Esercizio 1

Si vuole procedere al dimensionamento e bilanciamento di una linea di trasferta costituita da N macchine che devono eseguire su un prodotto un numero complessivo di 12 lavorazioni $\{a, b, c, \ldots, n\}$. Le durate delle singole lavorazioni sono riportate in Tab. 1, assieme ai vincoli tecnologici di precedenza tra le lavorazioni stesse. In un ciclo continuo di 24h di funzionamento della linea, occorre produrre 144 unità del prodotto.

lavorazione	a	b	c	d	e	f	g	h	i	l	m	n
durata [minuti]	5	3	4	3	6	5	2	6	1	4	4	7
lavorazioni precedenti	–	a	b	a	d	c,e	f	g	f	f	l	h,i,m

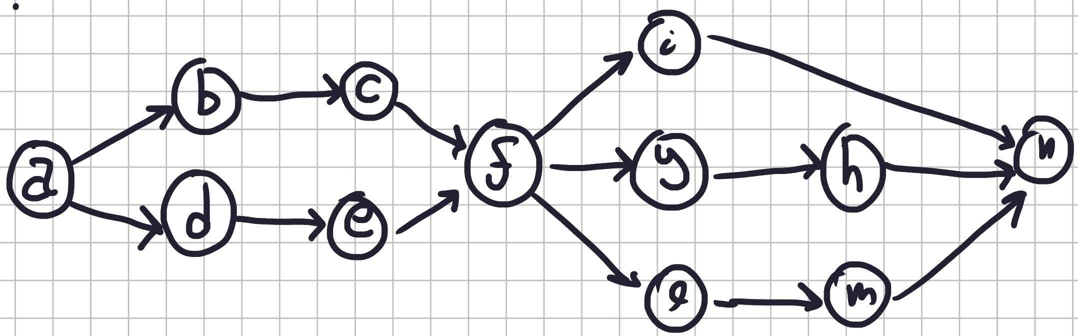
- Qual è il numero minimo teorico N_t di macchine necessarie per soddisfare il tasso di produzione richiesto?
- Costruire il grafo delle precedenze tra lavorazioni.
- Determinare un'assegnazione ammissibile delle lavorazioni alle macchine della linea in modo da ottenere un numero minimo N^* di macchine che soddisfano tutte al vincolo sul carico massimo teorico, usando se necessario l'euristica RPWT.
- Qual è lo sbilanciamento medio (in durata e in percentuale rispetto al carico massimo teorico)?
- In assenza di buffer intermedi, qual è il minimo tempo di avanzamento sincrono della linea?

$p = \dfrac{144}{24} = 6 \ \dfrac{\text{pezzi}}{\text{ora}}$ $\qquad T_a = 0.8\overline{3}$ ore

$WIP = 6 \cdot 0.8\overline{3} = 5$ $\qquad CMT = \dfrac{1}{p} = \dfrac{1}{6} \ \dfrac{\text{ore}}{\text{pezzo}}$

ogni macchina opera per al piu' 10 minuti

Grafo:



a	b	c	d	e	f	g	h	i	m	l	n
50	36	33	38	35	29	15	13	8	11	15	7

CMT = 10 min

ordine a d b e c f g l h m i n

Stazioni			Sbilanc.
1	$\overset{5}{a}$	$\overset{3}{d}$	2
2	$\overset{3}{b}$	$\overset{6}{e}$	1
3	$\overset{4}{c}$	$\overset{5}{f}$	1
4	$\overset{2}{g}$	$\overset{4}{l}$	4
5	$\overset{6}{h}$	$\overset{4}{m}$	0
6	$\overset{1}{i}$	$\overset{7}{n}$	2

