

院、系领导 审批并签名		A 卷
----------------	--	-----

## 广州大学 2014-2015 学年第一学期考试卷

课 程：高等数学 I 1（80 学时）

考 试 形 式：闭卷考试

学 院：\_\_\_\_\_ 专 业 班 级：\_\_\_\_\_ 学 号：\_\_\_\_\_ 姓  
名：\_\_\_\_\_

题 次	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总 分	评卷人
分 数	30	30	8	6	10	8	8				100	
得 分												

一、填空题（每空 3 分，本大题满分 30 分）

1. 曲线  $y = \frac{\sin x}{x^2 + x}$  有水平渐近线 \_\_\_\_\_ 和铅直渐近线 \_\_\_\_\_.

2. 设  $f(x) = (1 + \frac{1}{x^2})^{x^2-1}$ , 则  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$  \_\_\_\_\_; 如果定义  $f(0) =$  \_\_\_\_\_, 则  $f(x)$  在  $x=0$  处连续.

3. 函数  $y = x^3 - 3x^2$  在区间 \_\_\_\_\_ 上单调减少, 其图形在区间 \_\_\_\_\_ 上是凹的.

4. 设  $f(x) = x \cos x - x$ .

(1) 当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x)$  是关于  $x$  的 \_\_\_\_\_ 阶无穷小;

(2)  $f^{(100)}(x) =$  \_\_\_\_\_.

5. 设  $f(x) = \int_{-1}^x (3 + t\sqrt{t^4 + 3}) dt$ , 则  $f(1) =$  \_\_\_\_\_,  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} =$  \_\_\_\_\_.

二、解答下列各题（每小题 6 分，本大题满分 30 分）

1. 求  $y = x \arcsin \frac{x}{2} + \sqrt{4 - x^2}$  的导数和微分.

2. 求曲线  $y^2 + xy + x^5 = 3$  在点  $(1, 1)$  处的切线方程.

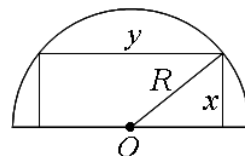
3. 设  $\begin{cases} x = t^2 - 2t \\ y = t^4 - 4t \end{cases}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$  和  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

4. 根据导数的定义, 推导公式:  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (x > 0)$ .

5. 计算极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{\sin x^3}$ .

三、(本题满分 8 分)

求内接于半径为  $R$  的半圆且周长最大的矩形的边长.



四、(本题满分 6 分)

证明: 当  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  时,  $4\sin x + \tan x > 4x$ .

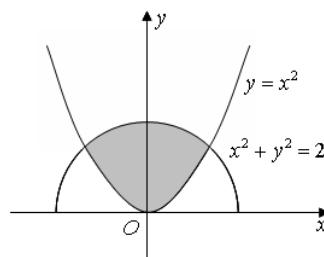
五、计算下列积分 (每小题 5 分, 本大题满分 10 分)

1.  $\int \ln(1+x^2) dx$ .

2.  $\int_0^{+\infty} \frac{e^x}{(e^x+1)^2} dx.$

六、(本题满分 8 分)

求由抛物线  $y = x^2$  与圆  $x^2 + y^2 = 2$  所围成的图形的面积  $A$ .



七、(本题满分 8 分)

(1) 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 证明:  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx$ ;

(2) 利用 (1) 的结论, 计算  $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^2 x}{x(\pi - 2x)} dx.$

