KU Leuven

Mechanica 2: Dynamica

Case studie

Team A2 - 4

Pieter Appeltans
Pieterjan Beerden
Brent De Winter
Joren Dhont

24 november 2014

Inhoudsopgave

1 Kinematica

1.1 Transformatiematrices

T_1 van $x'y'z'$ (en dus ook van $x''y''z''$ want ogenblikkelijk dezelfde oriëntatie) naar xyz:

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$

T_2 van $x'''y'''z'''$ naar $x''y''z''$:

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix}$$

1.2 Vraag 1

Bereken de ogenblikkelijke totale rotatiesnelheidsvector $\vec{\omega}_w$ en rotatieversnellingsvector $\vec{\alpha}_w$ van het wiel.

We bereken $\vec{\omega}_{tot}$ door alle verschillende rotaties om te zetten naar eerst het $x'y'z'$-assenstel en vervolgens naar het xyz-assenstel.(Door te vermenigvuldigen met T1)

$$\begin{aligned}
\vec{\omega}_w &= \vec{\omega}_g + \vec{\omega}_i + \vec{\omega}_w \\
&= \omega_g * \vec{e}_{z'} + \omega_i * \vec{e}_{y''} + (-\omega_w) * \vec{e}_{x'''} \\
&= \omega_g * \vec{e}_{z'} + \omega_i * \vec{e}_{y'} + (-\omega_w) * (\cos\beta * \vec{e'}_x - \sin(\beta) * \vec{e'}_z) \\
&= \begin{Bmatrix} \Big(-\omega_w * \cos\beta\Big) * \vec{e}_{x'} \\ \Big(\omega_i\Big) * \vec{e}_{y'} \\ \Big(\omega_g - \omega_w \sin\beta\Big) * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix} \\
&= \begin{Bmatrix} \Big(-\omega_w * \cos\beta\Big) * \vec{e}_x \\ \Big(-\omega_g * \sin\alpha + \omega_i * \cos\alpha - \omega_w \sin\alpha \sin\beta\Big) * \vec{e}_y \\ \Big(\omega_g * \cos(\alpha) + \omega_i * \sin(\alpha) + \omega_w * \cos(\alpha) * \sin(\beta)\Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{1}$$

Voor de berekening van $\vec{\alpha}_{tot}$ gebruiken we dezelfde werkwijze.

$$
\begin{aligned}
\vec{\alpha}_w &= \frac{d\vec{\omega}_g}{dt} + \frac{d\vec{\omega}_i}{dt} + \frac{d\vec{\omega}_w}{dt} \\
&= \alpha_g * \vec{e}_{z'} + \omega_g \frac{d\vec{e}_{z'}}{dt} + \alpha_i \vec{e}_{y''} + \omega_i * \frac{d\vec{e}_{y''}}{dt} + \alpha_w * \vec{e}_{x'''} + (-\omega_w)\frac{d\vec{e}_{x'''}}{dt} \\
&= \begin{Bmatrix} \Big(-\omega_g\omega_i + \alpha_w \cos(\beta) + \omega_i\omega_w \sin\beta \Big) * \vec{e}_{x'} \\ \Big(\alpha_i - \omega_g\omega_w \cos(\beta) \Big) * \vec{e}_{y'} \\ \Big(\alpha_g - \alpha_w \sin\beta + \omega_i\omega_w \cos(\beta) \Big) * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix} \\
&= \begin{Bmatrix} \Big(-\omega_g\omega_i + \alpha_w \cos\beta + \omega_i\omega_g \sin\beta \Big) * \vec{e}_x \\ \Big((-\alpha_g + \alpha_w \sin\beta - \omega_i\omega_w \cos\beta)\sin\alpha + (\alpha_i - \omega_g\omega_w \cos\beta)\cos\alpha \Big) * \vec{e}_y \\ \Big((\alpha_i - \omega_g\omega_w \cos\beta \sin\alpha) + (\alpha_g - \alpha_w * \sin\beta + \omega_i\omega_w \cos\beta)\cos\alpha \Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{2}
$$

Voor de transformaties van de verschillende eenheidsvectoren leidden we volgende formules af

$$
\begin{gathered}
\vec{e'''}_x = cos(\beta) * \vec{e'}_x - sin(\beta) * \vec{e'}_z \\
\vec{e'}_x = \vec{e}_x \\
\vec{e''}_y = \vec{e'}_y \\
\vec{e'}_y = \cos(\alpha) * \vec{e}_y + \sin(\alpha) * \vec{e}_z \\
\vec{e'}_z = -\sin\alpha * \vec{e}_y + \cos\alpha * \vec{e}_z \\
\tfrac{d\vec{e}_{z'}}{dt} = \vec{0} \\
\omega_i * \tfrac{d\vec{e}_{y''}}{dt} = \vec{\omega_g} \times \vec{\omega_i} = -\omega_i\omega_g * \vec{e}_{x'} = -\omega_i\omega_g * \vec{e}_x \\
-\omega_w * \tfrac{d\vec{e}_{x'''}}{dt} = (\vec{\omega_i} + \vec{\omega_g}) \times \vec{\omega_w} = \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ 0 & \omega_i & \omega_g \\ -\omega_w \cos\beta & 0 & \omega_w \sin\beta \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} \omega_i\omega_w \sin(\beta) * \vec{e}_{x'} \\ \omega_g\omega_w \cos(\beta) * \vec{e}_{y'} \\ \omega_i\omega_w \cos(\beta) * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix}
\end{gathered}
$$

1.3 Vraag 2

Bereken de ogenblikkelijke snelheid $\vec{a}_c$ en de ogenblikkelijke versnelling $\vec{a}_c$ van het punt C.
Eerst berekenen we de positie van C ten opzichte van A en de positie van B ten opzichte van A (uitgedrukt in te $x'y'z'$-assenstel).

