

作业 3.3

一. 证明下列不等式: (20 分)

(1) 当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时, $\sin x + \tan x > 2x$;

(2) 当 $x > 4$ 时, $2^x > x^2$.

二. 求下列函数图形的凹凸区间和拐点: (20 分)

(1) $y = xe^{-x}$;

(2) $y = x^4(12\ln x - 7)$;

序号:

专业班级:

姓名:

成绩:

三. 问 a, b 为何值时, 点 $(1, 3)$ 为曲线 $y = ax^3 + bx^2$ 的拐点? (10 分)

四. 证明: $x \ln x + y \ln y > (x + y) \ln \frac{x + y}{2}$ ($x > 0, y > 0, x \neq y$). (10 分)

五. 描绘下列函数的图形: (20 分)

(1) $y = x^3 - 3x^2$;

$$(2) \quad y = \frac{9(x+1)}{x^2}.$$

六. 填空题: (20 分)

1. 函数 $y = x + 2\cos x$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值为_____

2. 函数 $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{x^2}{2}$ 在区间_____上单调增加.

3. 曲线 $y = \frac{\ln x}{x}$ 的凸区间是_____.

4. 函数 $f(x) = 3\sqrt[3]{x^4} - 8x + 6\sqrt[3]{x^2}$ 在 $x =$ _____ 处取极 _____ 值.