院、系领导 审批并签名		A 卷

广州大学 2012-2013 学年第一学期考试卷

课 程：高等数学Ⅰ1 **考 试 形 式：闭卷考试**

学院:____________ 专业班级:__________ 学号:____________ 姓名:___________

题 次	一	二	三	四	五	六	七		总 分	评卷人
分 数	30	18	12	15	5	10	10		100	
得 分										

一．填空题（每小题 3 分，本大题满分 30 分）

1．曲线 $y=\sqrt{x^2+x}-x$ 有水平渐近线________.

2．已知当 $x\to 0$ 时，$1-\cos 2x$ 与 ax^2 是等价无穷小，则常数 $a=$______.

3．设 $f(x)=\left(1+2x\right)^{\frac{1}{x}}$，若定义 $f(0)=$______，则 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续.

4．设 $y=x\sin x+\cos x$，则 $\mathrm{d}\,y=$____________.

5．设 $\begin{cases} x=t^2+2t \\ y=t^3-3t \end{cases}$，则 $\dfrac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,x}=$____________.

6．函数 $y=2\sqrt{x}-x$ 在区间________上单调增加.

7．曲线 $y=x^3-x^2$ 的凹区间为________.

8．设 $1-\cos x$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，则 $f^{(10)}(x)=$________.

9．$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{x^2-1}\displaystyle\int_{-1}^{x} t\sqrt{1+t^4}\,\mathrm{d}t=$______.

10．质点以速度$t\sin(t^2)$米/秒作直线运动，则从时刻$t_1=0$秒到$t_2=\sqrt{2\pi}$秒内质点所经过的路程等于______米.

二．解答下列各题（每小题 6 分，本大题满分 18 分）

1．求函数$y=\ln(1+x^4)$的一阶和二阶导数.

2．求曲线$e^{x+y}+xy+e^{x-1}=1$在点$(1,-1)$处的切线方程.

3．设$f(x)$在$(0,2)$内连续，且$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-2}{x^2-1}=3$，求$f(1)$和$f'(1)$.

三．计算下列极限（每小题 6 分，本大题满分 12 分）

1．$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln x - x + 1}{x^4 - 2x^3 + x^2}$.

2．$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x\sin x} - \dfrac{\cos x}{\sin^2 x}\right)$.

四．计算下列积分（每小题 5 分，本大题满分 15 分）

1．$\int \arcsin x \,\mathrm{d}x$.

2. $\int_{1}^{+\infty} \frac{1}{x^2(x^2+1)} \mathrm{d}x$.

3. $\int_{2}^{3} \sqrt{4x-x^2} \, \mathrm{d}x$.

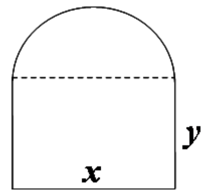
五．（本题满分 5 分）

设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且满足 $|f'(x)| \le M$ 及 $f(0)f(1) < 0$.

证明：$|f(0)| + |f(1)| \le M$.

六．（本题满分 10 分）

某地区防空洞的截面拟建成矩形加半圆（如图示）． 截面的面积为$5\,\mathrm{m}^2$． 问底宽x为多少时才能使截面的周长最小，从而使建造时所用的材料最省？



七．（本题满分 10 分）

设有半径为R的半球形容器（如图示）． 以每秒a升的速度向空容器中注水.

（1）求x处的水平截面面积$A(x)$（图中阴影圆的面积）;

（2）求水深为$h(0<h<R)$时容器中的水量；

（3）求水深为$h(0<h<R)$时水面上升的速度.