$$
\vec{r}_{AC} \mapsto \begin{Bmatrix} \Big(l_1 - l_4 \cos(\beta) - l_3 \sin(\beta) \Big) * \vec{e}_{x'} \\ 0 * \vec{e}_{y'} \\ \Big(l_2 - l_3 * \cos(\beta) + l_4 * \sin(\beta) \Big) * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix} \tag{3}
$$

$$
\vec{r}_{BC} \mapsto \begin{Bmatrix} \Big(-l_3 * \sin(\beta) - l_4 * \cos(\beta) \Big) * \vec{e}_{x'} \\ 0 * \vec{e}_{y'} \\ \Big(-l_3 * \cos(\beta) + l_4 * \sin(\beta) \Big) * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix} \tag{4}
$$

Nu berekenen we $\vec{v}_c$ en $\vec{a}_c$ door middel van som van rotaties. (Nota: voor deze vraag gebruiken we som van rotaties, voor vraag 4 gebruiken we samengestelde beweging

en hopen dat we hetzelfde uitkomen.)

$$\begin{aligned}\vec{\omega}_g \times \vec{r}_{AC(t.o.vx'y'z')} &= \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ 0 & 0 & \omega_g \\ l_1 - l_3 * \sin\beta - l_4 * \cos\beta & 0 & l_2 - l_3 * \cos\beta + l_4 * \cos\beta \end{vmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_{x'} \\ \Big(\omega_g * (l_1 - l_4 * \cos\beta - l_3 * \sin\beta)\Big) * \vec{e}_{y'} \\ 0 * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix}\end{aligned} \tag{5}$$

Deze matrix transformeren naar het wereldassenstel:

$$T_1 * \vec{\omega}_g \times \vec{r}_{AC(t.o.vx'y'z')} \tag{6}$$

$$\begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_x \\ \Big(l_1 - l_3 \sin(\beta) - l_4 \cos(\beta)\Big)\omega_g * \cos(\alpha)\vec{e}_y \\ \Big(l_1 - l_3 \sin(\beta) - l_4 \cos(\beta)\Big) * \omega_g * \sin(\alpha)\vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}\vec{\omega}_i \times \vec{r}_{BC(t.o.vx'y'z')} &= \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ 0 & \omega_i & 0 \\ -l_3 * \sin(\beta) - l_4 * \cos(\beta) & 0 & -l_3 * \cos(\beta) + l_4 * \sin(\beta) \end{vmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} \omega_i * \Big(-l_3 * \cos(\beta) + l_4 * \sin(\beta)\Big) * \vec{e}_x \\ 0 * \vec{e}_y \\ \omega_i * \Big(l_3 * \sin(\beta) + l_4 * \cos(\beta)\Big)\vec{e}_z \end{Bmatrix}\end{aligned} \tag{8}$$

Deze matrix transformeren naar het wereldassenstel:

$$T_1 * \vec{\omega}_i \times \vec{r}_{BC(t.o.vx'y'z')} \tag{9}$$

$$\begin{Bmatrix} \omega_i * \Big(-l_3 * \cos(\beta) + l_4 * \sin(\beta)\Big)\vec{e}_x \\ \Big(-l_3 * \sin(\beta) - l_4 * \cos(\beta)\Big) * \sin(\alpha) * \omega_i * \vec{e}_y \\ \Big(l_3 * \sin(\beta) + l_4 * \cos(\beta)\Big) * \cos(\alpha) * \omega_i * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{10}$$

$$T_1 * \vec{v}_v = \begin{Bmatrix} 0\vec{e}_x \\ \cos(\alpha) * \vec{V}_v * \vec{e}_y \\ \sin(\alpha) * \vec{V}_v * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{11}$$

$$\vec{v}_c = \vec{\omega}_g \times \vec{r}_{AC} + \vec{\omega}_i \times \vec{r}_{BC} + T_1 * \vec{v}_v \tag{12}$$

Nu berekenen we $\vec{a}_c$ aan de hand van som van rotaties

$$\vec{a}_c = \vec{a}_v + \vec{\alpha}_g \times \vec{r}_{ac} + \vec{\alpha}_i \times \vec{r}_{BC} + \vec{\omega}_g \times (\vec{v}_C - \vec{v}_A) + \vec{\omega}_i \times (\vec{v}_C - \vec{v}_B) \tag{13}$$

$$\vec{\alpha}_g \times \vec{r}_{AC(t.o.vx'y'z')} = \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ 0 & 0 & \alpha_g \\ \Big(l_1 - l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) & 0 & \Big(l_2 - l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big) \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_{x'} \\ \alpha_g\Big(l_1 - l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) * \vec{e}_{y'} \\ 0 * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix} \tag{14}$$

Omzetten naar het xyz - assenstel via T_1

$$T_1 * \vec{\alpha}_g \times \vec{r}_{AC(t.o.vx'y'z')} = \begin{Bmatrix} 0\vec{e}_x \\ \cos(\alpha) * \alpha_g\Big(l_1 - l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) * \vec{e}_y \\ \sin(\alpha) * \alpha_g\Big(l_1 - l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{15}$$

$$\vec{\alpha}_i \times \vec{r}_{BC(t.o.vx'y'z')} = \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ 0 & \alpha_i & 0 \\ \Big(-l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) & 0 & \Big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big) \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_i\Big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big) * \vec{e}_{x'} \\ 0 * \vec{e}_{y'} \\ \alpha_i\Big(l_3\sin(\beta) + l_4\cos(\beta)\Big) * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix} \tag{16}$$