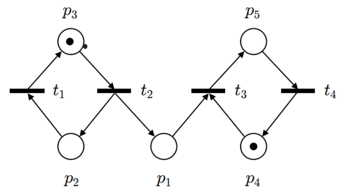
$N^* = 6$ num. minimo macchine

Sbil. medio $= \dfrac{10}{6} \simeq 1.6$ min

16%

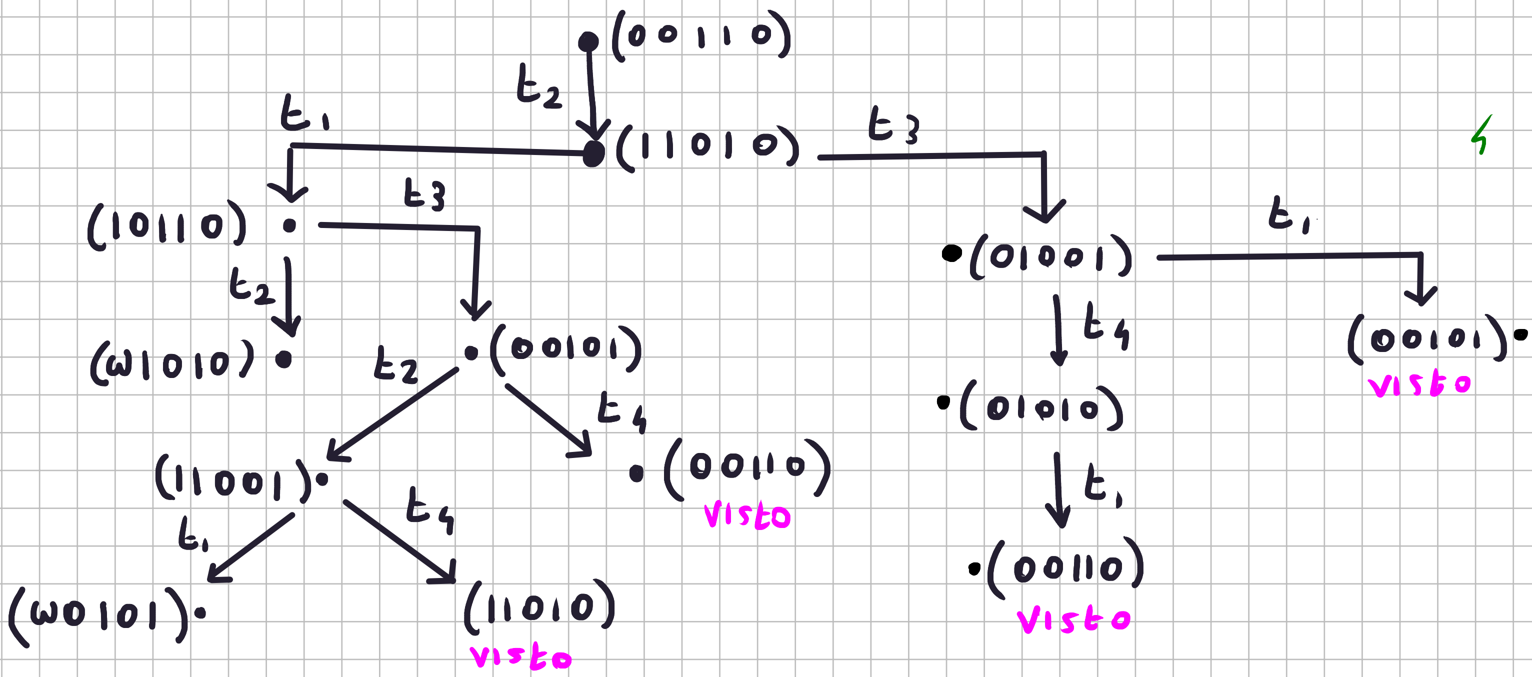
Esercizio 2

Si consideri la rete di Petri PN in Fig. 1, con la marcatura iniziale $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T$.

