院、系领导审批并签名		A 卷

广州大学 2011-2012 学年第一学期考试卷

课 程：高等数学Ⅰ1（90 学时）　　　考 试 形 式：闭卷考试

学院:____________ 专业班级:__________ 学号:____________ 姓名:___________

题　次	一	二	三	四	五	六			总 分	评卷人
分　数	30	24	18	10	6	12			100	
得　分										

一．填空题（每空 2 分，本大题满分 30 分）

1．曲线 $y=\dfrac{x}{x+1}\cos\dfrac{1}{x}$ 有水平渐近线 $y=$______和铅直渐近线 $x=$______.

2．设 $f(x)=(1+2x)^{\frac{1}{x}}$，则 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=$______， $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=$______.

3．设 $y=x^2-x$，当 $x=2$，$\Delta x=0.01$ 时，$\Delta y=$_______，$\mathrm{d}y=$_______.

4．设 $\begin{cases}x=\sin t\\ y=t\sin t+\cos t\end{cases}$，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=$_______， $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$_______.

5．若点 $(1,\ 2)$ 为曲线 $y=ax^3-6x^2+b$ 的拐点，则常数 $a=$______，$b=$______.

6．设 $f(x)=\begin{cases}e^{2x}+bx+a, & x\le 0\\ x^2\sin\dfrac{1}{x}, & x>0\end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续且可导，则常数 $a=$______，$b=$______.

7．设 $f(x)=\int_{-1}^{x}\sin t^3\,\mathrm{d}t$，则 $f(1)=$_____， $f'(x)=$_____， $f^{(10)}(0)=$_____.

二．解答下列各题（每小题 8 分，本大题满分 24 分）

1．求函数 $y=\arcsin\sqrt{1-x^4}$ 的一阶和二阶导数.

2．求曲线 $y^3+(x-1)y+x^3=9$ 在点 $x=1$ 处的切线方程.

3．求函数 $f(x)=e^x\cos x$ 的极大值和极小值.

三．计算下列积分（每小题 6 分，本大题满分 18 分）

1. $\int \dfrac{x\arctan x^2}{x^4+1}\,\mathrm{d}x$.

2. $\int_0^1 \dfrac{1}{\sqrt{(4-x^2)^3}}\,\mathrm{d}x$.

3. $\int_1^{+\infty} \dfrac{\ln x}{x^2}\,\mathrm{d}x$.

四.（本题满分 10 分）

求函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^{x}-1}+\arctan\dfrac{1}{x-1}$ 的间断点，并判别其类型.

五.（本题满分 6 分）

设 $f(x)$ 在 $[0,\ 1]$ 上连续，在 $(0,\ 1)$ 内可导，且 $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=0$. 证明：在 $(0,\ 1)$ 内存在 ξ，满足 $f(\xi)+\xi f'(\xi)=0$.

六．（本题满分 12 分）

设曲线 $y=ax^2\ (a>0,\ x\geq 0)$ 与 $y=1-x^2$ 交于点 A，过坐标原点 O 和点 A 的直线与曲线 $y=ax^2$ 围成一平面图形．问 a 为何值时，该图形绕 x 轴旋转一周所得的旋转体体积最大？