

5.1 Betragt funktionen $f(x, y) = \sqrt{4xy - 3y^2}$

- a) Bestemt definitionsområdet D_f . Skitser (uden Maple) D_f i et xy -diagram.

...

- b) Lav (med Maple) et `plot3d` af funktionen $4xy - 3y^2$, og sammensæt dette med et plot af xy -planen, således at uligheden $4xy - 3y^2 \geq 0$ illustreres.

...

- c) Bestem (uden Maple) $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h, rh)}{h}$ for alle $r \in [0, \frac{4}{3}]$.

...

5.2 Betragt funktionen $f(x) = x^4 + 7x^2 - 2$.

- a) Bestem alle Taylorpolynomierne omkring $x = 1$ for funktionen (uden Maple).

...

- b) Indtegn (med Maple) resultatet fra (a) i et plot, som viser grafen for f samt de tre Taylorpolynomier T_1f , T_2f og T_3f . Vælg f. eks. x -intervallet $[-3, 3]$.

...

5.3 Betragt den naturlige logaritmefunktion $f(x) = \ln x$, og lad $T_n \ln$ være Taylorpolynomiet af grad n omkring $x = 1$. Benyt formelen (side 586) for den n -te afledte af \ln , $f^{(n)}(x) = (-1)^{n-1}(n-1)!x^{-n}$.

- a) Plot (med Maple) graferne for \ln , $T_9 \ln$ og $T_{49} \ln$ i et fælles plot.

...

- b) Argumentér, ud fra Taylors formel med restled, for at $|R_n \ln x| = |\ln x - T_n \ln x| \leq \frac{1}{n+1}(x-1)^{n+1}$ for $x > 1$. Udregn (med Maple), for $x = 2$, $x = 1.9$ og $x = 2.1$, værdien af $T_{49} \ln x$ og sammenlign med $\ln x$ (også udregnet i Maple). Check uligheden ovenfor. Forklar forskellen mellem tilfældene $x < 2$ og $x > 2$.

...