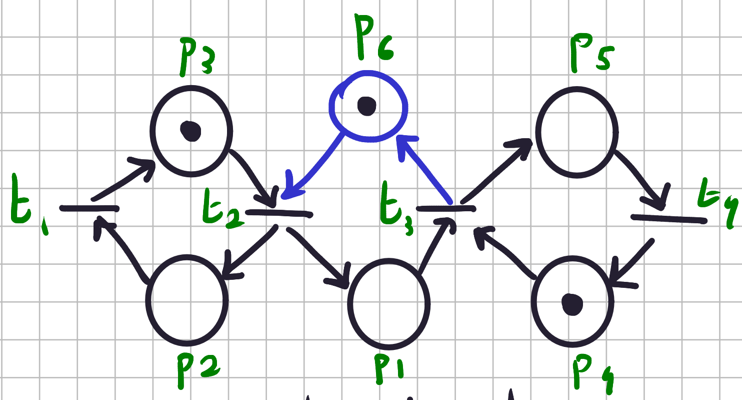


- Verificare se PN è k-limitata o meno, costruendo l'albero di raggiungibilità (o di copertura).
- Progettare un supervisore in modo che il numero di token nel posto p_1 sia sempre al più pari a 1 e non ci siano situazioni di deadlock.
- Per la rete supervisionata PN_s così ottenuta:
  - verificare se la rete è in una classe più ristretta di quella generale delle reti di Petri posti-transizioni;
  - determinare tutti i P-invarianti minimi (ossia a supporto minimo e canonico) e i T-invarianti;
  - fornire l'insieme di tutte le soluzioni delle equazioni di invarianza e individuare la sua relazione con l'insieme delle marcature raggiungibili $\mathcal{R}(PN_s)$;
  - costruire l'albero di raggiungibilità (o di copertura);
  - concludere sulla vivezza, reversibilità, esistenza di cicli conservativi e limitatezza della rete PN_s.

Albero di raggiungibilita'



Supervisore per $x(p_1) \leq 1$



tale rete e' ordinaria e' un Marked Graph ogni posto ha al piu' una transizione in ingresso.

Matrice di incidenza: $C = O - I$

$$C = \begin{array}{c} \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} t_1 & t_2 & t_3 & t_4 \end{array} \\ \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \end{array}$$

$$C^T = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$x_0 = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$C^T x = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_4 & \lambda_5 & \lambda_6 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{cases} -\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \\ \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_6 = 0 \\ -\lambda_1 - \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6 = 0 \\ \lambda_4 - \lambda_5 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \lambda_3 = \lambda_2 \\ \\ \lambda_1 = \lambda_6 \\ \lambda_4 = \lambda_5 \end{cases} \quad \lambda = [a\ b\ b\ c\ c\ a] \quad a, b, c \in \mathbb{N}$$

P invarianti minimi :

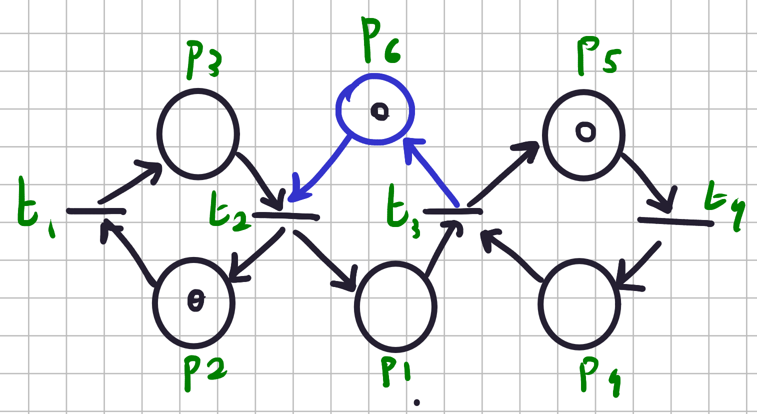
$\lambda_1 = [1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1]$ $\quad \lambda_2 = [0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0]$ $\quad \lambda_3 : [0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0]$

