作业3.2 解答

一．求下列函数的单调区间和极值：

（1）；

解：，

令，得驻点和.

当且时，，所以为单调减少区间；当时，，所以为单调增加区间；为极小值.

（2）求函数的极值.

解：，

，

令，得驻点，.

因，所以为极大值；

因，所以为极小值.

二．试问为何值时，函数在处取得极值？它是极大值还是极小值？并求此极值.

解：，，由于在处取得极值，所以

.

因，所以在处取得极大值，其值为.

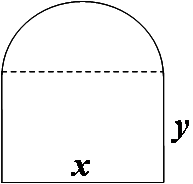
三．求函数在闭区间上的最大值和最小值.

解：，函数在闭区间上的驻点为和. 函数在闭区间上的可能最值为

，，，，

比较它们的大小，可知所求最大值为，最小值为.

四．某地区防空洞的截面拟建成矩形加半圆（图3-1）. 截面的面积为. 问底宽为多少时才能使截面的周长最小，从而使建造时所用的材料最省？

解：截面的面积为

，

截面的周长为

，（）.

我们有

，

令，得唯一驻点. 所以，当底宽为时截面的周长最小，从而建造时所用的材料最省.

五．求带有佩亚诺型余项的8阶麦克劳林公式，并计算.

解：由麦克劳林公式，得

，

由系数公式，得

.

六．设，求及.

解：由麦克劳林公式，得

，

所以

，.

七．证明：当时，.

证明：我们知道麦克劳林公式

，其中介于与之间.

当时，，所以

.

八．利用泰勒公式求下列极限：

（1）；

解：，

，

.

（2）.

解：令，则，由

，

，

得，所以

原式.

九．试确定常数和，使为当时关于的5阶无穷小.

解：



，

依题意，，求得，.