

作业 2.3

一、求由下列方程所确定的隐函数的导数 $\frac{dy}{dx}$: (10 分)

(1) $xy = e^{x+y}$;

(2) $\ln \sqrt{x^2 + y^2} = \arctan \frac{y}{x}$.

二、用对数求导法求函数 $y = \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$ 的导数. (10 分)

三、求下列参数方程所确定的函数的导数 $\frac{dy}{dx}$: (10 分)

(1)
$$\begin{cases} x = t - \arctan t \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases};$$

$$(2) \begin{cases} x = e^t \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}.$$

四. 求由下列方程所确定的隐函数的二阶导数 $\frac{d^2 y}{d x^2}$. (20 分)

$$(1) y = 1 + x e^y ;$$

$$(2) y = \tan(x + y).$$

五. 已知 $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctan t \end{cases}$, 求二阶导数 $\frac{d^2 y}{d x^2}$. (10 分)

六. 求曲线 $\begin{cases} x = t^2 - t \\ y = t^3 + 1 \end{cases}$ 在点 (2, 9) 处的切线方程. (10 分)

七. 溶液自深 18cm 顶直径 12cm 的圆锥形漏斗中漏入一直径为 10cm 的圆柱形筒中, 开始时漏斗中盛满了溶液. 已知当溶液在漏斗中深为 12cm 时, 其表面下降的速率为 1cm/min. 问此时圆柱形筒中溶液表面上升的速率为多少? (10 分)

八. 求曲线 $e^{x+y} + xy + e^{x-1} = 1$ 在点 (1, -1) 处的切线方程. (10 分)

九. 设 $f''(x)$ 存在, 求下列函数的二阶导数: (10 分)

(1) $y = f(\ln x)$; (2) $y = \ln[f(x)]$.