作业 2.4

- 一. 已知 $y = x^3 x$, 计算在 x = 2 处当 $\Delta x = 0.01$ 时的 Δy 及 dy. (10 分)
- 二. 求下列函数的微分: (30分)

(1)
$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$
; (2) $y = x \arcsin \frac{x}{2} + \sqrt{4 - x^2}$; (3) $y = x\sqrt{x^2 + 1} + \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$.

三. 利用微分计算 $\sqrt{1+(2.001)^3}$ 的近似值. (10 分)

四. 设
$$f(x)$$
在 $(0, 2)$ 内连续,且 $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)-2}{x^2-1} = 3$,求 $f(1)$ 和 $f'(1)$. (10分)

五. 根据导数的定义, 推导公式: $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} (x > 0)$. (10分)

六. 设
$$y = \frac{x^3}{x-1}$$
, 求 $y^{(10)}$.

七. 求下列函数的 n 阶导数: (20分)

(1)
$$y = xe^x$$
;

(2)
$$y = \sin^2 x$$
. 【提示: $[f(kx+c)]^{(n)} = k^n f^{(n)}(kx+c)$ 】