Omzetten naar het xyz - assenstel via T_1

$$T_1 * \vec{\alpha}_i \times \vec{r}_{BC(t.o.vx'y'z')} = \begin{Bmatrix} \alpha_i\Big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big) * \vec{e}_x \\ -\sin(\alpha) * \alpha_i\Big(l_3\sin(\beta) + l_4\cos(\beta)\Big) * \vec{e}_y \\ \cos(\alpha) * \alpha_i\Big(l_3\sin(\beta) + l_4\cos(\beta)\Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{17}$$

$$\vec{v}_A = T_1 * \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_x \\ \vec{v}_v * \vec{e}_y \\ 0 * \vec{e}_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_x \\ v_v * \cos(\alpha) * \vec{e}_y \\ v_v * \sin(\alpha) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{18}$$

$$\vec{v}_C - \vec{v}_A = \begin{Bmatrix} \omega_i * \Big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big)\vec{e}_x \\ \bigg(\cos(\alpha) * \omega_g\Big(l_1 - l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) - \sin(\alpha) * \omega_i\Big(l_3\sin(\beta) + l_4\cos(\beta)\Big)\bigg) * \vec{e}_y \\ \bigg(\sin(\alpha) * \omega_g\Big(l_1 - l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) + \cos(\alpha) * \omega_i\Big(l_3\sin(\beta) + l_4\cos(\beta)\Big)\bigg) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{19}$$

$$\vec{v}_B = T_1 * \left(\begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_{x'} \\ \vec{V}_v * \vec{e}_{y'} \\ 0 * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix} + \vec{\omega}_g \times \vec{r}_{AB(t.o.vx'y'z')} \right) \tag{20}$$

$$\vec{\omega}_g \times \vec{r}_{AB(t.o.vx'y'z')} = \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ 0 & 0 & \omega_g \\ l_1 & 0 & l_2 \end{vmatrix} \tag{21}$$

$$\vec{v}_B = T_1 * \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_x \\ \cos(\alpha)\Big(\vec{v}_v + l_1 * \omega_g\Big) * \vec{e}_y \\ \sin(\alpha)\Big(\vec{v}_v + l_1 * \omega_g\Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{22}$$

$$\vec{a}_v = T_1 * \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_x \\ a_v * \vec{e}_y \\ 0 * \vec{e}_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_x \\ a_v * \cos(\alpha) * \vec{e}_y \\ a_v * \sin(\alpha) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{23}$$

De totale versnelling $\vec{a}_c$ is dan:

$$\begin{Bmatrix} \Big(\alpha_i * \Big(- l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big) - \omega_g^2 * \Big(l_1 - l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) + \omega_i^2 * \Big(l_3\sin(\beta) + l_4\cos(\beta)\Big)\Big) * \vec{e}_x \\ \Big(\alpha_g * \cos(\alpha) * \Big(l_1 - l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) - \alpha_i * \sin(\alpha) * \Big(l_3\sin(\beta) + l_4\cos(\beta)\Big) + \vec{a}_v * \cos(\alpha)\Big) * \vec{e}_y \\ \Big(\alpha_g * \sin(\alpha) * \Big(l_1 - l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) + \alpha_i * \cos(\alpha) * \Big(l_3\sin(\beta) + l_4\cos(\beta)\Big) + \vec{a}_v * \sin(\alpha)\Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} +$$
$$\begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_x \\ \Big(\omega_g * \omega_i * \cos(\alpha) * \Big(- l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big) + \omega_i^2 * \sin(\alpha) * \Big(- l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big)\Big) * \vec{e}_y \\ \Big(- \omega_g * \omega_i * \sin(\alpha) * \Big(- l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big) - \omega_i^2 * \cos(\alpha) * \Big(- l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big)\Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{24}$$

1.4 Vraag 3

Wat is de bijdrage van de coriolisversnelling in deze versnelling $\vec{a}_c$ als je het x"y"z"-assenstelsel als hulpassenstelsel gebruikt om de beweging te beschrijven?
De berekening van v_{rel} verloopt analoog als deze in vraag 4. Maar in plaats van r_{BD} gebruiken we nu r_{BC}.
met $\vec{\omega}_{rel} = \vec{\omega}_i$ en $\vec{r}_{BC} = (-\sin\beta l_3 - \cos\beta l_4)\vec{e}_{x''} + (-\cos\beta l_3 + \sin\beta l_4)\vec{e}_{z''}$

$$\vec{v}_{rel} = \vec{\omega}_{rel} \times \vec{r}_{BC} \quad = \begin{vmatrix} \vec{e}_{x''} & \vec{e}_{y''} & \vec{e}_{z''} \\ 0 & \omega_i & 0 \\ -\sin\beta l_3 - \cos\beta l_4 & 0 & -\cos\beta l_3 + \sin\beta l_4 \end{vmatrix} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} &Coriolisversnelling: \\ &\quad 2 * (\vec{v}_{rel} \times \vec{\omega}) = -2 * (\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}) \\ &\quad = -2 * \begin{vmatrix} \vec{e}_{x''} & \vec{e}_{y''} & \vec{e}_{z''} \\ 0 & 0 & \omega_g \\ \omega_i(l_4\sin\beta - l_3\cos\beta) & 0 & \omega_i(l_4\cos\beta + l_3\sin\beta) \end{vmatrix} \\ &\quad = \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_{x'} \\ \Big(- 2\omega_g\omega_i(l_4\sin\beta - l_3\cos\beta)\Big) * \vec{e}_{y'} \\ 0 * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix} \\ &\quad = \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_x \\ \Big(- 2\omega_g\omega_i(l_4\sin\beta - l_3\cos\beta)\Big) * \cos\beta * \vec{e}_y \\ \Big(- 2\omega_g\omega_i(l_4\sin\beta - l_3\cos\beta)\Big) * \cos\beta * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{26}$$

1.5 Vraag 4

Bereken de ogenblikkelijke snelheid $\vec{v}_d$ en de ogenblikkelijke versnelling $\vec{a}_d$ van het punt D.
Positie van D tov B uitgedrukt in het x"y"z"- assenstel

$$\vec{r}_{BD} \mapsto \begin{Bmatrix} \Big(-\frac{1}{4}l_4\cos(\beta) - \frac{3}{4}l_3\sin(\beta)\Big) * \vec{e}_{x''} \\ 0 * \vec{e}_{y''} \\ \Big(\frac{1}{4}l_4\sin(\beta) - \frac{3}{4}l_3\cos(\beta)\Big) * \vec{e}_{z''} \end{Bmatrix} \tag{27}$$

