说明
x_1, x_2, x_3, x_4	每月甲方购买的新飞机数
y_1, y_2, y_3, y_4	甲方闲置的飞机数量
u_1, u_2, u_3, u_4	教练及新飞行员数量（问题一）

V_1, V_2, V_3, V_4	闲置熟练飞行员数量
W_1, W_2, W_3, W_4	教练人数（问题二）
Z_1, Z_2, Z_3, Z_4	新飞行员人数（问题二）

五、模型建立

每月执飞飞行员及休假飞行员人数为常数，消耗费用固定，可在优化目标中忽略。

5.1 问题一：每名教练每个月正好指导20名飞行员（包括自己）

决策变量： $x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4, u_1, u_2, u_3, u_4, v_1, v_2, v_3, v_4$

优化目标：

$$\min(200x_1 + 195x_2 + 190x_3 + 185x_4 + 10u_1 + 9.9u_2 + 9.8u_3 + 9.7u_4 + 7v_1 + 6.9v_2 + 6.8v_3 + 6.7v_4)$$

约束条件：

1. 飞机数量限制：4个月执飞飞机数量要求分别为100、150、150、200架，由于敌方攻击，实际返回只有80、120、120、160架。

$$\text{第一个月：} 100 + y_1 = 110$$

$$\text{第二个月：} 150 + y_2 = 80 + y_1 + x_1$$

$$\text{第三个月：} 150 + y_3 = 120 + y_2 + x_2$$

$$\text{第四个月：} 200 + y_4 = 120 + y_3 + x_3$$

2. 飞行员数量限制：4个月执飞飞行员数量要求分别为300、450、450、600人，由于敌方攻击，实际返回只有240、360、360、480人

$$\text{第一个月：} 300 + 0.05u_1 + v_1 = 330$$

$$\text{第二个月：} 450 + 0.05u_2 + v_2 = u_1 + v_1$$

$$\text{第三个月：} 450 + 0.05u_3 + v_3 = u_2 + v_2 + 240$$

$$\text{第四个月：} 600 + 0.05u_4 + v_4 = u_3 + v_3 + 360$$

优化模型：

$$\min(200x_1 + 195x_2 + 190x_3 + 185x_4 + 10u_1 + 9.9u_2 + 9.8u_3 + 9.7u_4 + 7v_1 + 6.9v_2 + 6.8v_3 + 6.7v_4)$$

且满足条件：（算式中各数值都为非负整数）

$$y_1 = 10$$

$$y_1 + x_1 - y_2 = 70$$

$$y_2 + x_2 - y_3 = 30$$

$$y_3 + x_3 - y_4 = 80$$

$$0.05u_1 + v_1 = 30$$

$$u_1 + v_1 - 0.05u_2 - v_2 = 450$$

$$u_2 + v_2 - 0.05u_3 - v_3 = 210$$

$$u_3 + v_3 - 0.05u_4 - v_4 = 240$$

5.2 问题二：每名教练每个月可指导不超过20名新飞行员（不包括自己）

决策变量： $x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4, v_1, v_2, v_3, v_4, w_1, w_2, w_3, w_4, z_1, z_2, z_3, z_4$

优化目标：

$$\min(200x_1 + 195x_2 + 190x_3 + 185x_4 + 10(w_1 + z_1) + 9.9(w_2 + z_2) + 9.8(w_3 + z_3) + 9.7(w_4 + z_4) + 7v_1 + 6.9v_2 + 6.8v_3 + 6.7v_4)$$

约束条件：

1. 飞机数量限制：4个月执飞飞机数量要求分别为100、150、150、200架，由于敌方攻击，实际返回只有80、120、120、160架。

$$\text{第一个月： } 100 + y_1 = 110$$

$$\text{第二个月： } 150 + y_2 = 80 + y_1 + x_1$$

$$\text{第三个月： } 150 + y_3 = 120 + y_2 + x_2$$

$$\text{第四个月： } 200 + y_4 = 120 + y_3 + x_3$$

2. 飞行员数量限制：4个月执飞飞行员数量要求分别为300、450、450、600人，由于敌方攻击，实际返回只有240、360、360、480人

$$\text{第一个月： } 300 + w_1 + v_1 = 330$$

$$\text{第二个月： } 450 + w_2 + v_2 = w_1 + v_1 + z_1, z_1 \leq 20w_1$$

$$\text{第三个月： } 450 + w_3 + v_3 = w_2 + v_2 + 240 + z_2, z_2 \leq 20w_2$$

$$\text{第四个月： } 600 + w_4 + v_4 = w_3 + v_3 + 360 + z_3, z_3 \leq 20w_3$$

优化模型：

$$\min(200x_1 + 195x_2 + 190x_3 + 185x_4 + 10(w_1 + z_1) + 9.9(w_2 + z_2) + 9.8(w_3 + z_3) + 9.7(w_4 + z_4) + 7v_1 + 6.9v_2 + 6.8v_3 + 6.7v_4)$$

