Taller Clases 4,5,6.

a.) Seccion 2.1.6

3.) a) $G_\Delta = \{I, \{R_i\}, \{R_j\}, \{X_K\}\}$ con la operacion concatenacion.

I	R_i	R_j	X_A	X_B	X_C
R_i	R_j	I	X_C	X_A	X_B
R_j	I	R_i	X_B	X_C	X_A
X_A	X_B	X_C	I	R_i	R_j
X_B	X_C	X_A	R_j	I	R_j
X_C	X_A	X_B	R_i	R_i	I

b) La operacion con concatenacion es cerrada.

$$R_i \square (R_j \square X_K) = (R_i \square R_j) \square X_K$$
$$R_i \square X_K = I \square X_K$$
$$X_K = X_K$$

existe un neutro llamado I

Para R_i su inverso es R_j y viceversa y Para X_K su inverso es X_K.

c) el triangulo tiene 3 angulos de rotacion que pueden ser en sentido horario o antihorario estos angulos son

$\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, 2\pi$; estas rotaciones Forman un ciclico

$H = \langle a \rangle$, $a^1 = \frac{2\pi}{3}$, $a^2 = \frac{4\pi}{3}$, $a^3 = \boxed{2\pi}$ elemento neutro y $a^0 = I$

Por tanto el orden es 3.

Las reflexiones posibles son X_A, X_B X_C

$H = \{I, X_A\}$

$H = \langle a \rangle$; $a^0 = I$, $a^1 = X_A$, $a^2 = \boxed{I}$ elemento neutro

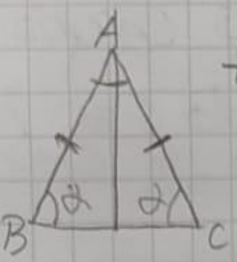
Por tanto es de orden 2.

d)

I	A	B	C	D	E
A	B	I	E	C	D
B	I	A	D	E	C
C	D	E	I	A	B
D	E	C	B	I	B
E	C	D	A	A	I

esta es la "tabla de multiplicar" bajo la multiplicacion de matrices.
y tiene la misma estructura que G_4

e) Para el isoceles



tiene simetia de reflexion en A no tiene simetria en la rotacion

el escaleno no tiene ningun tipo de simetria.

b) a) $\overbrace{(a_1x^1+a_3x^3)}^{P_1}+(b_1x^1+b_2x^2+b_3x^3)$

$=(a_1+b_1)x^1+b_2x^2+(a_3+b_3)x^2$; por tanto es cerrado en la suma ya que solo se suman los coeficientes que acompañen a un x^n (grado igual)

- $a_1x^1+b_1x^1=b_1x^1+a_1x^1$; Conmutativo
- $P_1+(P_2+P_3)=(P_1+P_2)+P_3$
- el Polinomio $0x^0+0x^1+\ldots+0x^n$, elemento neutro
- $a_1x^1+a_2x^2-a_1x^1-a_2x^2=0x^1+0x^2=0$
- $\alpha(a_1x^1+a_2x^2)=\alpha a_1x^1+\alpha a_2x^2=b_1x^1+b_2x^2$
- $\alpha(\beta(a_1x^1+a_2x^2))=(\alpha\beta)(a_1x^1+a_2x^2)$
- $(\alpha+\beta)(a_1x^1+a_2x^2)=\alpha(a_1x^1+a_2x^2)+\beta(a_1x^1+a_2x^2)$
- $\alpha((a_1x^1+a_2x^2)+(b_1x^1+b_2x^2))=\alpha(a_1x^1+a_2x^2)+\alpha(b_1x^1+b_2x^2)$
- $1(a_1x^1+a_2x^2)=a_1x^1+a_2x^2$

b) al ser a_i un numero entero; entonces existe el elemento simetrico y el nulo. cosa que no pasaria con el conjunto de naturales por ejemplo.

c) Cual es subespacio vectorial?

