

# Exo Calcul Diff

$\mathcal{F}.\mathcal{J}$

25 décembre 2023

On pourrait écrire naïvement  $f(x) - f(a) \underset{x \rightarrow a}{\approx} f'(a)(x - a)$ ; ce qui se traduirait par le fait qu'au voisinage de  $a$ , la différence d'ordonnées est à peu près proportionnelle à la différence d'abscisses...

L'application  $df_a$  qui nous permet de passer d'une différence d'abscisse à une différence d'ordonnée est appelée différentielle.

**Définition 1.** Soit  $f : (E, \|\cdot\|_E) \rightarrow (F, \|\cdot\|_F)$ , soit  $x_0 \in E$ ,  $f$  est différentiable en  $x_0$  si et seulement si  $\exists L \in \mathcal{L}(E, F)$  telle que

$$f(x) = f(x_0) + L_{x_0}(x - x_0) + \|x - x_0\|\epsilon(x)$$

avec  $\epsilon$  une fonction évanescence, (i.e  $\epsilon \rightarrow 0$  quand  $x \rightarrow x_0$ ).

## ⚠Attention :

- ☞ Différentiable  $\Rightarrow$  continuité;
- ☞ Mais l'existence de dérivées partielles ou directionnelles n'implique pas la continuité (ni l'inverse d'ailleurs).

**Exercice 1.** Soit  $f$  bilinéaire de  $E \times E \rightarrow \mathbb{R}$ , étudier la différentiabilité de  $f$ .