Exos de révision pour l'UE "$\mathbb{N}$"

$\mathcal{F}.\mathcal{J}$

15 janvier 2024

Exercice 1. On appelle ensemble des nombres naturels un triplet constitué ...

— (P_a)...

— (P_b)...

— (P_c)...

Attention :

à ce stade l'addition n'a pas encore été définie, donc $n + 1$ est juste une notation

Exercice 2. Montrer le principe de récurrence.

Exercice 3. Rappeler la définition d'un ensemble infini.

Exercice 4. Montrer que le triplet $(\mathbb{N}, 0, S)$ est infini (on suppose qu'il existe).

Exercice 5 (*). Montrer le théorème de structure pour les entiers.

Exercice 6. Rappeler la définition des entier de Von Neumann.

Exercice 7. Rappeler la définition d'un ensemble dénombrable.

Définition 1. Soit n et m, dex entiers.
On dit que n est **strictement plus petit** que m et on note $n < m$ si $n \in m$, *i.e* avec la définition récursive des entiers, si $n \in \{0, 1, ..., m - 1\}$.

Exercice 8. Montrer que si n et m sont deux entiers tels que $n \in m$, alors $n \subset m$ (*i.e* avec la définition récursive des entiers, si $n \in \{0, 1, ..., m-1\}$, alors $\{0, 1, ..., n-1\} \subset \{0, 1, 2, ..., m-1\}$).

Exercice 9. Montrer que pour tout entier n, $n < n + 1$ et les entiers plus petit que $n + 1$ sont exactement n et les entiers qui sont plus petits que n. (remarque : en particulier, il n'y a auncun entier a satisfaisant $n < a < n + 1$).

Exercice 10. Montrer que pour tout $n \neq 0,\ n > 0$.

Exercice 11. Rappeler la définition d'une relation d'ordre.

Exercice 12. Rappeler la définition d'un ensemble bien ordonné.

Exercice 13. Rappeler la définition d'ordre partiel/total

Exercice 14. Montrer que la relation leq sur l'ensemble $\mathbb{N}$ est un ordre total.

Exercice 15. Montrer que l'ensemble $\mathbb{N}$ muni de l'ordre total est un ensemble bien ordonné.
Donner le nom de la relation $\leq$.