Metode neparametrice experimentale de identificare

October 20, 2019

1 Aspecte teoretice vizate

În lucrarea de faţă sunt prezintate două metode experimentale de identificare: metoda tangentei şi metoda Cohen-Coon. Aceste metode sunt des utilizate pentru o identificare practică şi au la bază ideea conform căreia orice proces industrial simplu se poate aproxima suficient de bine sub forma unui sistem de ordin I cu timp mort. Toate aceste metode au la bază răspunsul la intrarea de tip treaptă.

2 Metoda tangentei

2.1 Sisteme de ordin I

În general, procesele fizice care pot fi modelate printr-un sistem LTI de ordin I au următoarea funcţie de transfer:

$$H(s) = \frac{K}{Ts+1}. \tag{1}$$

Parametrii care trebuie identificaţi sunt: factorul de proporţionalitate (K) şi constanta de timp ($T[sec]$). Răspunsul indicial al sistemului 1 este descris prin:

$$y(t) = K \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right), \quad t \geq 0. \tag{2}$$

Factorul de proporţionalitate este dat de raportul dintre ieşire şi intrare în regim staţionar. Similar cu lucrarea 1, datorită zgomotului de măsură este necesară alegerea cu atenţie a valorilor iniţiale şi staţionare:

$$K = \frac{\bar{y}_{st} - \bar{y}_0}{\bar{u}_{st} - \bar{u}_0}, \tag{3}$$

unde fiecare termen din formula precedentă reprezintă o valoare medie luată pe un interval adecvat.

În practică, răspunsul indicial este:

$$y(t) = \bar{y}_0 + (\bar{y}_{st} - \bar{y}_0) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right). \tag{4}$$

Metoda tangentei este ilustrată în figura 1. Aceasta constă în trasarea dreptei care este tangentă la graficul funcţiei în origine şi determinarea intersecţiei dintre aceasta şi valoarea $\bar{y}_{st}$. Timpul scurs de la momentul aplicării treptei până la intersecţie este constanta de timp T.

Pentru simularea răspunsului la intrarea dată din condiţii iniţiale nenule este necesar modelul de tip spaţiul stărilor. Pe baza formei canonice observabile dedusă din funcţia de transfer 1, se obţin matricele:

$$A = \left(-\frac{1}{T}\right) \qquad B = \left(\frac{K}{T}\right) \qquad C = (1) \qquad D = (0). \tag{5}$$

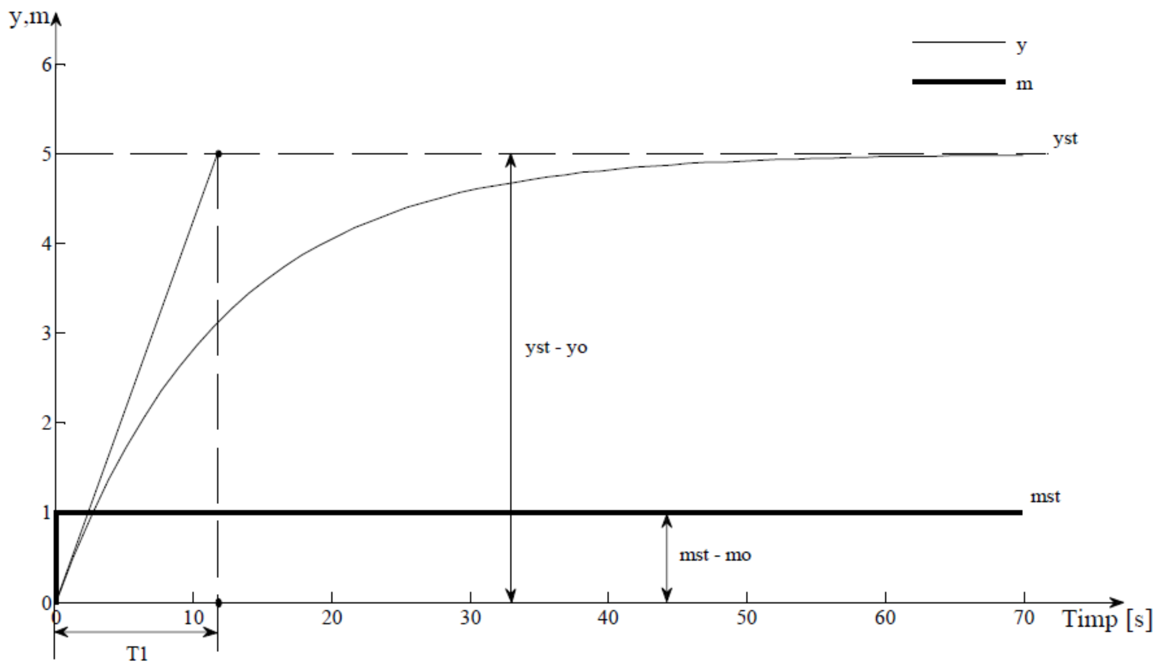

Figure 1: Metoda tangentei pentru procese de ordinul I

2.2 Sisteme de ordin superior

În general, procesele fizice pot fi modelate printr-un sistem LTI având următoarea funcţie de transfer:

$$H(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdot \dots \cdot (T_n s + 1)} \approx \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_\Sigma s + 1)}, \;\; T_1 >> T_k, \;\; T_\Sigma = \sum T_k. \tag{6}$$

Aceste procese pot fi aproximate suficient de bine ca un sistem de ordin I cu timp mort:

$$H(s) \approx \frac{K}{Ts + 1} e^{-\tau_m s}. \tag{7}$$

Parametrii care trebuie identificaţi sunt: factorul de proporţionalitate (K), constanta de timp $T[sec]$ şi timpul mort $\tau_m[sec]$.

