FUNZIONI COMPOSTE

Consideriamo la funzione $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$. Essa è una composizione di 2 operazioni, la funzione potenza e la funzione radicale. Ad x si associa prima un esponente poi si mette sotto radice:

$$x \to 4 - x^2 \to \sqrt{4 - x^2}$$

È quindi una composizione della funzione $g(x) = 4 - x^2$ e $h(x) = \sqrt{x}$, vediamo il dominio e l'immagine di entrambe le funzioni :

	$g(x) = 4 - x^2$	$h(x) = \sqrt{x}$
DOMINIO	$\mathbb{R}$	$[0, \infty)$
IMMAGINE	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$\mathrm{h} : [0, \infty) \to \mathbb{R}$$

In questo caso la funzione $h(x) = \sqrt{x}$ viene applicata prima, poi viene applicata $g(x) = 4 - x^2$, quindi si dice scrive h composto g, usando questa scrittura :

$$h \circ g$$

L'immagine di g deve essere per forza contenuta nell'insieme di definizione di h. In questo caso l'immagine di g che è $\mathbb{R}$ non è contenuta nel dominio di h, cioè $[0, \infty)$, quindi restringiamo il dominio dato che l'immagine di h non è mai inferiore a 0. Il dominio di g diventa [-2,2] dato che esiste solo quando $4 - x^2 \geq 0$.

FUNZIONE INVERSA

La funzione neutra rispetto all'operazione di composizione è $f(x) = x$

La funzione inversa di f (che si scrive f^{-1}) è quella che mi permette di ritrovare l'elemento neutro, è la funzione che associa a ogni uscita $y \in f(D)$ l'unico ingresso $x \in D$ tale che $f(x) = y$.

$$\begin{cases} y = f(x) \\ x \in D \end{cases} \quad \text{equivale a} \quad \begin{cases} x = f^{-1}(y) \\ y \in f(D) \end{cases}$$

Considerando ciò, è possibile trovare una funzione inversa rispetto all'operazione di composizione?

Tale che:

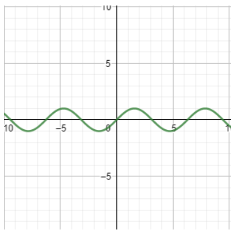
$$f^{-1}\ o\ f(x) = I(x) = x$$
$$f\ o\ f^{-1}(x) = I(x) = x$$
$$cio\grave{e}$$
$$x \to f(x) \to f^{-1}\big(f(x)\big) = x$$
$$xx_1 \neq x_2\, x_1 \neq x_2\ \to f^{-1}(x) \to f\big(f^{-1}(x)\big) = x$$

La funzione inversa esiste solo se f è iniettiva, se presi

$x_1, x_2\ \in D(f)\ x_1 \neq x_2\ \longleftrightarrow\ f(x_1) \neq f(x_2)$

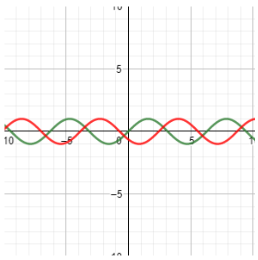
OPERAZIONI SUI GRAFICI

Supponiamo di conoscere il grafico di $y = f(x)$:



Ora prendiamo una funzione $g(x) =\ f(x+k)$

Essa è una translazione orizzontale, se $f(x)$ è contenuta tra a e b, $g(x)$ sarà contenuta tra a+k e b+k.



Per avere una translazione verticale, dovremmo far si che $g(x)$ assuma questo valore : $g(x) =\ f(x) + k$. se k>0 si ha una translazione verso l'alto, se k<0 verso il basso.