

院、系领导 审批并签名		A 卷
----------------	--	-----

广州大学 2015-2016 学年第一学期考试卷

课 程：高等数学 I 1（80 学时）

考 试 形 式：闭卷考试

学 院：_____ 专 业 班 级：_____ 学 号：_____ 姓
名：_____

题 次	一	二	三	四	五	六	总 分	评卷人
分 数	30	32	12	10	10	6	100	
得 分								

一、填空题（每空 3 分，本大题满分 30 分）

1. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x(x+1)(x-2)}$ 的无穷间断点为_____, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 曲线 $y = (1 + \frac{1}{x})^{x-1}$ 有水平渐近线_____和铅直渐近线_____.

3. 设函数 $y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = t^3 + 3t + 1 \\ y = t^3 - 3t + 1 \end{cases}$ 确定, 则 $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$; 曲线 $y = y(x)$ 的拐点为_____.

4. 设 $x + \cos 2x$ 为 $f(x)$ 的原函数, 则 $\int_0^{\pi} f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$, $f^{(2015)}(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 设 $f(x) = \int_{-1}^x \frac{t^2 + t}{t^6 + 1} dt$, 则 $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$, $f'(1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、解答下列各题(每小题 8 分, 本大题满分 32 分)

1. 设 $f(x) = g(x)(\sqrt{x}-1)$, 其中 $g(x)$ 在点 $x=1$ 处连续且 $g(1)=2$, 求 $f'(1)$.

2. 求函数 $y = \sqrt{8+x^3}$ 的导数和微分, 并利用微分计算 $\sqrt{8+(2.001)^3}$ 的近似值.

3. 求曲线 $x^4 + x^2y - y^3 = 1$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线方程.

4. 求函数 $f(x) = x^4 - 4x^3$ 的单调区间和极值.

三、计算下列积分（每小题 6 分，本大题满分 12 分）

1. $\int \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}} dx.$

2. $\int_{-\infty}^0 x e^x dx.$

四、（本题满分 10 分）

求抛物线 $y = 3 - x^2$ 与直线 $y = 2x$ 及 y 轴在第一象限所围成的平面图形的面积 A 及该平面图形绕 y 轴旋转所成的旋转体的体积 V .

五、(本题满分 10 分)

设 $f(x) = \frac{x^2 - (\sin x)^2}{x^4}$.

(1) 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$;

(2) 证明: 当 $x \rightarrow \infty$ 时, $f(x)$ 是关于 $\frac{1}{x}$ 的 2 阶无穷小.

六、(本题满分 6 分)

已知函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且 $f(0) = 0$, $f(1) = 1$. 证明:

(1) 存在 $x_0 \in (0, 1)$, 使得 $f(x_0) = 1 - x_0$;

(2) 存在两个不同的点 $x_1, x_2 \in (0, 1)$, 使得 $f'(x_1)f'(x_2) = 1$.