且满足条件：（算式中各数值都为非负整数）

$$y_1 = 10$$

$$y_1 + x_1 - y_2 = 70$$

$$y_2 + x_2 - y_3 = 30$$

$$y_3 + x_3 - y_4 = 80$$

$$w_1 + v_1 = 30$$

$$w_1 + v_1 + z_1 - w_2 - v_2 = 450, z_1 \leq 20w_1$$

$$w_2 + v_2 + z_2 - w_3 - v_3 = 210, z_2 \leq 20w_2$$

$$w_3 + v_3 + z_3 - w_4 - v_4 = 240, z_3 \leq 20w_3$$

六、模型求解

6.1 问题一：每名教练每个月正好指导20名飞行员（包括自己）

```
Sum: 42324.4
Variable x1: 60.0
Variable x2: 30.0
Variable x3: 80.0
Variable x4: 0.0
Variable y1: 10.0
Variable y2: 0.0
Variable y3: 0.0
Variable y4: 0.0
Variable u1: 460.0
Variable u2: 220.0
Variable u3: 240.0
Variable u4: 0.0
Variable v1: 7.0
Variable v2: 6.0
Variable v1: 4.0
Variable v2: 4.0
```

6.2 问题二：每名教练每个月可指导不超过20名新飞行员（不包括自己）

```
Sum: 42185.8
Variable x1: 60.0
Variable x2: 30.0
Variable x3: 80.0
Variable x4: 0.0
Variable y1: 10.0
Variable y2: 0.0
Variable y3: 0.0
Variable y4: 0.0
Variable v1: 8.0
Variable v2: 0.0
Variable v1: 0.0
Variable v2: 0.0
Variable w1: 22.0
Variable w2: 11.0
Variable w3: 12.0
Variable w4: 0.0
Variable z1: 431.0
Variable z2: 211.0
Variable z3: 228.0
Variable z4: 0.0
```

七、模型评价

1. 优点:

易于求解，线性规划问题可以使用Python内置库pulp求解，简单高效；结构清晰，易于理解和使用；灵活性高，可根据问题特征调整参数，适应各种变化和需求。

2. 缺点

对数据要求高，需要保证输入数据全面，否则求解结果可能错误。

八、附录代码

8.1 问题一：每名教练每个月正好指导20名飞行员（包括自己）

```
# 导入PuLP库
from pulp import *

# 创建问题实例
problem = LpProblem("Optimization Problem", LpMinimize)

# 创建决策变量
x1 = LpVariable('x1', lowBound=0, cat='Integer')
x2 = LpVariable('x2', lowBound=0, cat='Integer')
x3 = LpVariable('x3', lowBound=0, cat='Integer')
x4 = LpVariable('x4', lowBound=0, cat='Integer')
y1 = LpVariable('y1', lowBound=0, cat='Integer')
y2 = LpVariable('y2', lowBound=0, cat='Integer')
y3 = LpVariable('y3', lowBound=0, cat='Integer')
y4 = LpVariable('y4', lowBound=0, cat='Integer')
u1 = LpVariable('u1', lowBound=0, cat='Integer')
u2 = LpVariable('u2', lowBound=0, cat='Integer')
u3 = LpVariable('u3', lowBound=0, cat='Integer')
u4 = LpVariable('u4', lowBound=0, cat='Integer')
v1 = LpVariable('v1', lowBound=0, cat='Integer')
v2 = LpVariable('v2', lowBound=0, cat='Integer')
v3 = LpVariable('v3', lowBound=0, cat='Integer')
v4 = LpVariable('v4', lowBound=0, cat='Integer')

# 添加目标函数
problem += 200*x1 + 195*x2 + 190*x3 + 185*x4 + 10*u1 + 9.9*u2 + 9.8*u3 + 9.7*u4 + 7*v1 + 6.9*v2 + 6.8*v3 + 6.7*v4

# 添加约束条件
problem += y1 == 10
problem += y1 + x1 - y2 == 70
problem += y2 + x2 - y3 == 30
problem += y3 + x3 - y4 == 80
problem += 0.05*u1 + v1 == 30
problem += u1 + v1 - 0.05*u2 - v2 == 450
problem += u2 + v2 - 0.05*u3 - v3 == 210
problem += u3 + v3 - 0.05*u4 - v4 == 240

# 求解问题
status = problem.solve()

# 打印结果
print("Sum: ", value(problem.objective))
```

```

print("Variable x1: ", value(x1))
print("Variable x2: ", value(x2))
print("Variable x3: ", value(x3))
print("Variable x4: ", value(x4))
print("Variable y1: ", value(y1))
print("Variable y2: ", value(y2))
print("Variable y3: ", value(y3))
print("Variable y4: ", value(y4))
print("Variable u1: ", value(u1))
print("Variable u2: ", value(u2))
print("Variable u3: ", value(u3))
print("Variable u4: ", value(u4))
print("Variable v1: ", value(v1))
print("Variable v2: ", value(v2))
print("Variable v1: ", value(v3))
print("Variable v2: ", value(v4))