We berekenen $\vec{v}_d$ met mebehulp van samengestelde beweging ten opzichte van het $x''y''z''$.

$$\vec{v}_d = \vec{v}_b + \vec{\omega}_g \times \vec{r}_{BD} + \vec{v}_{rel} \tag{28}$$

We berekenen eerst de snelheid van de oorsprong van het $x''y''z''$-assenstel (punt B). Dit punt ondergaat zelf een rotatie rond A, dat op zijn beurt een translatie ondergaat.

$$\begin{aligned} \vec{v}_b &= \vec{v}_a + \vec{\omega} \times \vec{r}_{AB} + \vec{v}_{rel} \\ &= v_v \vec{e}_{y''} + \vec{0} + \vec{\omega}_g \times (l_1 * \vec{e}_{x'} + l_2 * \vec{e}_{z'}) \\ &= (v_v + \omega_g * l_1) * \vec{e}_{y''} \end{aligned} \tag{29}$$

Nu berekenen we $\vec{\omega}_g \times \vec{r}_{BD}$. Een term veroorzaakt door de rotatie van B rond A.

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_g \times \vec{r}_{BD} &= \begin{vmatrix} \vec{e}_{x''} & \vec{e}_{y''} & \vec{e}_{z''} \\ 0 & 0 & \omega_g \\ \frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta & 0 & \frac{1}{4} l_4 \sin\beta - \frac{3}{4} l_3 \cos\beta \end{vmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_{x'} \\ \Big(\omega_g (\frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta)\Big) * \vec{e}_{y'} \\ 0 * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{30}$$

Tot slot berekenen we de snelheid van het punt D gezien door een waarnemer die meebeweegt met het bewegend $x''y''z''$-assenstel in het punt B.

$$\begin{aligned} \vec{v}_{rel} &= \vec{\omega}_i \times \vec{r}_{BD} \\ &= \begin{vmatrix} \vec{e}_{x''} & \vec{e}_{y''} & \vec{e}_{z''} \\ 0 & \omega_i & 0 \\ \frac{-1}{4} * l_4 * \cos\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \sin\beta & 0 & \frac{1}{4} * l_4 * \sin\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \cos\beta \end{vmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} \Big(\omega_i * (\frac{1}{4} * l_4 * \sin\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \cos\beta)\Big) * \vec{e}_{x''} \\ 0 * \vec{e}_{y''} \\ \Big(-\omega_i * (\frac{-1}{4} * l_4 * \cos\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \sin\beta)\Big) * \vec{e}_{z''} \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{31}$$

Als we (29)**,** (30) **en** (28) **invullen in** (28) **vinden we**

$$\vec{v}_d = \begin{Bmatrix} \Big(\omega_i (\frac{1}{4} l_4 \sin\beta - \frac{3}{4} l_3 \cos\beta)\Big) * \vec{e}_{x''} \\ \Big(v_v + \omega_g l_1 + \omega_g (\frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta)\Big) * \vec{e}_{y''} \\ \Big(\omega_i (\frac{1}{4} l_4 \cos\beta + \frac{3}{4} l_3 \sin\beta)\Big) * \vec{e}_{z''} \end{Bmatrix} \tag{32}$$

Door dit te transformeren(door te vermenigvuldigen met T_1) naar het xyz-assenstel vinden we:

$$\vec{v}_d = \begin{Bmatrix} \Big(\omega_i (\frac{1}{4} l_4 \sin\beta - \frac{3}{4} l_3 \cos\beta)\Big) * \vec{e}_x \\ \Big(\big(v_v + \omega_g l_1 + \omega_g (\frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta)\big) \cos\alpha + \sin\alpha \omega_i \big(\frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta\big)\Big) * \vec{e}_y \\ \Big(\big(v_v + \omega_g l_1 + \omega_g (\frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta)\big) \sin\alpha + \cos\alpha \omega_i \big(\frac{1}{4} l_4 \cos\beta + \frac{3}{4} l_3 \sin\beta\big)\Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{33}$$

Nu berekenen we $\vec{a}_d$ met de samengestelde beweging

$$\vec{a}_d = \vec{a}_b + \vec{\alpha_g} \times \vec{r}_{BD} + \omega_g \times (\omega_g \times \vec{r}_{BD}) + \vec{a}_{rel} + 2 * (\omega_g \times \vec{v}_r) \tag{34}$$

We bereken de versnelling van het punt B door middel van samengestelde beweging

door een assenstel dat meebeweegt met de gierbeweging (dus B vast in assenstel dus alle relatieve componenten verdwijnen) en vast aan het punt A:

$$\begin{aligned}\vec{a}_b &= \vec{a}_a + \vec{\alpha}_g \times \vec{r}_{AB} + \vec{\omega}_g \times (\vec{\omega}_g \times \vec{r}_{AB}) + \vec{a}_{rel} + 2(\omega \times \vec{v}_{rel}) \\ &= a_v * \vec{e}_{y'} + (\alpha_g * \vec{e}_{z'} + \omega_g * \frac{d\vec{e}_{z'}}{dt}) \times l_1\vec{e}_{x'} + \omega_g * \vec{e}_{z'} \times (\omega_g * \vec{e}_{z'} \times l_1\vec{e}_{x'}) \\ &= \begin{Bmatrix} -\omega_g^2 l_1 * \vec{e}_{x'} \\ (a_v + \alpha_g * l_1) * \vec{e}_{y'} \\ 0 * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix}\end{aligned} \tag{35}$$

Nu berekenen we $\vec{\alpha}_g \times \vec{r}_{BD}$ en $\vec{\omega}_g \times (\vec{\omega}_g \times \vec{r}_{BD})$. Deze termen worden veroorzaakt door de rotatie van B rond A.

