9.1 Tegn en skitse af mængden

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \le y \le 2, 1-y \le x \le 1\} \tag{1}$$

som her er opskrevet på formen (5.2) fra bogens side 154.

Udregn planintegralet af x^2y over D som et itereret integral med integration mht. x inderst.

Opskriv dernæst den samme mængde D på lærebogens form (5.1) og udregn det samme planintegral, nu med integration mht. x yderst.

Illustrer ved brug af Maple den figur, hvis rumfang integralet udtrykker.

Først identificerer vi delelementerne af (5.2) formen

$$c = 0 \quad d = 2 \quad v(y) = 1-y \quad h(y) = 1 \tag{2}$$

Så opstiller og beregner vi planintegralet af x^2y over D som et itereret integral med x inderst, ud fra sætning 5.2 TK, pkt. 2

$$\int_0^2 \left(\int_{1-y}^1 x^2y\, dx \right) dy = \frac{4}{5} \tag{3}$$

I Maple skriver jeg da

```
c := 0; d := 2;
v := y -> 1 - y; h := y -> 1;

Fx := Int(y*x^2, x=v(y)..h(y))
Int(Fx, y=c..d)
```

Hvilket giver $\frac{4}{5}$, som angivet i ligningen ovenfor.

Omskriver vi (1) fra til lærebogens form (5.1) har vi

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \le x \le 1, 1 \le y \le x+1\} \tag{4}$$

hvilket vi da kan opstille integralet for, jvf. sætning 5.2 TK, pkt. 1

$$\int_{-1}^1 \left(\int_{x+1}^2 x^2y\, dy \right) dx = \frac{4}{5} \tag{5}$$

I Maple skriver ligeledes

```
a := -1; b := 1;
u := x -> x + 1; o := x -> 2;

Fy := Int(y * x^2, y=u(x)..o(x))
Int(Fy, x=a..b)
```

Hvilket igen giver $\frac{4}{5}$, som angivet i ligningen ovenfor.

9.2 Udregn både ved brug af kartesiske koordinater og ved brug af polære koordinater planintegralet $\int_D x^2 dA$, når D er den halve cirkelskive

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 0, -\sqrt{1-x^2} \leq y \leq \sqrt{1-x^2}\} \tag{6}$$

...

9.3 Udtryk mængden

$$R = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq y, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\} \tag{7}$$

i sfæriske koordinater, og udregn derefter rumintegralet af funktionen $f(x, y, z) = y$ over R.

...