

院、系领导 审批并签名		A 卷
----------------	--	-----

广州大学 2013-2014 学年第一学期考试卷

课 程：高等数学 I（80 学时）

考 试 形 式：闭卷考试

学院：_____ 专业班级：_____ 学号：_____ 姓名：_____

题 次	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总 分	评卷人
分 数	30	18	6	12	15	9	10				100	
得 分												

一. 填空题（每小题 3 分，本大题满分 30 分）

1. 设 $f(x) = \begin{cases} \ln \sqrt{x}, & x \geq 1 \\ 2x-1, & x < 1 \end{cases}$, 则 $f(f(e)) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 曲线 $y = \frac{x^2 + x}{x^2 - 1}$ 有铅直渐近线_____.

3. 已知当 $x \rightarrow 0$ 时, $x - \sin x$ 与 ax^3 是等价无穷小, 则常数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+ax)}{2x}, & x > 0 \\ \sin x + 1, & x \leq 0 \end{cases}$, 则当常数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续.

5. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 则 $f'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. 曲线 $y = e^{2x}$ 上点 $(0, 1)$ 处的切线方程为_____.

7. 曲线 $y = x^3(1-x)$ 的凸区间为_____.

8. 函数 $\cos x$ 在 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上的平均值为_____.

9. 设 $f(x) = \int_{-1}^x \sin t^3 dt$, 则 $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\frac{1}{n^2+1} + \frac{1}{n^2+2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2+n^2}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

二. 解答下列各题 (每小题 6 分, 本大题满分 18 分)

1. 已知 $y = \frac{x^2}{(1+x)(1-x)}$, 求 $y'|_{x=2}$.

2. 设 $\begin{cases} x = \sin t \\ y = t \sin t + \cos t \end{cases}$, 计算 $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{t=\frac{\pi}{4}}$.

3. 设 $y(x)$ 是由 $x^2 - y + 1 = e^y$ 所确定的隐函数, 求 $y(x)$ 在 $x=0$ 处的导数.

三. (本题满分 6 分)

证明: 方程 $x^n + x^{n-1} + \cdots + x = 1$ (整数 $n > 1$) 在 $(\frac{1}{2}, 1)$ 内有且只有一个根.

四. 计算下列极限 (每小题 6 分, 本大题满分 12 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x}{\sin x} - \frac{1}{x} \right).$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x^2)^{\frac{1}{\ln x}}.$

五. 计算下列积分 (每小题 5 分, 本大题满分 15 分)

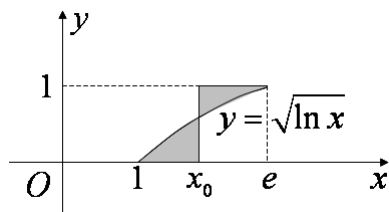
1. $\int \frac{1}{x^2 + x + 1} dx.$

2. $\int_0^2 x \sqrt{2x - x^2} dx.$

3. $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx.$

六. (本题满分 9 分)

在 $(1, e)$ 内求一点 x_0 , 使右图中阴影部分的面积之和为最小.



七. (本题满分 10 分)

(1) 已知 $f(x)$ 是连续函数, 证明: $\int_0^\pi xf(\sin x)dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(\sin x)dx;$

(2) 利用 (1) 的结论, 计算 $\int_0^\pi x \sin^3 x dx.$