$$\begin{aligned}\vec{\alpha}_g \times \vec{r}_{BD} &= (\alpha_g * \vec{e}_{z'}) \times \begin{Bmatrix} \left(-\frac{1}{4}l_4\cos(\beta) - \frac{3}{4}l_3\sin(\beta)\right) * \vec{e}_{x'} \\ 0 * \vec{e}_{y'} \\ \left(\frac{1}{4}l_4\sin(\beta) - \frac{3}{4}l_3\cos(\beta)\right) * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_{x'} \\ \alpha_g(-\frac{1}{4}l_4\cos(\beta) - \frac{3}{4}l_3\sin(\beta)) * \vec{e}_{y'} \\ 0 * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix}\end{aligned} \tag{36}$$

$$\begin{aligned}\vec{\omega}_g \times (\vec{\omega}_g \times \vec{r}_{BD}) &= \omega_g\vec{e}_{z'} \times \left(\omega_g(\frac{-1}{4}l_4\cos\beta - \frac{3}{4}l_3\sin\beta)\vec{e}_{y'}\right) \\ &= \begin{Bmatrix} \left(\omega_g^2(\frac{1}{4}l_4\cos\beta + \frac{3}{4}l_3\sin\beta)\right) * \vec{e}_{x'} \\ 0 * \vec{e}_{y'} \\ 0 * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix}\end{aligned} \tag{37}$$

Nu berekenen we de versnelling van D gezien als een waarnemer meebewegend met $x''y''z''$ vast in het punt B.

$$\begin{aligned}\vec{a}_{rel} &= \vec{\alpha}_i \times \vec{r}_{BD} + \vec{\omega}_i \times (\vec{\omega}_i \times \vec{r}_{BD}) \\ &= \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ -\omega_g\omega_i & \alpha_i & 0 \\ \frac{-1}{4}l_4\cos\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \sin\beta & 0 & \frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3 * \cos\beta \end{vmatrix} + \\ &\quad \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ 0 & \omega_i & 0 \\ \omega_i(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta) & 0 & (\omega_i(\frac{1}{4}l_4\cos\beta + \frac{3}{4}l_3\sin\beta)) \end{vmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} \left(\alpha_i(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta) + \omega_i^2(\frac{1}{4}l_4\cos\beta + \frac{3}{4}l_3\sin\beta)\right) * \vec{e}_{x'} \\ \left(\omega_g\omega_i(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta)\right) * \vec{e}_{y'} \\ \left(\alpha_i(\frac{1}{4}l_4\cos\beta + \frac{3}{4}l_3\sin\beta) - \omega_i^2(\frac{1}{4}l_4\cos\beta + \frac{3}{4}l_3\sin\beta)\right) * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix}\end{aligned} \tag{38}$$

En tot slot de complementaire versnelling:

$$\begin{aligned}2(\vec{\omega}_g \times \vec{v}_{rel}) &= 2 * \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ 0 & 0 & \omega_g \\ \omega_i(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta) & 0 & -\omega_i(\frac{-1}{4}l_4\cos\beta - \frac{3}{4}l_3\sin\beta) \end{vmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_{x'} \\ \left(2\omega_g\omega_i(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta)\right) * \vec{e}_{y'} \\ 0 * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix}\end{aligned} \tag{39}$$

Als we alle termen samen nemen (in de veronderstelling dat het $x''y''z''$ en het $x'y'z'$ assenstel ogenblikkelijk de zelfde orientataie hebben) vinden we deze uitkomst, die

we door vermenigvuldiging met T1 verder kunnen omvormen naar het xyz-assenstel.

$$= \left\{ \begin{array}{c} \Big(-\omega_g^2 l_1 + \omega_g^2 (\frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 sin\beta) + \alpha_i (\frac{1}{4} l_4 \sin\beta - \frac{3}{4} l_3 \cos\beta) \\ + \omega_i^2 (\frac{1}{4} l_4 \cos\beta + \frac{3}{4} l_3 \sin\beta) \Big) * \vec{e}_{x'} \\ \Big(a_v + \alpha_g l_1 + \alpha_g (-\frac{1}{4} l_4 \cos(\beta) - \frac{3}{4} l_3 * \sin(\beta)) + 3\omega_g \omega_i (\frac{1}{4} l_4 \sin\beta - \frac{3}{4} l_3 \cos\beta) \Big) * \vec{e}_{y'} \\ \Big(\alpha_i (\frac{1}{4} l_4 \cos\beta + \frac{3}{4} l_3 \sin\beta) - \omega_i^2 (\frac{1}{4} l_4 \cos\beta + \frac{3}{4} l_3 \sin\beta) \Big) * \vec{e}_{z'} \end{array} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{array}{c} \Big(-\omega_g^2 l_1 + \omega_g^2 * (\frac{-1}{4} * l_4 * \cos\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \sin\beta) + \alpha_i (\frac{1}{4} * l_4 * \sin\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \cos\beta) \\ + \omega_i^2 * (\frac{1}{4} l_4 \cos\beta + \frac{3}{4} l_3 \sin\beta) \Big) * \vec{e}_x \\ \Bigg(\Big(a_v + \alpha_g l_1 + \alpha_g * (-\frac{1}{4} l_4 \cos(\beta) - \frac{3}{4} l_3 * \sin(\beta)) + 3\omega_g \omega_i (\frac{1}{4} l_4 \sin\beta - \frac{3}{4} l_3 \cos\beta) \Big) \cos\alpha \\ + \Big(\alpha_i * (\frac{1}{4} l_4 \cos\beta + \frac{3}{4} l_3 \sin\beta) - \omega_i^2 (\frac{1}{4} l_4 \cos\beta + \frac{3}{4} l_3 \sin\beta) \Big) * - \sin\alpha \Bigg) * \vec{e}_y \\ \Bigg(\Big(a_v + \alpha_g l_1 + \alpha_g * (-\frac{1}{4} l_4 \cos(\beta) - \frac{3}{4} l_3 \sin(\beta)) + 3\omega_g \omega_i (\frac{1}{4} l_4 \sin\beta - \frac{3}{4} l_3 \cos\beta) \Big) \sin\alpha \\ + \Big(\alpha_i (\frac{1}{4} l_4 \cos\beta + \frac{3}{4} l_3 \sin\beta) - \omega_i^2 (\frac{1}{4} l_4 \cos\beta + \frac{3}{4} l_3 \sin\beta) \Big) \cos\alpha \Bigg) * \vec{e}_z \end{array} \right\} \tag{40}$$