I. Si es subespacio
$\alpha|v_1\rangle + \beta|v_2\rangle \in$ a lo $\mathbb{P}_{n-1}$; no puede aumentar de grado; es cerrado

II. Un polinomio de grado par mas otro de grado par sigue dando un polinomio de grado par.

III. Siguen siendo polinomios normales.

IV. Polinomios con factor $ax-1$ no son porque no existe elemento simetrico
$a_0x^0 + b_0x^0 = (a_0+b_0)x^0$; el elemento simetrico hace que $b_0 = -a_0$; pero la condicion $ax-1$ hace que $a_0 = -1$ para todo polinomios; no existe un $-a_0 = 1$; eso y que no existe el nulo por la misma razon.

b) 6.) $|a\rangle, |b\rangle, |c\rangle \in V$; $\alpha, \beta, \gamma \in k$

a.) • $|a\rangle + |b\rangle = (a_0 + a_1\hat{\imath} + a_2\hat{\jmath} + a_3\hat{k}) + (b_0 + b_1\hat{\imath} + b_2\hat{\jmath} + b_3\hat{k})$
$= (a_0+b_0) + (a_1+b_1)\hat{\imath} + (a_2+b_2)\hat{\jmath} + (a_3+b_3)\hat{k} = c_0 + c_1\hat{\imath} + c_2\hat{\jmath} + c_3\hat{k}$

• $|a\rangle + |b\rangle = |b\rangle + |c\rangle$

$a_0 + a_1\hat{\imath} + a_2\hat{\jmath} + a_3\hat{k} + b_0 + b_1\hat{\imath} + b_2\hat{\jmath} + b_3\hat{k} = b_0 + b_1\hat{\imath} + b_2\hat{\jmath} + b_3\hat{k} + a_0 + a_1\hat{\imath} + a_2\hat{\jmath} + a_3\hat{k}$

$(a_0+b_0) + (a_1+b_1)\hat{\imath} + (a_2+b_2)\hat{\jmath} + (a_3+b_3)\hat{k} = (b_0+a_0) + (b_1+a_1)\hat{\imath} + (b_2+a_2)\hat{\jmath} + (b_3+a_3)\hat{k}$

$c_0 + c_1\hat{\imath} + c_2\hat{\jmath} + c_3\hat{k} = c_0 + c_1\hat{\imath} + c_2\hat{\jmath} + c_3\hat{k}$

• $(a_0 + a_1\hat{\imath} + a_2\hat{\jmath} + a_3\hat{k}) + (b_0 + b_1\hat{\imath} + b_2\hat{\jmath} + b_3\hat{k}) + (c_0 + c_1\hat{\imath} + c_2\hat{\jmath} + c_3\hat{k}) =$

$((a_0+b_0)+c_0) + ((a_1+b_1)+c_1)\hat{\imath} + ((a_2+b_2)+c_2)\hat{\jmath} + ((a_3+b_3)+c_3)\hat{k} =$

$(a_0 + (b_0+c_0)) + (a_1 + (b_1+c_1))\hat{\imath} + (a_2 + (b_2+c_2))\hat{\jmath} + (a_3 + (b_3+c_3))\hat{k}$

a.) $\cdot\ |a\rangle + |0\rangle = |a_0 + a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}) + (0 + 0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k})$

$= (a_0+0) + (a_1+0)\hat{i} + (a_2+0)\hat{j} + (a_3+0)\hat{k} = |a\rangle$

- $(a_0 + a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}) + (-a_0 + (-a_1)\hat{i} + (-a_2)\hat{j} + (-a_3)\hat{k} =$

$(a_0 - a_0) + (a_1 - a_1)\hat{i} + (a_2 - a_2)\hat{j} + (a_3 - a_3)\hat{k} = |0\rangle$

- $\alpha|a\rangle = \alpha(a_0 + a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}) = \alpha a_0 + \alpha a_1\hat{i} + \alpha a_2\hat{j} + \alpha a_3\hat{k}$

$= b_0 + b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$

- $(\alpha + \beta)|a\rangle = \alpha|a\rangle + \beta|a\rangle$

$((\alpha+\beta)a_0) + ((\alpha+\beta)a_1)\hat{i} + ((\alpha+\beta)a_2)\hat{j} + ((\alpha+\beta)a_3)\hat{k} = \alpha|a\rangle + \beta|a\rangle$

$(\alpha a_0 + \alpha a_1\hat{i} + \alpha a_2\hat{j} + \alpha a_3\hat{k}) + (\beta a_0 + \beta a_1\hat{i} + \beta a_2\hat{j} + \beta a_3\hat{k}) = \alpha|a\rangle + \beta|a\rangle$