eq. invarianza per $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$

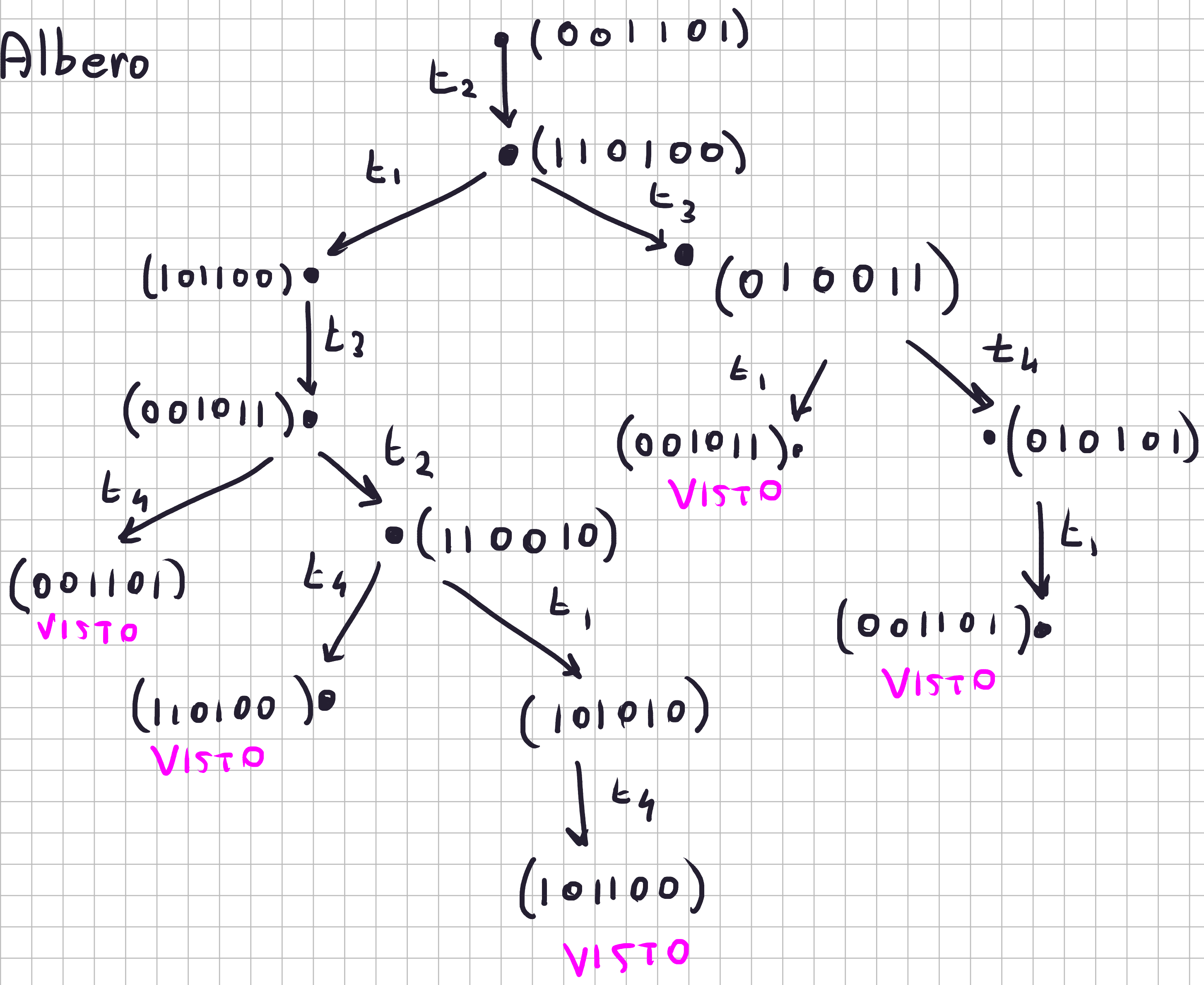
$$\sum_{i=1}^{6} x(p_i) = 3$$ la rete e' conservativa

$$I_x(PN) = \left\{ \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{vmatrix} ;\ a+b+c+d+e+f = 3 \right\}$$

$$R(PN) = \left\{ \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} \dots \right\} \subseteq I_x(PN)$$



Albero



VIVO : SI

REV : SI

LIMITATO : SI

T-Invarianti

$$C = \begin{array}{c|cccc|} & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 \\ p_1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ p_2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ p_3 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ p_4 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ p_5 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ p_6 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}$$

$$C\eta = 0 \quad \begin{cases} \lambda_2 = \lambda_3 \\ \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 \end{cases} \Rightarrow \eta = \begin{vmatrix} a \\ a \\ a \\ a \end{vmatrix} \quad a \in \mathbb{N}$$

$$\eta = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Es 4)

