Algoritmul Celor Mai Mici Pătrate Recursive – ARX

November 10, 2019

1 Aspecte teoretice vizate

În lucrarea de faţă este prezentă o posibilă implementare a metodei celor mai mici pătrate (MCCP) în MATLAB şi o posibilitate de identificare parametrică folosind această metodă. De asemenea, identificarea parametrică folosing funcţia `arx` din toolbox-ul *System Identification*.

2 Implementarea ARX

Algoritmul de adaptare parametrică (AAP) a gradientului are ca obiectiv minimizarea unui criteriu pătratic dependent de eroarea de predicţie. Se consideră modelul discret al unui sistem descris prin:

$$Y(z) = \frac{z^{-n_d} B(z^{-1})}{A(z^{-1})} U(z), \tag{1}$$

unde

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_{n_A} z^{-n_A}, \tag{2}$$

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots + b_{n_B} z^{-n_B}. \tag{3}$$

Se consideră vectorul parametriilor:

$$\theta = [a_1, a_2, \dots, a_{n_A}, b_1, b_2, \dots, b_{n_B}]^\top \tag{4}$$

şi vectorul măsurătorilor:

$$\Phi[n] = [-y[n], \dots, -y[n - n_A + 1], u[n-d], \dots, u[n - d - n_B + 1]]^\top. \tag{5}$$

Modelul discret al sistemului este

$$y[n+1] = \theta^\top \Phi[n]. \tag{6}$$

Pe baza aproximării vectorului parametrilor, avem:

$$\hat{y}[n+1] = \hat{\theta}^\top [n] \Phi[n], \tag{7}$$

eroarea la pasul n este dată de:

$$\varepsilon[n] = \hat{y}[n] - y[n], \tag{8}$$

şi considerăm indicele de performanţă:

$$J[n] = \sum_{k=1}^{n} \varepsilon^2[n]. \tag{9}$$

AAP a CMMPR este:

1. $\varepsilon[n+1] = y[n+1] - \hat{\theta}[n]^\top \Phi[n]$;
2. $F[n+1] = F[n] - \frac{F[n]\Phi[n]\Phi^\top[n]F[n]}{1+\Phi^\top[n]F[n]\Phi[n]}$;
3. $\hat{\theta}[n+1] = \hat{\theta}[n] + F[n+1]\Phi[n]\varepsilon[n+1]$.

3 Aplicaţii

1. Se doreşte identificarea unui sistem de forma:
$$H(s) = \frac{K}{Ts+1}. \tag{10}$$
2. Se generează o intrare de tip treaptă peste care se suprapune un semnal SPAB.
3. Se obţine semnalul de ieşire al sistemului la intrarea descrisă anterior.
4. Se aleg cei trei parametrii: n_A, n_B, n_d.
5. Se iniţializează vectorul parametriilor.
6. Se aplică algoritmul descris în secţiunea anterioară pentru a obţine o aproximare a parametriilor.
7. Se extrage funcţia de transfer discretă şi se face simularea sistemului la aceeaşi intrare.
8. Se realizează identificarea folosind funcţia `arx` folosind aceleaşi valori ale parametriilor n_A, n_B, n_d.
9. Se compară rezultatele obţinute.