Diff simmetrica (S1\S2) \cup (S2\S1)

Funzioni \quad **Funzione** \forall x \in Dom \exists un y per cui f(x)=y \quad **Dom** \subeq Part \quad **Codom** \subeq Arrivo \quad **Iniettiva** \forall a,b se a \not \equals b allora f(a) \not \equals f(b) \quad **Suriettiva** \forall y \in Arrivo \exists x \in Part tale che f(x) = y \quad **Inversa** solo se iniettiva \quad **Composta** (g o f)(x) = g(f(x)) \quad **Caratteristica** f(x) = 1 per x \in S, 0 per x \not \in S \quad **Piccionaia Def** Per ogni n non esiste una funzione biunivoca tra S,T con T \in S e con |S|=n \quad **Piccionaia Prop** se f: S \rightarrow T è biunivoca, |S|=|T|

Matrici \quad **Join** \sqcup, 1 se a=1 o b=1 \quad **Meet** \sqcap, 1 se a=1 e b=1

Grafi \quad **Lunghezza cammino** numero archi, numero nodi-1 \quad **DAG** senza cicli, si scende verso il basso

Relazioni \quad **D'equivalenza** riflessiva, simmetrica, transitiva \quad **Classe di equivalenza** [x] = {y|\langle x,y \rangle \in R}

Strutture relazionali \quad **SR** \langle Ins,Rel,Rel2 \rangle \quad **Preordine** riflessiva, transitiva \quad **Quasi-ordine** irriflessiva, transitiva \quad **Poset aka Ordine Parziale** riflessiva, simmetrica, transitiva \quad **Ordinamento** \forall x,y \in S una sola tra x=y, \langle x,y \rangle \in R, \langle y,x \rangle \in R. Tutti gli elementi sono confrontabili \quad **Ordinamento esempio** \lteq sull'insieme N

Estremali (solo per poset) \quad **Massimale** non esiste elemento più grande \quad **Minimale** non esiste elemento più piccolo \quad **Minorante** di X \in S, s \lteq \forall x \in X \quad **Massimo minorante** il minorante più grande tra tutti i minoranti \sqcap X \quad **Maggiorante** di X \in S, \forall x \in X, x \lteq s \quad **Minimo maggiorante** il maggiorante più piccolo tra tutti i maggioranti \sqcup X \quad *Massimo** elemento piu' grande di tutti gli altri \quad *Minimo** elemento piu' piccolo di tutti gli altri

Reticoli \quad **Reticolo** poset in cui per ogni x,y esistono un minimo maggiorante (aka \sqcup join) e un massimo minorante (aka \sqcap meet) \quad **Completo** Ogni sottoinsieme ha un minimo maggiorante e un massimo minorante \quad **Limitato** Il reticolo ha un minimo e un massimo assoluto \quad **Distributivo** Valgono le proprietà distributive \quad **Complemento di un elemento** a' è complemento di a se a \sqcup a = \underline{1} e a \sqcap a = \underline{0} \quad **Unicità complemento** In un reticolo distributivo limitato se a ha un complemento questo è unico

Algebra di Boole \quad **Definizione** Reticolo distributivo limitato e complementato. \quad **Definizione assiomatica** B è un insieme, un'algebra di Boole è una sestupla \langle B, \sqcup, \sqcap,',\underline{0},\underline{1} \rangle \quad **Assiomi algebra di Boole** Commutativa, Distributiva, x \sqcup \underline{0} = x, x \sqcap \underline{1} = x, x \sqcup x' = \underline{1}, x \sqcap x' = \underline{0}, \underline{1} \not \equals \underline{0} \quad **Duale** scambia \sqcup con \sqcap e \underline{0} con \underline{1} \quad **Proprietù algebra di Booble** x \sqcap 0 = 0, x \sqcup 1 = 1, Assorbimento, Associativa, De Morgan, 0' = 1, 1' = 0, x \sqcap y = (x' \sqcup y')', x \sqcup y = (x' \sqcap y')' \quad **De Morgan** (x \sqcap y)' = x' \sqcup y' | (x \sqcup y)' = x' \sqcap y'