- $\alpha(\beta|a\rangle) = (\alpha\beta)|a\rangle$

$\alpha(\beta|a\rangle) = \alpha(\beta a_0) + (\alpha(\beta a_1))\hat{i} + (\alpha(\beta a_2))\hat{j} + (\alpha(\beta a_3))\hat{k}$

- $\alpha(|a\rangle + |b\rangle) = \alpha|a\rangle + \alpha|b\rangle$

$\alpha(|a\rangle + |b\rangle) = (\alpha a_0 + \alpha a_1\hat{i} + \alpha a_2\hat{j} + \alpha a_3\hat{k}) + (\alpha b_0 + \alpha b_1\hat{i} + \alpha b_2\hat{j} + \alpha b_3\hat{k})$

$\alpha(|a\rangle + |b\rangle) = \alpha(a_0 + b_0) + \alpha(a_1 + b_1)\hat{i} + \alpha(a_2 + b_2)\hat{j} + \alpha(a_3 + b_3)\hat{k}$

- $1|a\rangle = |a\rangle$

$1a_0 + 1a_1\hat{i} + 1a_2\hat{j} + 1a_3\hat{k} = |a\rangle$

b.) $|b\rangle \equiv (b^0, b) \quad |r\rangle \equiv (r^0, r)$

$|d\rangle = |b\rangle \odot |r\rangle \Leftrightarrow (d^0, d) = (b^0 r^0 - b\cdot r,\ r^0 b + b^0 r + b \times r)$

$|d\rangle = b^0 r^0 + b^0 r^1\hat{i} + b^0 r^2\hat{j} + b^0 r^3\hat{k} + b^1 r^0\hat{i} - b^1 r^1 + b^1 r^2\hat{k}$

$- b^1 r^3\hat{j} + b^2 r^0\hat{j} - b^2 r^1\hat{k} - b^2 r^2 + b^2 r^3\hat{i} + b^3 r^0\hat{k} + b^3 r^1\hat{j}$

$- b^3 r^2\hat{i} - b^3 r^3$

$|d\rangle = (b^0 r^0 - br,\ b^0 r + r^0 b + b \times r)$

c.) $|b\rangle \odot |r\rangle = a|q_0\rangle + S^{\alpha j}\delta^0_\alpha |q_j\rangle + A^{[jk]i} b_j r_k |q_i\rangle$

$= a|q_0\rangle + (S^{\alpha i}\delta^0_\alpha + S^{i\alpha}\delta^0_\alpha)|q_j\rangle + (A^{jki} b_j r_k - A^{kji} b_j r_k)|q_i\rangle$

$|q_0\rangle = 0 \Rightarrow a|q_0\rangle = b^0 r^0 - b r$

$S^{\alpha j}\delta^0_\alpha |q_j\rangle = S^{0j}|q_j\rangle = b^0 r^1|q_1\rangle + b^0 r^2|q_2\rangle + b^0 r^3|q_3\rangle = b^0 r$

$S^{j\alpha}\delta^0_\alpha |q_j\rangle = S^{j0}|q_j\rangle = b^j r^0 |q_j\rangle = r^0 b$

A^{jki} basicamente representa la parte ciclica de operador de levi-cita y A^{kji} la anticiclica.

por tanto

$|b\rangle \odot |r\rangle = (b^0 r^0 - b r, b^0 r + r^0 b + b \times r$

d.) a, S^{ij}, A^{jki}, estan expresados en el anterior

Ninguna de los anteriores

no se comporta ni como vector ni como pseudovector bajo reflexion.

e.) (No le se)

F.) $|q_1\rangle \odot |q_2\rangle = |q_3\rangle$: si hago la multiplicacion de matrices se puede observar que por ejemplo

$|q_1\rangle \odot |q_2\rangle = |q_3\rangle$; como lo indica la tabla de esta manera se puede generar toda la tabla

g.)

H) $\langle a|b\rangle = \frac{1}{2}\left[\widetilde{\langle a|b\rangle} - |q_1\rangle \odot \widetilde{\langle a|b\rangle} \odot |q_1\rangle\right]$

$= \frac{1}{2}\left[(|a\rangle^{*} \odot |b\rangle) - |q_1\rangle \odot \widetilde{\langle a|b\rangle} \odot |q_1\rangle\right]$