2 Dynamica

2.1 Vraag 1

Bereken de ogenblikkelijke impulsvector en de verandering van de impulsvector van het landingsgestel en die van het wiel.
Uit de defenitie van de impuls vector volgt dat $\vec{p} = m\vec{v}$.

$$\vec{p_c} = m * \vec{v}_c \tag{41}$$

$\vec{p}_d = m * \vec{v}_d$

$$= m * \left\{ \begin{array}{c} \Big(\omega_i (\frac{1}{4} l_4 \sin\beta - \frac{3}{4} l_3 \cos\beta) \Big) * \vec{e}_x \\ \Big(\big(v_v + \omega_g l_1 + \omega_g (\frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta) \big) \cos\alpha + \sin\alpha \omega_i \big(\frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta \big) \Big) * \vec{e}_y \\ \Big(\big(v_v + \omega_g l_1 + \omega_g (\frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta) \big) \sin\alpha + \cos\alpha \omega_i \big(\frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta \big) \Big) * \vec{e}_z \end{array} \right\} \tag{42}$$

Nu bekennen we de verandering van de impulsvector met behulp van
$(\frac{d\vec{p}}{dt}) = m * \vec{a} = \vec{F}_{extern}$

$$(\frac{d\vec{p}_c}{dt}) = m * \vec{a}_c \tag{43}$$

$$\left(\frac{d\vec{p}_d}{dt}\right) = m * \vec{a}_d$$

$$= m * \left\{ \begin{array}{c} \Big(-\omega_g^2 l_1 + \omega_g^2 * (\frac{-1}{4} * l_4 * \cos\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \sin\beta) + \alpha_i(\frac{1}{4} * l_4 * \sin\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \cos\beta) \\ + \omega_i^2 * (\frac{1}{4} l_4 \cos\beta + \frac{3}{4} l_3 \sin\beta)\Big) * \vec{e}_x \\ \Bigg(\Big(a_v + \alpha_g l_1 + \alpha_g * (-\frac{1}{4} l_4 \cos(\beta) - \frac{3}{4} l_3 * \sin(\beta)) + 3\omega_g\omega_i(\frac{1}{4} l_4 \sin\beta - \frac{3}{4} l_3 \cos\beta)\Big)\cos\alpha \\ + \Big(\alpha_i * (\frac{1}{4} l_4 \cos\beta + \frac{3}{4} l_3 \sin\beta) - \omega_i^2(\frac{1}{4} l_4 \cos\beta + \frac{3}{4} l_3 \sin\beta)\Big) * -\sin\alpha\Bigg) * \vec{e}_y \\ \Bigg(\Big(a_v + \alpha_g l_1 + \alpha_g * (-\frac{1}{4} l_4 \cos(\beta) - \frac{3}{4} l_3 \sin(\beta)) + 3\omega_g\omega_i(\frac{1}{4} l_4 \sin\beta - \frac{3}{4} l_3 \cos\beta)\Big)\sin\alpha \\ + \Big(\alpha_i(\frac{1}{4} l_4 \cos\beta + \frac{3}{4} l_3 \sin\beta) - \omega_i^2(\frac{1}{4} l_4 \cos\beta + \frac{3}{4} l_3 \sin\beta)\Big)\cos\alpha\Bigg) * \vec{e}_z \end{array} \right\} \quad (44)$$

2.2 Vraag 2

Bereken de ogenblikkelijke impulsmomentvector en de verandering van de impulsmometvector van het landingsgestel en die van het wiel rond hun respectievelijke massacentra.

$$\vec{L}_c = I(t)\vec{\omega} \quad (45)$$

We berekenen eerst ω_{tot} ten op zichte van het $x''''y'''z''''$-assenstel. Door vermenigvuldiging met $T_1^{-1} * T_2^{-1}$

$$\begin{aligned} \vec{\omega} &= \vec{\omega}_w + \vec{\omega}_g + \vec{\omega}_i \\ &= \left\{ \begin{array}{c} (-\vec{\omega}_w - \vec{\omega}_g sin(\beta))\vec{e}_{x''''} \\ \vec{\omega}_i * \vec{e}_{y''''} \\ \vec{\omega}_g cos\beta(\beta)\vec{e}_{z''''} \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (46)$$

We vullen ω_{tot} nu in in formule (45)

$$\vec{L}_c = \left\{ \begin{array}{c} I_{\omega,x'''',x''''}(-\vec{\omega}_w - \vec{\omega}_g sin(\beta))\vec{e}_{x''''} \\ I_{\omega,y'''',y''''}\vec{\omega}_i * \vec{e}_{y''''} \\ I_{\omega,z'''',z''''}\vec{\omega}_g cos\beta(\beta)\vec{e}_{z''''} \end{array} \right\} \quad (47)$$

Dit resultaat kan gemakkelijk naar het $x'''y'''z'''$ assenstel getransformeerd worden (ogenblikkelijk samenvallend). Vervolgens kan dit omgevormd worden naar het xyz-assenstel door vermenigvuldiging met T2*T1

$$\left(\frac{d\vec{L}_c}{dt}\right) = \left(\frac{d\vec{L}_C}{dt}\right)_{rel} + \vec{\Omega} \times \vec{L}_c \quad (48)$$

Het beschouwde assenstel is het assenstel dat meebeweegt met het wiel.