Induzione \quad **Completa** A(n) = asserzione su N, supponiamo A(0) vera e supponiamo vera \forall m \in N, m \gt 0, se A(k) è vera \forall k, 0 \lteq k \lt m, ne segue che A(m) è vera allora A(n) è vera \forall n \in N, n \gteq 0

Stringhe \quad \epsilon =Stringa vuota, A=Alfabeto \quad A0 = {\epsilon} \quad A1 = A \quad A2 = {O | O=a \circ O' con a \in A e O' \in A1}

Logica \quad **FBF di L** Induttivo: se A \in Atom allora A \in FBF; se A \in F e * è op. unario allora *A \in FBF; se A \in F e B \in F e \circ è un op. binario allora A \circ B \in FBF \quad **Unicità scomposizione** \forall A \in FBF vale una: A \in Atom; \exists op. unario * e una formula B tale che A = *B; \exists op. binario \circ e due formule B e C tale che A = B \circ C \quad **Logica** Una logica Log è definita da: Alf, un insieme di simboli; FBF, FBF \sub Log; Ax, Ax \sub FBF, insieme degli assiomi di Log; R, insieme di Relazioni tra le formule, regole di inferenza. \quad **Interpretazione**, associare una semantica, determinare contesto di interpretazione, attraverso la funz. di interpretazione \quad **Insieme B** insieme dei valori di verità \quad **Insieme T** insieme designato a rappresentare il vero \quad **Funzione di interpretazione** che mappa in B \quad **Modella** M è una struttura e si dice che M \models A se M rende vera A.

Logica Proposizionale \quad **Alfabeto**: connettivi (unari e binari), costanti (\top e \bot), simboli proposizionali, simb. separatori (e) \quad **Formule Ben Formate**, aka Prop, adatta la def in *Logica* \quad **Atomi** costanti e simboli proposizionali (detti letterali) \quad **Sottoformule** Se A è atomo A è sottoformula di se stessa; Se A è una formula del tipo \not B le sue sottoformule sono A e le sottoformule di B; Se A è del tipo B \circ C le sue sottoformule sono A, le sottoformule di B e di C \quad **Assegnazione boolena**, Funz Totale V: P \rightarrow {0,1} \quad **Valutazione boolena**, Iv: Prop \rightarrow {0,1} cioè estensione a Prop di un assegnazione booleana

Proprietà \quad **Idempotenza** a \cup a = a | a \cap a = a \quad **Commutatività** a \cup b = b \cup a | a \cap b = b \cap a \quad **Associatività** a \cup (b \cup c) = (a \cup b) \cup c | a \cap (b \cap c) = (a \cap b) \cap c \quad **Assorbimento** a \cup (a \cap b) = a | a \cap (a \cup b) = a \quad **Distributiva** a \cap (b \cup c) = (a \cap b) \cup (a \cap c) | a \cup (b \cap c) = (a \cup b) \cap (a \cup c)

Altro \quad **Ordine lessicografico** A=Alfabeto, A=*UnivLinguistico (aka sequenze di lettere), Definiamo \lt su A* \times A*: w1,w2 \in A* con w1 = \langle a1,a2,..,an\rangle e ww = \langle b1,b2,..,bn \rangle e sia m = min(lun1,lun2), w1 \lt m2 in A* se \langle a1,a2,..am \rangle \lt \langle b1,b2,..,bn \rangle in A^m oppure \langle a1,a2,..,an \rangle = \langle b1,b2,..,bn \rangle e lun1 \lt lun2 \quad **Buon Ordinamento** Un ordine totale \langle S, \lteq \rangle è detto buon ordinamento se e solo se qualunque sottoinsieme non vuoto X \subseteq S ha un elemento minimo. aka Ogni sottoinsieme dei numeri naturali possiede un elemento minimo.