

院、系领导 审批并签名		A 卷
----------------	--	-----

广州大学 2016-2017 学年第一学期考试卷

课 程：高等数学 I 1（80 学时）

考 试 形 式：闭卷考试

学 院：_____ 专 业 班 级：_____ 学 号：_____ 姓
名：_____

题 次	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总 分	评卷人
分 数	15	15	21	10	12	6	10	6	5	100	
得 分											

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(3) 已知 $y = \sin x$ ，则 $dy = \underline{\hspace{2cm}}.$

(4) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1+x)\cos x dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

(5) $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

(6) 已知函数

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}, \quad g(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}, \quad h(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases};$$

$a = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $b = \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$, $c = \lim_{x \rightarrow 0} h(x)$, 则 ().

- A. $a = b = c$; B. $a = b \neq c$; C. $a \neq b \neq c$; D. $a \neq b = c$.

(7) 已知 $f(x)$ 在点 x_0 处连续, 则下列说法**不正确**的是 ().

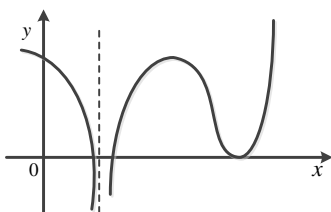
- A. $f(x)$ 在 x_0 处的左右极限都存在; B. $f(x)$ 在 x_0 处可导;
C. $f(x)$ 在 x_0 处有定义; D. $f(x)$ 在 x_0 处左、右连续.

(8) 已知 $f(1) = 3$, $f'(1) = 2$, $f^{-1}(x)$ 是 $f(x)$ 的反函数且可导, 则

$[f^{-1}(x)]'_{x=3} = ()$.

- A. 2; B. $1/2$; C. $-1/2$; D. -2.

(9) 设函数 $y = f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 其导数如下图所示, 则 ().



- A. 函数 $y = f(x)$ 有 2 个极值点, 曲线 $y = f(x)$ 有 2 个拐点;
B. 函数 $y = f(x)$ 有 2 个极值点, 曲线 $y = f(x)$ 有 3 个拐点;
C. 函数 $y = f(x)$ 有 3 个极值点, 曲线 $y = f(x)$ 有 1 个拐点;
D. 函数 $y = f(x)$ 有 3 个极值点, 曲线 $y = f(x)$ 有 2 个拐点.

(10) 已知函数 $f(x)$ 可导, 则以下结论**正确**的是 ().

- A. $\int f'(x) dx = f(x)$; B. $d\left(\int f(x) dx\right) = f(x)$;
C. $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$; D. $\int df(x) = f(x)$.

三、解答下列各题（每小题 7 分，共 21 分）

(11) 求曲线 $y = (x+1)e^{1-x}$ 上点 (1, 2) 处的切线方程.

(12) 求由参数方程 $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$ 所表示的函数 $y = y(x)$ 的二阶导数.

(13) 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \sin 3x}{(1 - \cos x) \ln(1 + 2x)}$.

四、计算下列不定积分（每小题 5 分，共 10 分）

(14) $\int \frac{1}{3+2x} dx.$

(15) $\int x \cos x dx.$

五、（本题满分 12 分）

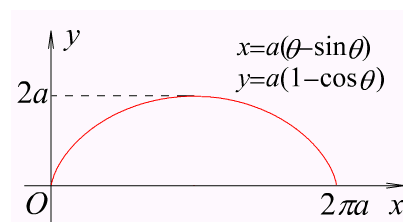
(16) 求函数 $f(x) = x - \frac{3}{2}x^{2/3}$ 的单调增减区间和极值.

六、(本题满分 6 分)

(17) 溶液自深 18cm 顶直径 12cm 的圆锥形漏斗中漏入一直径为 10cm 的圆柱形筒中, 开始时漏斗中盛满了溶液. 已知当溶液在漏斗中深为 12cm 时, 其表面下降的速率为 1cm/min. 问此时圆柱形筒中溶液表面上升的速率为多少?

七、(本题满分 10 分)

(18) 求由摆线 $x = a(\theta - \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ 的一拱 ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) 与 x 轴所围成的图形的面积.



八、(本题满分 6 分)

(19) 证明方程 $x^5 - 5x + 1 = 0$ 有且仅有一个小于 1 的正实根.

九、(本题满分 5 分)

(20) 设函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续且递增, 证明: 对于任意 $k \in (0, 1)$,

$$\int_0^k f(x) \mathrm{d} x \leq k \int_0^1 f(x) \mathrm{d} x.$$