Factorul de proporţionalitate este dat de raportul dintre ieşire şi intrare în regim staţionar. Similar cu lucrarea 1, datorită zgomotului de măsură este necesară alegerea cu atenţie a valorilor iniţiale şi staţionare:

$$K = \frac{\bar{y}_{st} - \bar{y}_0}{\bar{u}_{st} - \bar{u}_0}, \tag{8}$$

unde fiecare termen din formula precedentă reprezintă o valoare medie luată pe un interval adecvat.

Metoda tangentei se ilustrează în figura 2. Aceasta constă în trasarea tangentei la graficul funcţiei în punctul de inflexiune. Timpul scurs de la momentul aplicării treptei până la intersecţia dintre tangentă şi axa timpului este timpul mort τ_m. Timpul scurs de la intersecţia tangentei cu axa timpului şi intersecţia tangentei cu valoarea staţionară $\bar{y}_{st}$ este constanta de timp T.

Pentru simularea răspunsului la intrarea dată din condiţii iniţiale nenule este necesar modelul de tip spaţiul stărilor descris în (5). Pentru a introduce timpul mort, se consideră spaţiul stărilor astfel:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + Bu(t - \tau_m) \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t). \end{cases} \tag{9}$$

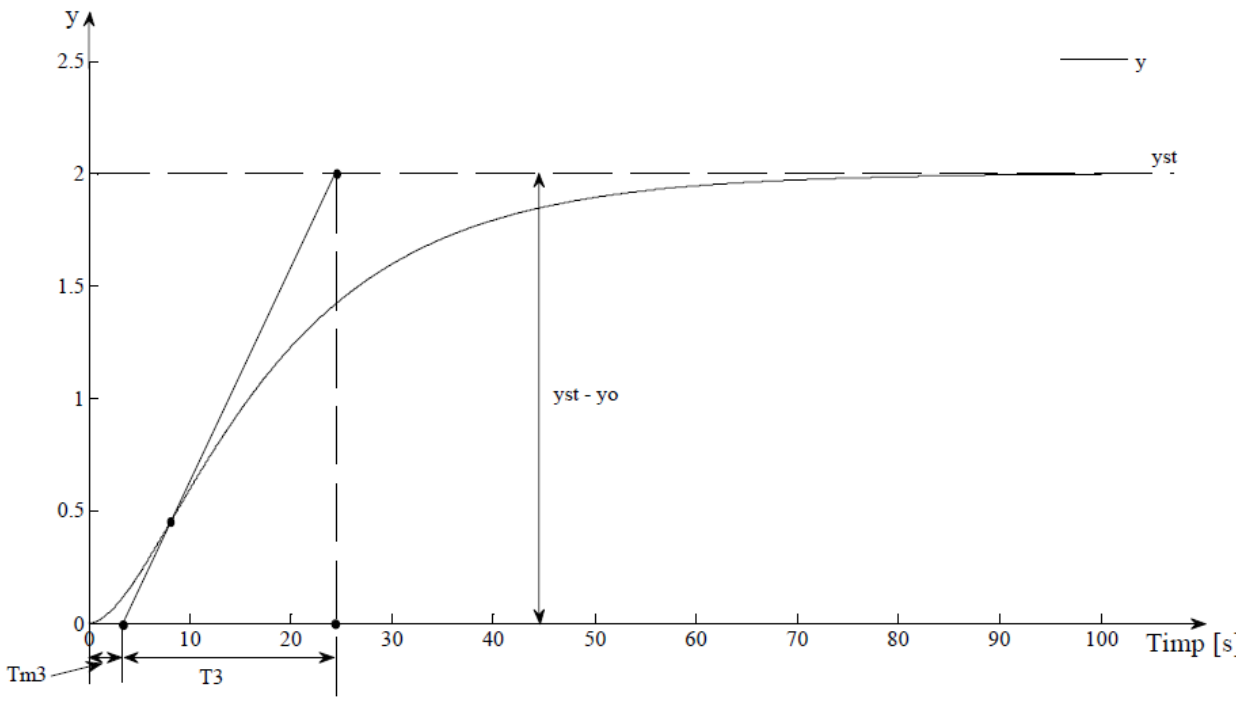

Figure 2: Metoda tangentei pentru procese de ordin superior

3 Metoda Cohen-Coon

Metoda Cohen-Coon este o altă metodă de identificare a sistemelor de ordin superior sub forma unor sisteme de ordin I cu timp mort. Astfel:

$$H(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdot \dots \cdot (T_n s + 1)} \approx \frac{K}{(Ts + 1)} e^{-\tau_m s}. \tag{10}$$

Parametrii care trebuie identificaţi sunt: factorul de proporţionalitate (K), constanta de timp $T[sec]$ şi timpul mort $\tau_m[sec]$.