```

8.2 问题二：每名教练每个月可指导不超过20名新飞行员（不包括自己）

```

# 导入PuLP库
from pulp import *

# 创建问题实例
problem = LpProblem("Optimization Problem", LpMinimize)

# 创建决策变量
x1 = LpVariable('x1', lowBound=0, cat='Integer')
x2 = LpVariable('x2', lowBound=0, cat='Integer')
x3 = LpVariable('x3', lowBound=0, cat='Integer')
x4 = LpVariable('x4', lowBound=0, cat='Integer')
y1 = LpVariable('y1', lowBound=0, cat='Integer')
y2 = LpVariable('y2', lowBound=0, cat='Integer')
y3 = LpVariable('y3', lowBound=0, cat='Integer')
y4 = LpVariable('y4', lowBound=0, cat='Integer')
v1 = LpVariable('v1', lowBound=0, cat='Integer')
v2 = LpVariable('v2', lowBound=0, cat='Integer')
v3 = LpVariable('v3', lowBound=0, cat='Integer')
v4 = LpVariable('v4', lowBound=0, cat='Integer')
w1 = LpVariable('w1', lowBound=0, cat='Integer')
w2 = LpVariable('w2', lowBound=0, cat='Integer')
w3 = LpVariable('w3', lowBound=0, cat='Integer')
w4 = LpVariable('w4', lowBound=0, cat='Integer')
z1 = LpVariable('z1', lowBound=0, cat='Integer')
z2 = LpVariable('z2', lowBound=0, cat='Integer')
z3 = LpVariable('z3', lowBound=0, cat='Integer')
z4 = LpVariable('z4', lowBound=0, cat='Integer')

# 添加目标函数
problem += 200*x1 + 195*x2 + 190*x3 + 185*x4 + 10*(w1+z1) + 9.9*(w2+z2) + 9.8*(w3+z3) + 9.7*(w4+z4)
+ 7*v1 + 6.9*v2 + 6.8*v3 + 6.7*v4

# 添加约束条件
problem += y1 == 10
problem += y1 + x1 - y2 == 70
problem += y2 + x2 - y3 == 30
problem += y3 + x3 - y4 == 80
problem += w1 + v1 == 30
problem += w1 + v1 + z1 - w2 - v2 == 450
problem += w2 + v2 + z2 - w3 - v3 == 210

```



```
problem += w3 + v3 + z3 - w4 - v4 == 240
problem += z1 <= 20*w1
problem += z2 <= 20*w2
problem += z3 <= 20*w3
problem += z4 <= 20*w4
```

```
# 求解问题
```

```
status = problem.solve()
```

```
# 打印结果
```

```
print("Sum: ", value(problem.objective))
print("Variable x1: ", value(x1))
print("Variable x2: ", value(x2))
print("Variable x3: ", value(x3))
print("Variable x4: ", value(x4))
print("Variable y1: ", value(y1))
print("Variable y2: ", value(y2))
print("Variable y3: ", value(y3))
print("Variable y4: ", value(y4))
print("Variable v1: ", value(v1))
print("Variable v2: ", value(v2))
print("Variable v1: ", value(v3))
print("Variable v2: ", value(v4))
print("Variable w1: ", value(w1))
print("Variable w2: ", value(w2))
print("Variable w3: ", value(w3))
print("Variable w4: ", value(w4))
print("Variable z1: ", value(z1))
print("Variable z2: ", value(z2))
print("Variable z3: ", value(z3))
print("Variable z4: ", value(z4))
```