$$\begin{aligned} \vec{\Omega} \times \vec{L}_c &= \begin{vmatrix} \vec{e}_{x''''} & \vec{e}_{y''''} & \vec{e}_{z''''} \\ -\omega_w - \omega_g \sin\beta & \omega_i & \omega_g \cos\beta \\ L_{c,x''''} & L_{c,y''''} & L_{c,z''''} \end{vmatrix} \\ &= \left\{ \begin{array}{c} \omega_i L_{c,z''''} - \omega_g \cos\beta L_{c,y''''} \\ \omega_g \cos\beta L_{o,x''''} + (\omega_w + \omega_g) L_{c,z''''} \\ -(\omega_w + \omega_g \sin(\beta)) L_{c,y''''} + \omega_i L_{c,x''''} \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\vec{L}_c}{dt}\right)_{rel} &= I\frac{d\vec{\omega}}{dt} \\ &= I \left\{ \begin{array}{c} \Big(\alpha_w - \alpha_g \sin\beta + (-\omega_i\omega_g)\cos\beta\Big)\vec{e}_{x''''} \\ \Big(\alpha_i + \omega_g\omega_w \cos\beta\Big)\vec{e}_{y''''} \\ \Big(\alpha_g \cos\beta - \omega_i\omega_g \sin\beta - \omega_i\omega_w\Big)\vec{e}_{z''''} \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (50)$$

want

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \alpha_g \vec{e}_{z'} + \alpha_i \vec{e}_{y''} + (-\omega_i\omega_g)\vec{e}_{x''} + \alpha_w \vec{e}_{x'''} + \begin{Bmatrix} -\sin\beta \vec{e}_{x''''}\vec{e}_{x''''} \\ \cos\beta\omega_g\omega_w\vec{e}_{y''''} \\ -\cos\beta\omega_i\omega_w\vec{e}_{z''''} \end{Bmatrix}$$
$$= \begin{Bmatrix} \alpha_w - \alpha_g + (-\omega_i\omega_g)\cos\beta\vec{e}_{x''''} \\ \alpha_i + \cos\beta\omega_g\omega_w\vec{e}_{y''''} \\ \alpha_g\cos\beta + (-\omega_i\omega_g)\sin\beta - (\omega_i\omega_g)\vec{e}_{z''''} \end{Bmatrix} \tag{51}$$

$$\left(\frac{d\vec{L}_c}{dt}\right) = \begin{Bmatrix} \omega_i\omega_g\cos\beta(I_{z'''',z''''} - I_{y'''',y''''}) \\ \omega_g\cos\beta(\omega_w + \omega_g\sin\beta)(I_{z'''',z''''} - I_{x'''',x''''}) \\ (\omega_i + \omega_g\sin\beta)\omega_i(I_{x'''',x''''} - I_{y'''',y''''}) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} I_{x'''',x''''}(\alpha_w - \alpha_g\sin\beta + (-\omega_i\omega_g))\cos\beta \\ I_{y'''',y''''}(\alpha_i + \omega_g\omega_w\cos\beta) \\ I_{z'''',z''''}(\alpha_g\cos\beta - \omega_i\omega_g\sin\beta - \omega_i\omega_w) \end{Bmatrix} \tag{52}$$

Nu herhalen we alles voor het punt D.

$$\vec{L}_d = I(t)\vec{\omega} \tag{53}$$

We berekenen eerst ω_{tot} ten op zichte van het $x'''y'''z'''$-assenstel

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_g + \vec{\omega}_i$$
$$= \begin{Bmatrix} (-\vec{\omega}_g sin(\beta))\vec{e}_{x'''} \\ \vec{\omega}_i * \vec{e}_{y'''} \\ \vec{\omega}_g cos\beta(\beta)\vec{e}_{z'''} \end{Bmatrix} \tag{54}$$

Nu kunnen we ω_{tot} invullen in formule (53).

$$\vec{L}_d = \begin{Bmatrix} I_{l,x''',x'''}(-\vec{\omega}_g sin(\beta))\vec{e}_{x'''} \\ I_{l,y''',y'''}\vec{\omega}_i * \vec{e}_{y'''} \\ I_{l,z''',z'''}\vec{\omega}_g cos\beta(\beta)\vec{e}_{z'''} \end{Bmatrix} \tag{55}$$

Dit kunnen we verder transformeren naar het xyz assenstel door te vermenigvuldigen met T2*T1 (zie begin).

$$\left(\frac{d\vec{L}_d}{dt}\right) = \left(\frac{d\vec{L}_d}{dt}\right)_{rel} + \Omega \times \vec{L}_d \tag{56}$$

We berekenen nu eerst $\left(\frac{d\vec{L}_d}{dt}\right)_{rel}$.

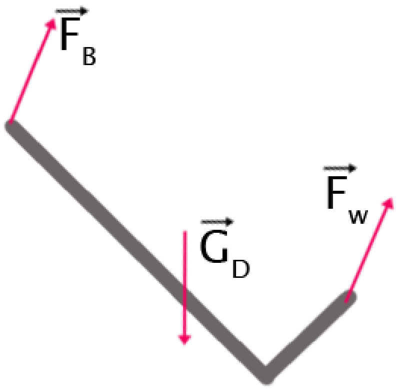
$$\left(\frac{d\vec{L}_d}{dt}\right)_{rel} = I\vec{\omega}$$
$$= I * \begin{Bmatrix} (-\alpha_g\sin\beta - \omega_i\omega_g\cos\beta)\vec{e}_{x'''} \\ \alpha_i\vec{e}_{y''} \\ (\alpha_g\cos\beta - \omega_i\omega_g\sin\beta)\vec{e}_{z'''} \end{Bmatrix} \tag{57}$$

$$\Omega \times \vec{L}_d = \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'''} & \vec{e}_{y'''} & \vec{e}_{z'''} \\ -\omega_g\sin\beta & \omega_i & \omega_g\cos\beta \\ L_{d,x'''} & L_{d,y'''} & L_{d,z'''} \end{vmatrix}$$
$$= \begin{Bmatrix} \Big(\omega_i L_{d,z'''} - \omega_g\cos\beta L_{d,y'''}\Big)\vec{e}_{x'''} \\ \Big(\omega_g\cos\beta L_{d,x'''} + \omega_g\sin\beta L_{d,z'''}\Big)\vec{e}_{y'''} \\ \Big(-\omega_g\sin\beta L_{d,y'''} - \omega_i L_{d,x'''}\Big) \end{Bmatrix}$$
$$= \begin{Bmatrix} \Big(\omega_i\omega_g\cos\beta(I_{l,z''',z'''} - I_{l,y''',y'''})\Big)\vec{e}_{x'''} \\ \Big(\omega_g\cos\beta\sin\beta(I_{l,z''',z'''} - I_{l,x''',x'''})\Big)\vec{e}_{y'''} \\ \Big(\omega_i\omega_g\sin\beta(I_{l,x''',x'''} - I_{l,y''',y'''})\Big)\vec{e}_{z'''} \end{Bmatrix} \tag{58}$$

