

数理計画法 到達度評価試験

2018 年 1 月 17 日 10:40 ~ 11:40

解答はすべて解答用紙 (両面印刷) の指定された欄に記入せよ。なお、試験の満点は 110 点である。

[1](20 点) 次の線形計画問題

$$\begin{array}{ll}\text{最小化} & x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 \\ \text{制約} & x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 4 \\ & x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 = 5 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0\end{array}$$

において、すべての実行可能基底解を求めよ。

[2](45 点) 次の線形計画問題を考える。

$$\begin{array}{ll}\text{最小化} & -4x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 5x_4 \\ \text{制約} & x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 5 \\ & x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 \leq 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0\end{array}$$

- (1) この問題にスラック変数を追加して、(等式) 標準形に変換せよ。
- (2) (1) の (等式) 標準形 LP に対して単体法を適用して最適解を求めよ。解答に際しては、途中経過がわかるように、単体表を作成すること。
- (3) (1) の (等式) 標準形 LP の双対問題を書け。
- (4) (3) の双対問題の最適解を求めよ。

[3](25 点) 次の線形計画問題に対して 2 段階 (単体) 法を適用することを考える。

$$\begin{array}{ll}\text{最小化} & 2x_1 - 3x_2 \\ \text{制約} & 2x_1 + x_2 \geq 3 \\ & x_1 + x_2 \geq 2 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\end{array}$$

- (1) この問題にスラック変数を追加して、(等式) 標準形に変換せよ。
- (2) (1) の (等式) 標準形 LP に対して補助変数 (人為変数) を導入して第 1 段階の (人工) 問題を作成せよ。作成した問題の目的関数は補助変数を含まない形にすること (単体法は適用しなくてよい)。
- (3) この問題の実行可能領域を図示し、図を利用して実行不可能、最適解を持つ、非有界、のいずれであることを判定せよ。

[4](20 点) 次の線形計画問題を考える。

$$\begin{array}{ll}\text{最小化} & x_1 - 4x_2 - 6x_3 \\ \text{制約} & -x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 5 \\ & -x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 1 \\ & x_1 - x_2 + x_3 \leq 2 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0\end{array}$$

この線形計画問題に対し、

$$x_1^* = 5, x_2^* = 3, x_3^* = 0$$

が最適解であることを判定せよ。判断の根拠も述べること。

ヒント：相補性条件を利用するとよい。