Exo Wims

Floryan JOURDAN

16 octobre 2023

Ex. 1 — Soit E un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^{30}$ défini par un système linéaire de 20 équations. Alors $dim(E)$ est .... égale à .... .

Ex. 2 — Soit E un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^{38}$ engendré par 20 vecteurs. Alors $dim(E)$ est .... égale à ..... .

Ex. 3 — Soit E un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^{37}$ défini par un système linéaire de 7 équations. Alors $dim(E)$ est ...... égale à .... .

Ex. 4 — Soit E un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^{47}$ défini par un système linéaire de 3 équations indépendantes. Alors $dim(E)$ est ..... égale à .... .

Answer (Ex. 4) — en fait on considère le sous-espace vectoriel $E = \{(x_1, ..., x_{47}) \mid L_1(x) = 0, ..., L_3(x) = 0\}$, on peut voir E comme le noyau d'une application linéaire de $\mathcal{L}(\mathbb{R}^{47}, \mathbb{R}^3)$, on applique donc le théorème du rang pour connaître la dimension du noyau, notons f cette application : $dim(E) = dim(Ker(f)) = dim(\mathbb{R}^{47}) - dim(\mathbb{R}^3) = 47 - 3 = 44$.

Ex. 5 — Soit E un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^{23}$ engendré par 12 vecteurs non proportionnels. ALors $dim(E)$ est .... égale à .... .

Answer (Ex. 5) — E est engendré par 12 vecteurs non proportionnels, i.e deux à deux, donc ils peuvent être linéairements dépendants tous ensemble, la dimension est donc au plus 12.

Ex. 6 — Soit E un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^{27}$ défini par un système linéaire de 13 équations différentes. Alors $dim(E)$ est ..... égale à .... .

Ex. 7 — Soit (e_1, e_2, e_3) une base de $\mathbb{R}^3$. Les composantes d'un vecteur dans cette base sont notées (x, y, z). On considère le plan P d'équation $5x+2y = 0$ et la droite D engendrée par le vecteur $2e_2 - e_1$.

Décomposez le vecteur $w = e_1 - 5e_2 + 3e_3$ comme somme d'un vecteur u de P et d'un vecteur v de D.