$$\left(\frac{d\vec{L}_d}{dt}\right) = \begin{Bmatrix} \Big(\omega_i\omega_g \cos\beta(I_{l,z''',z'''} - I_{l,y''',y'''})\Big)\vec{e}_{x'''} \\ \Big(\omega_g \cos\beta \sin\beta(I_{l,z''',z'''} - I_{l,x''',x'''})\Big)\vec{e}_{y'''} \\ \Big(\omega_i\omega_g \sin\beta(I_{l,x''',x'''} - I_{l,y''',y'''})\Big)\vec{e}_{z'''} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} (-\alpha_g \sin\beta - \omega_i\omega_g \cos\beta)I_{l,x''',x'''}\vec{e}_{x'''} \\ \alpha_i I_{l,y''',y'''}\vec{e}_{y''} \\ (\alpha_g \cos\beta - \omega_i\omega_g \sin\beta)I_{l,z''',z'''}\vec{e}_{z'''} \end{Bmatrix} \tag{59}$$

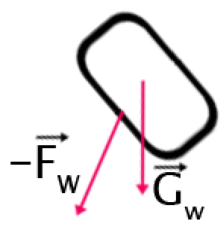
2.3 Vraag 3

Bereken de kracht $\vec{F}_B$ uitgeoefend door het landingsgestel op het aanhechtingspunt met de vleugel.



Figuur 1: Vrijlichaamsdiagram Landingsgestel

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F} = \vec{F}_B + \vec{F}_W + \vec{G}_D \tag{60}$$



Figuur 2: Vrijlichaamsdiagram Wiel

Voor het wiel geldt dan:

$$\frac{d\vec{p}_W}{dt} = \vec{G}_W - \vec{F}_W \tag{61}$$

$$\vec{F}_W = \vec{G}_W - \frac{d\vec{p}_W}{dt} \tag{62}$$

Voor het landingsgestel in totaal geldt dan:

$$\frac{d\vec{p}_D}{dt} = \vec{F}_B + \vec{F}_W + \vec{G} \tag{63}$$

$$\vec{F}_B = \frac{d\vec{p}_D}{dt} + \frac{d\vec{p}_W}{dt} - \vec{G}_D - \vec{G}_W \tag{64}$$

Waarbij $\frac{d\vec{p}_D}{dt}$ en $\frac{d\vec{p}_W}{dt}$ gekend zijn van vraag 2 van Dynamica en $\vec{G}_D$ en $\vec{G}_W$ de zwaartekrachten op het landingdingsgestel en het wiel zijn.

2.4 Vraag 4

Bereken de moment $\vec{M}_B$ uitgeoefend door het landingsgestel op het aanhechtingspunt met de vleugel.

$$\frac{d\vec{L}_B}{dt} = \frac{d\vec{L}_D}{dt} + \vec{r}_{BD} \times m_{landingsgestel}\vec{a}_D \tag{65}$$

$$\vec{r}_{BD} = T_2 * T1 * \vec{r''}_{BD} = \begin{Bmatrix} \Big(\cos\beta\big(\frac{3}{4}l_3\sin(\beta) - \frac{1}{4}l_4\cos(\beta)\big) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\big(-\frac{3}{4}l_3\cos(\beta) + \frac{1}{4}l_4\sin(\beta)\big)\Big) * \vec{e}_x \\ \Big(-\sin\alpha\big(-\frac{3}{4}l_3\sin(\beta) + \frac{1}{4}l_4\cos(\beta)\big)\Big) * \vec{e}_y \\ \Big(\sin\beta\big(-\frac{3}{4}l_3\sin(\beta) + \frac{1}{4}l_4\cos(\beta)\big) + \cos\alpha\cos\beta\big(-\frac{3}{4}l_3\sin(\beta) + \frac{1}{4}l_4\cos(\beta)\big)\Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{66}$$

$$\vec{r}_{BC} = T_2 * T_1 * \vec{r''}_{BC} = \begin{Bmatrix} \Big(\cos\beta\big(l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\big) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\big)\Big) * \vec{e}_x \\ -\sin\alpha\big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\big) * \vec{e}_y \\ \Big(\sin\beta\big(-l_3\sin(\beta) + l_4\cos(\beta)\big) + \cos\alpha\cos\beta\big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\big)\Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{67}$$

$$\vec{M}_B = \frac{d\vec{L}_B}{dt} + \vec{r}_{BC} \times m_{wiel}\vec{a}_C + \frac{d\vec{L}_{wiel}}{dt} + \vec{r}_{BD} \times \vec{G}_D + \vec{r}_{BC} \times \vec{G}_C \tag{68}$$

2.5 Vraag 5

Het aandrijfmoment dat de actuator in het punt B moet leveren om het landingsgestel in te klappen.
De actuator kan enkel een moment in de y''-richting uitoefenen.

$$\vec{M''}_B = \vec{T}_1^{-1}\vec{M}_B \tag{69}$$

Het resultaat is dan de y component van $-\vec{M''}_B$:

3 Besluit

De case vormde een grote uitdaging voor ons. Vooral omdat we alles met de hand uitgerekend hebben, werd het vaak complex. Omdat Pieter Appeltans een ernstige esdoornallergie heeft gebruiken we geen Maple. Daarom is er bij de laatste vragen ook niets verder uitgewerkt omdat dit te complex wordt.