

2024 数值分析项目作业

作业内容 (满分 300 分, 折合成总评 15 分)

完成一个程序包, 实现 piecewise-polynomial splines(pp-Form) 与 B-splines(B-Form) 两种样条格式。

其应包含以下内容:

1. 在 ppForm 和 BSpline 格式下分别实现线性样条函数 \mathbb{S}_1^0 ($2 \times 10 = 20$ pts)。
2. 在 ppForm 格式下分别推导并实现如下三类三次样条函数 \mathbb{S}_3^2 : 周期边界条件, 自然样条, 完全三次样条 ($5 \times 25 = 75$ pts, 实现均匀节点给 15 分, 实现任意节点给 25 分)。
3. 在BSpline 格式下分别推导并实现如下三类三次样条函数 \mathbb{S}_3^2 : 周期边界条件, 自然样条, 完全三次样条 ($5 \times 25 = 75$ pts, 实现均匀节点给 15 分, 实现任意节点给 25 分)。
4. 验证 ppForm 和 BSpline 格式下取相同插值点和相同边界条件, 得到的曲线是相同的 (20 pts)。
5. BSpline 格式应支持**任意阶、任意节点**样条的绘制。即实现公式

$$S(t) = \sum_{i=2-n}^N a_i B_i^n(t) \in \mathbb{S}_n^{n-1}(t_1, \dots, t_n), t \in [t_1, t_N]$$

给定节点序列 $[t_1, \dots, t_N]$ 、次数 n 、系数 a_i , 计算曲线 $S(t)$ (30 pts, 仅实现均匀节点给 20 分)。

6. 实现平面上的样条曲线拟合 (Curve Fitting) (40 pts)
7. 实现球面上的样条曲线拟合 (Curve Fitting) (20 pts)

使用以上实现的内容完成第三章全部编程习题:

- A (分数包含在第 1, 2 条中)
- C (分数包含在第 1, 3 条中)
- D (20 pts)
- E (分数包含在第 4 条中), 要求分别实现题目要求的心形曲线,
 $r_2(t) = (x(t), y(t)) = (\sin t + t \cos t, \cos t - t \sin t), t \in [0, 6\pi]$ 和
 $r_3(t) = (x(t), y(t), z(t)) = (\sin(u(t)) \cos(v(t)), \sin u(t) \sin v(t), \cos u(t)), t \in [0, 2\pi]$ 三
条曲线的拟合, 其中第三条曲线 $u(t) = \cos t, v(t) = \sin t$ 。三条曲线应使用 cumulative
chordal length 和等距节点分别拟合, 并比较这两种节点的拟合效果。
- F (20 pts)

附加分数 (至多 300 分)

- 使用 jsoncpp 作为插值输入参数的控制, 至少应支持控制边界条件、次数、节点、区间 (+10 pts)。如有更多功能可额外加分, 最多 +20。
- 实现任意维数的样条曲线拟合。边界条件可自行指定 (+100 pts)。
 - 4 阶 pp-Form: 10 pts
 - 5 阶 pp-Form: 10 pts
 - 4 阶 B-Form: 10 pts
 - 5 阶 B-Form: 10 pts
 - 任意阶 pp-Form: 30 pts
 - 任意阶 B-Form: 30 pts

- 对各种样条进行收敛阶分析。其中三阶pp-Form和三阶B-Form的五种边界条件任选其一即可。
+60 pts。
- 自行设计更多函数样例进行测试 (+20 pts) 。
- 给出并实现判定曲线是否自相交的算法，你可以利用E问的几个算例进行测试 (+50 pts) 。
- 此外，如果你的作业因代码实现优雅或有独到的数学思想被助教认定为推荐作业，可获得至多 50 分的额外加分。

说明与提示

以下是程序实现时的建议，可以大幅降低bug出现的概率和减少调试的难度，但若有充分的理由，可不用遵守

- 在写第一行代码之前设计好全部的程序结构和框架，避免来回反复修改
- 程序设计：样条函数的数学理论与C++程序语言有着某种对应，样条有不同的阶数，曲线有不同的维数，使用模板类是一个很好的选择
- 程序结构：程序包内每一个类应只负责实现一个功能或数学对象，请勿将不同的内容糅合；每一个类的成员之间应避免功能交叉和覆盖
- 程序格式：变量、函数、类的命名要具体明了；函数定义切勿过长；添加详细的注释；使用git进行版本管理；空行与对齐美观；
- BSpline：B样条有优雅的递归定义，如何结合递归、类模板和数学理论？仔细思考数据结构
- 作图：作图不必须使用C++语言，Python,MATLAB等均可
- 线性方程组求解：无具体要求，lapack,eigen3等均可

如何提交

- 截止时间：2025.1.1 23.59（考试周前最后一天）
- 设计与数学文档：包含你的程序结构说明、设计的思路、类的功能接口、类之间关系的说明，以及你所推导的方程（组）和程序中用到的数学理论，命名为 design.pdf
- 报告：所有题目的程序运行结果和分析（包括额外作业中的误差分析），命名为 report.pdf
- 所有内容push到你的仓库，并打包一个压缩包提交，命名为
ProjHW_YourStuNum_YourName.zip，其文件结构至少包括（不应包括任何与作业无关的文件，如 .vscode）

```

/
├── src/
│   ├── 你的源代码等
├── doc/
│   ├── 你的设计与数学文档和报告pdf，以及生成这些pdf的tex文件
├── figure/
│   ├── 文档中出现的全部图片
├── 其他你的实现中必需的内容
└── makefile

```

并保证在你的文件根目录下命令行输入 make 可以一键触发文档编译、程序编译、程序运行，并在终端输出必要的信息

- 把压缩包发送至 22235063@zju.edu.cn，邮件命名为 2024NA你的名字项目作业，邮件发送后不接受撤回修改

当你看到这个文档时就应开始!
