Metoda Variabilelor Instrumentale.
Metoda Erorii de Ieşire

November 23, 2019

1 Aspecte teoretice vizate

În lucrarea de faţă sunt prezentate două metode de identificare parametrice bazate pe decorelarea dintre eroarea de predicţie şi ieşirea aproximată: metoda variabilelor instrumentale şi metoda erorii de ieşire. Acestea sunt implementatea în toolbox-ul *System Identification* prin intermediul funcţiilor `iv4` şi `oe`.

2 IV

Metoda Variabilelor Instrumentale constă în crearea unui nou vector al observaţiilor necorelat cu zgomotul, având ca indice de performanţă:

$$J(t) = \mathbb{E}\{\Phi(t)\varepsilon(t+1)\}. \tag{1}$$

Modelul de tip ”proces+perturbaţie” este:

$$A(z^{-1})Y(z) = z^{-n_d}B(z^{-1})U(z) + A(z^{-1})E(z), \tag{2}$$

unde:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_{n_A} z^{-n_A}, \tag{3}$$

$$B(z^{-1}) = b_1 + b_2 z^{-1} + \cdots + b_{n_B} z^{-n_B+1}, \tag{4}$$

$$\tag{5}$$

iar $E(z)$ este transformata $\mathcal{Z}$ a perturbaţiei.

În vectorul observaţiilor se înlocuiesc valorile ieşirilor cu valorile variabilelor instrumentale. Astfel, ieşirea prezisă depinde doar de predicţiile precedente, nu şi de ieşirile precedente. Variabile instrumentale vor fi mai puţin afectate de perturbaţii. Obiectivul final este de a obţine estimaţii nedeviate ale coeficineţilor polinoamelor A şi B fără alua în calcul modelarea perturbaţiilor.

3 OE

Ideea de bază a metodei Erorii de Ieşire constă în observaţia că $\hat{y}(t) \to y(t)$. În acest caz, atât în ecuaţia de predicţie, cât şi în vectorul măsurătorilor, valorile ieşirilor sunt înlocuite cu valorile ieşirilor prezise.

Indice de performanţă este date de:

$$J(t) = \mathbb{E}\{\Phi(t)\varepsilon(t+1)\}. \tag{6}$$

Modelul de tip ”proces+perturbaţie” este:

$$F(z^{-1})Y(z) = z^{-n_d}B(z^{-1})U(z) + F(z^{-1})E(z), \tag{7}$$

unde:

$$F(z^{-1}) = 1 + f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} + \dots + f_{n_f} z^{-n_f}, \tag{8}$$

$$B(z^{-1}) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{n_B} z^{-n_B+1}, \tag{9}$$

$$\tag{10}$$

iar $E(z)$ este transformata $\mathcal{Z}$ a perturbaţiei.

4 Validarea rezultatelor

Validarea unui model matematic se referă la verificarea unor condiţii: structura "proces+perturbaţie" aleasă corect, metoda aleasă corespunzător structurii propuse, gradele polinoamelor ce descriu modelul şi numărul tacţilor de întârziere aleşi corect.

Validarea presupune patru paşi:

1. Crearea datelor de test pentru modelul identificat.
2. Calculul erorilor de predicţie pentru modelul identificat.
3. Testul de albire a erorii de predicţie.
4. Testul de decorelare a erorii de predicţie faţă de secvenţa ieşirilor.

4.1 Testul de albire

Se consideră secvenţa erorilor de predicţie $\varepsilon[n]$ şi se calculează autocorelaţia:

$$R[i] = \frac{1}{N} \sum \varepsilon[k]\varepsilon[k-i], \quad i = \overline{0, \max\{n_A, n_B + n_d\}}. \tag{11}$$

Se calculează autocorelaţiile normalizate:

$$RN[i] = \frac{R[i]}{R[0]}, \quad i = \overline{0, \max\{n_A, n_B + n_d\}}. \tag{12}$$

În cazul ideal, eorile reziduale formează o secvenţă perfect albă având $RN[i] = 0$. În practică se definesc niveluri de încredere, rezultând un criteriu practic de validare:

$$|RN[i]| \leq \frac{1.8}{\sqrt{N}} ... \frac{2.17}{\sqrt{N}}, \quad i = \overline{0, \max\{n_A, n_B + n_d\}}, \tag{13}$$

unde N este numărul eşantioanelor.

4.2 Testul de decorelare

Se consideră secvenţa erorilor de predicţie $\varepsilon[n]$ şi secvenţa ieşirilor modelului identificat $\hat{y}[n]$. Se calculează intercorelaţia celor două secvenţe:

$$R[i] = \frac{1}{N} \sum \varepsilon[k]\hat{y}[k-i], \quad i = \overline{0, \max\{n_A, n_B + n_d\}}, \tag{14}$$

şi apoi se calculează intercorelaţiile normalizate:

$$RN[i] = \frac{R[i]}{||\varepsilon||_2 ||\hat{y}||_2}, \quad i = \overline{0, \max\{n_A, n_B + n_d\}}. \tag{15}$$

În cazul ideal, eorarea reziduală este perfect decuplată de ieşire, rezultând $RN[i] = 0$. În practică se definesc niveluri de încredere, rezultând un criteriu practic de validare:

$$|RN[i]| \leq \frac{1.8}{\sqrt{N}} ... \frac{2.17}{\sqrt{N}}, \quad i = \overline{0, \max\{n_A, n_B + n_d\}}, \tag{16}$$

unde N este numărul eşantioanelor.