



INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY

Escuela de Ingeniería y Ciencias
Ingeniería en Ciencia de Datos y Matemáticas

Actividad 6: Secuenciación de Tareas MA2015.301

DISEÑO DE ALGORITMOS MATEMÁTICOS BIOINSPIRADOS

Christian Jaffé Alarcón Acosta A00832881

Rubén Darío Castro Terrazas A00833945

Rodolfo Jesús Cruz Rebollar A01368326

Docente

Fernando Elizalde Ramírez

El trabajo realizado es para fines académicos sin fines de lucro. Queda prohibida la reproducción total o parcial de los datos (en bruto o enmascarados), resultados, modelos y conclusiones sin el previo consentimiento por escrito otorgado por los autores.

Monterrey, Nuevo León. Fecha, 28 de noviembre de 2023

1. Contexto del problema

Consideremos el conjunto de tareas $M = 1, 2, 3, \dots, m$ que se van a secuenciar en una sola maquina, cada tarea $i \in M$ tiene un tiempo de procesamiento t_i y una fecha límite d_i para ser realizada. Si la tarea i se completa antes de la fecha límite, incurre en un costo de retención h_i por unidad de tiempo. Una tarea retardada i da como resultado un costo de penalización c_i por unidad de tiempo.

| Tarea i | t_i | d_i | h_i | c_i |
|---------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 10 | 15 | 3 | 10 |
| 2 | 8 | 20 | 2 | 22 |
| 3 | 6 | 10 | 5 | 10 |
| 4 | 7 | 30 | 4 | 8 |
| 5 | 4 | 12 | 6 | 15 |

Cuadro 1: Datos de cada tarea

2. Modelo Matemático

2.1. Parametros

- h_i : costo de retención
- c_i : costo de penalización
- t_i : Tiempo i
- d_i : Fecha límite

2.2. Variables

- f_i : Costo de retención
- in_i : Dias de retencion
- p_i : Dias a penalizar
- u_i : Numero considerablemente grande

2.3. Función objetivo

$$\min \sum_{i=1}^M (h_i \cdot in_i) + (c_i \cdot p_i) \quad (1)$$

3. Algoritmo Genético (heurístico)

1. Tipo de cromosoma: Binario
2. Longitud: 15
3. Criterio de inicializacion: Ruleta (Aleatorio)
4. Criterio de infactibilidad: Eliminarlos
5. Criterio de Paro: 1000 generaciones
6. Funcion fitness: F.0
7. Criterio de seleccion: Aleatorio
8. Tamaño de la poblacion: 3000 (no factibles)
9. Probabilidad de cruce: 0.9
10. Puntos de cruce: 2
11. Lugar de cruce: 5,10,15
12. Probabilidad de mutacion: 0.1
13. Criterio de reemplazo: Si la funcion fitness (objetivo) de los nuevos individuos es menor que los individuos mas debiles de la poblacion original

Primeramente, para la representación de tareas se represento en una cadena binaria de 15 genes donde cada grupo de 3 genes representa una tarea en binario. Nos queda la siguiente representación:

- **Tarea 0:** 000
- **Tarea 1:** 001
- **Tarea 2:** 010
- **Tarea 3:** 011
- **Tarea 4:** 100

Entonces, una vez que tenemos un individuo, diseccionamos la cadena en orden para saber la secuencia de las tareas. El siguiente ejemplo ilustra el funcionamiento del algoritmo:

$$'100010011001000' = (4, 2, 3, 1, 0) \quad (2)$$

| | Modelo | 100 generaciones | 1000 generaciones | 10000 generaciones |
|---------------|-----------|------------------|-------------------|--------------------|
| Secuencia | 2,4,1,0,3 | 2,1,4,0,3 | 4,2,1,0,3 | 4,1,2,0,3 |
| F.O | 206 | 292 | 222 | 314 |
| Ejecución (s) | 0.433 | 0.017 | 0.024 | 0.089 |

Cuadro 2: Resultados comparativos

3.1. Resultados obtenidos de algoritmo

Una vez realizado el modelo matematico y el algoritmo genetico, se obtuvieron los siguientes resultados

En base a los resultados entre el modelo matemático y las diferentes soluciones usando el algoritmo genético, podemos obtener las siguientes conclusiones:

- La diferencia porcentual de tiempo de ejecución entre las diferentes soluciones usando el algoritmo genético y el modelo matemático es de por lo menos de **80**.
- El mejor resultado se obtuvo con 1000 generaciones, la cual se encontraba a **7.2 puntos porcentuales** de la solución óptima.
- El heurístico se vuelve indispensable cuando aumenta la complejidad del problema y el numero de tareas, ya que su tiempo de ejecución no es factorial ni exponencial.

Referencias

- [1] CastroMaster10. Genetic_algorithm_tasksequencing. https://github.com/CastroMaster10/Genetic_Algorithm_TaskSequencing, 2023.