3.1 Lad $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{\cos x}{\sin x}$ for alle $x \in \mathbb{R}$ med $x \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}$.

Til følgende opgaver defineres følgende erklæres følgende udsagn i Maple.

```
f := x -> (1/x) - cos(x)/sin(x)
```

a) Find grænseværdierne $\lim_{x\to 0+} f(x)$, $\lim_{x\to\pi-} f(x)$ først med og dernæst uden Maple.

I Maple skriver vi følgende

```
limit(f(x), x=0, right);
limit(f(x), x=pi, left);
```

og får resultaterne 0 hhv. $\frac{1}{\pi} - \frac{\cos\pi}{\sin\pi}$.

Ved håndregning benytter vi reglen $\lim_{x\to a} f(x) + g(x) = \lim_{x\to a} f(x) + \lim_{x\to a} g(x)$, og ser at førsteledet $\lim_{x\to 0+} \frac{1}{x} = \infty$ og $\lim_{x\to 0+} \frac{\cos x}{\sin x} = -\infty$ [TODO: UDDYB]. Vi har derfor, at $\lim_{x\to 0+} f(x) = \infty - \infty = 0$.

b) Vis, at f er strengt voksende i hvert interval $(n\pi, (n+1)\pi)$. Uligheden $|\sin x| < |x|$ for $x \neq 0$ kan benyttes uden bevis (den er vist i TLO side 240).

...

c) Bevis, at ligningen $f(x) = 0$ ikke har nogen løsninger i $(0, \pi)$, og at den har præcis én løsning i $(\pi, 2\pi)$. Benyt Maple til at finde en approksimering til denne løsning.

...

3.2 En funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ defineres ved (1)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-x^2}{(x-1)(x-3)} & x \in (-\infty; 1) \cup (3; \infty) \\ x & x \in [1; 3] \end{cases} \tag{1}$$

I Maple har jeg erklæret funktionen, som følger

```
c1 := x -> x < 1 or x > 3
c2 := x -> 1 <= x <= 3

f1 := x -> (1 - x^2) / ((x - 1)(x - 3))
f2 := x -> x

f  := x -> piecewise(c1(x), f1(x), c2(x), f2(x))
```

a) Lav i Maple et plot af et udsnit af grafen for f, der giver et retvisende og oplysende billede af funktionens overordnede opførsel.