

广州大学 2017---2018 学年第 一 学期考试卷

课程《高等数学 I1》 考试形式（自测）

一. 填空题（每小题 3 分，本大题满分 30 分）

1. 曲线 $y = \frac{x}{x+1} \cos \frac{1}{x}$ 有铅直渐近线 _____
2. 已知当 $x \rightarrow 0$ 时, $x - \sin x$ 与 ax^3 是等价无穷小, 则常数 $a =$ _____.
3. 设 $f(x) = (1+2x)^{\frac{1}{x}}$, 若定义 $f(0) =$ _____, 则 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续.
4. 曲线 $y = e^{2x}$ 上点 $(0, 1)$ 处的切线方程为 _____
5. 设 $f(x) = (x+9)^5$, 求 $f'''(1) =$ _____
6. 设 $y = xe^x$, 则 y 的 n 阶导数 $y^{(n)} =$ _____
7. 曲线 $y = xe^{-x}$ 的凹区间为 _____
8. 设 $1 - \cos x$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $f^{(10)}(x) =$ _____.
9. 设 $f(x) = \int_{-1}^x \sin t^3 dt$, 则 $f(1) =$ _____, $f'(x) =$ _____.
10. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{1}{n^2+2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2+n^2} \right) =$ _____.

二. 解答下列各题（每小题 6 分，本大题满分 18 分）

1. 求函数 $y = \tan^2 x \cdot \ln(3x)$ 的微分 dy .

2. 已知 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + ax + b}{x^2 - 4} = 4$, 求常数 a, b 的值.

3. 已知 $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctan t \end{cases}$, 求二阶导数 $\frac{d^2 y}{dx^2}$. (10 分)

三. 计算下列极限 (每小题 6 分, 本大题满分 12 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin x^3};$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right);$

四. 计算下列积分 (每小题 5 分, 本大题满分 15 分)

1. $\int x \sin 2x dx$.

2. $\int \frac{1}{x(1+x^4)} dx$;

3. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x+2}$;

五. 求函数 $y = (x-1)(x+1)^3$ 的单调区间和极值. (本题满分 10 分)

六. 设 $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{e^x + 1}$, 证明 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的跳跃间断点. (本题满分 5 分)

七. 计算曲线 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$) 与 x 轴所围成的图形分别绕 x 轴和 y 轴旋转所得旋转体的体积. (本题满分 10 分)