Factorul de proporţionalitate este dat de raportul dintre ieşire şi intrare în regim staţionar. Similar cu lucrarea 1, datorită zgomotului de măsură este necesară alegerea cu atenţie a valorilor iniţiale şi staţionare:

$$K = \frac{\bar{y}_{st} - \bar{y}_0}{\bar{u}_{st} - \bar{u}_0}, \tag{11}$$

unde fiecare termen din formula precedentă reprezintă o valoare medie luată pe un interval adecvat.

Primul pas este deterimnarea timpilor la 28%, respectiv la 63% din urcare, conform figurii 3. Timpii scurşi de la momentul aplicării treptei până la momentele precizate sunt t_{28}, respectiv t_{63}. Parametrii se determină astfel:

- constanta de timp:

$$T = 1.5(t_{63} - t_{28}); \tag{12}$$

- timpul mort:

$$\tau_m = 1.5\left(t_{28} - \frac{1}{3}t_{63}\right). \tag{13}$$

Pentru simularea răspunsului la intrarea dată din condiţii iniţiale nenule este necesar modelul de tip spaţiul stărilor descris în (5). Pentru a introduce timpul mort, se consideră spaţiul stărilor astfel:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + Bu(t - \tau_m) \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t). \end{cases} \tag{14}$$

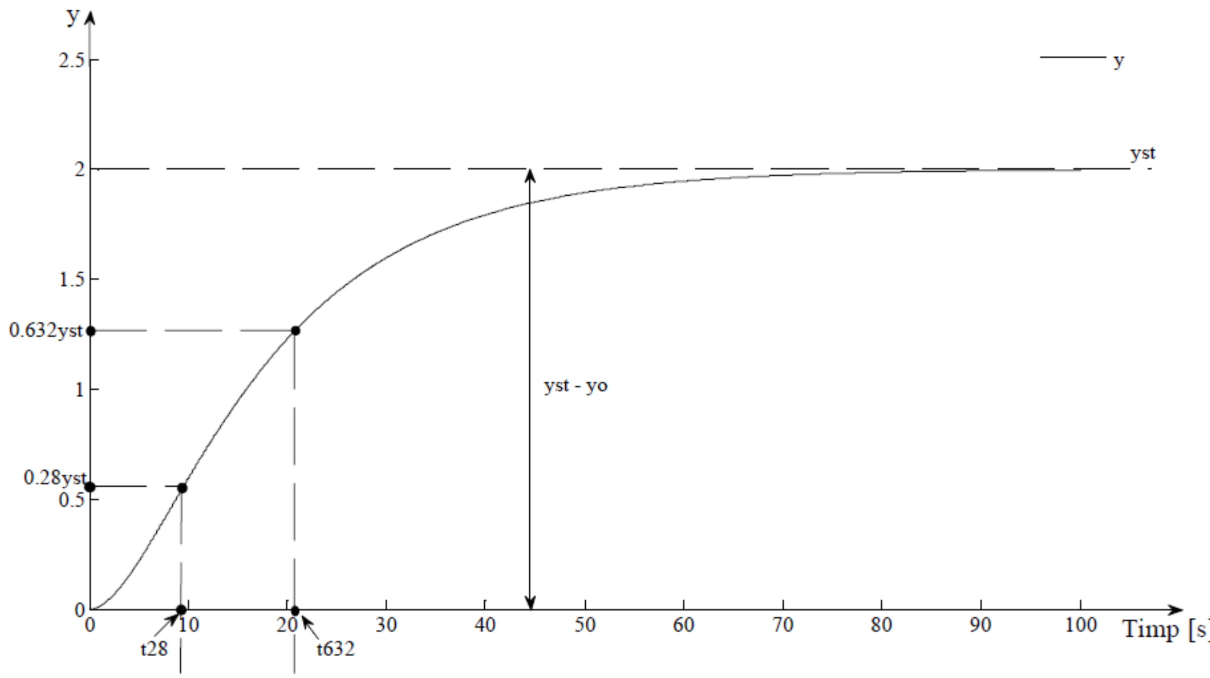

Figure 3: Identificarea experimentală prin metoda Cohen-Coon

4 Validarea rezultatelor

Pentru a valida rezultatele se folosesc urmtorii indici de performanţă:

- `eroarea medie pătratică`:

$$J = ||\mathbf{y} - \mathbf{y}_M|| = \sqrt{\frac{1}{N}\sum(y - y_M)^2}; \tag{15}$$

- `eroarea medie pătratică relativă`:

$$\varepsilon_{MPN} = \frac{||\mathbf{y} - \mathbf{y}_M||}{||\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}||}. \tag{16}$$