La risposta al gradino e' $Y(s) = \frac{K}{s(ms+d)} \Rightarrow y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y](t) = \frac{K}{d}\cdot\left(1 - \exp\left(-\frac{d}{m}t\right)\right)$

$\Rightarrow$ il guadagno a regime e' $\lim_{t\to\infty} y(t) = \frac{K}{d}$, il punto di massima salita si ha quando $\dot{y}(t) = \frac{K}{m}\exp\left(-\frac{d}{m}t\right)$ e' massimo, ossia in $t = 0$.

linearizzo: $\dot{y}(0)\cdot t = \frac{K}{m}t$, questo incrocia il valore di regime in t^* dove

$\frac{K}{m}t^* = \frac{K}{d} \Rightarrow t^* = \frac{m}{K}\cdot\frac{K}{d} = \frac{m}{d}$. Quindi: $\tau = \frac{m}{d}$ $\quad \theta = 0 \quad K' = \frac{K}{d}$

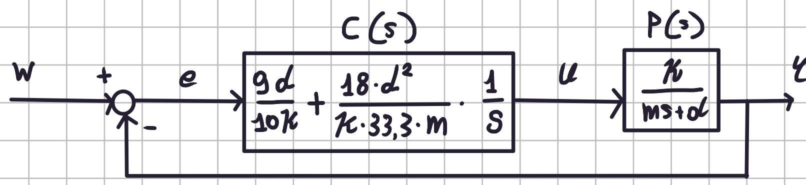
$\alpha \in (0,1)$

Considero $\theta = \alpha\cdot\frac{m}{d}$ e $\tau = (\alpha - 1)\frac{m}{d}$. Il sistema necessita di un regolatore PI per annullare l'errore a regime, dalla tabella ricavo

$$K_P = (K')^{-1}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{\tau}{\theta} = \frac{d}{K}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{\alpha - 1}{\alpha} \qquad T_I = 3.33\cdot\alpha\cdot\frac{m}{d} \Rightarrow K_I = \frac{K_P}{T_I} = \frac{9\cdot(\alpha-1)\cdot d^2}{K\cdot 33.3\cdot m\cdot\alpha^2}$$

Quindi il regolatore e' (ponendo $\alpha = \frac{1}{2}$): $C(s) = \frac{9d}{10K} + \frac{18\cdot d^2}{K\cdot 33{,}3\cdot m}\cdot\frac{1}{s}$

Lo schema a blocchi e':



$C(s)P(s) = \frac{9d}{10K} + \frac{18\cdot d^2}{K\cdot 33{,}3\cdot m}\cdot\frac{1}{s}$

Routh-Hurwitz Table

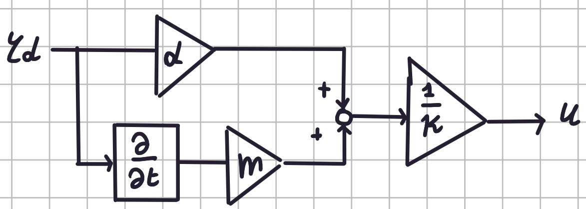
s^2	$333k^2m^2$	$333k^3m$
s	$dk^2\cdot(180d + 333m + 299.7)$	0
1	$333k^3m$	0

La tabella di Routh conferma la stabilita' del sistema.

$$W(s) = \frac{9dsK^2 33{,}3m + 180d^2K^2s + K^3 333\cdot m}{K^2 333\cdot m\cdot s\cdot(ms+d) + 9dsK^2 33{,}3m + 180d^2K^2s + K^3 333\cdot m} =$$

$$\frac{s(299.7\cdot K^2\cdot d + 180d^2K^2) + K^3\cdot 333\cdot m}{s^2(333K^2m^2) + s(333K^2md + 299.7K^2d + 180d^2K^2) + K^3 333\cdot m}$$

L'equazione differenziale del sistema e' $m\dot{y} + dy = uK$, sia y_d il rif. ricercato. Inversione del sistema:



E' necessario che y_d sia derivabile.

Schema FeedForward: