Esercizio. Si dimostri, utilizzando la definizione di Θ, che

$$f(n) = lg^2(2n) + lg\ 4n = \Theta(lg^2\ n)$$

mettendo in evidenza e commentando con chiarezza i passi seguiti.

secondo la definizione, $f(n) = \Theta(\log^2(n))$ se

$f(n) = O(\log^2(n))$ E $f(n) = \Omega(\log^2(n))$

DIMOSTRO CHE

$$K \cdot \log^2(n) \leq \log^2(2n) + \log(4n) \leq c \cdot \log^2(n)$$

- $K \log^2(n) \leq [\log(2) + \log(n)]^2 + \log(4) + \log(n)$

$K \log^2(n) \leq [1 + \log(n)]^2 + 2 + \log(n)$

$K \log^2(n) \leq 1 + \log(n) + \log(n) + \log^2(n) + 2 + \log(n)$

$K \log^2(n) \leq 3 + \log(n^3) + \log^2(n)$

$$K \leq \frac{3}{\log^2(n)} + \frac{3\cancel{\log(n)}}{\log(n)\cancel{\log(n)}} + 1$$

- $K \leq \dfrac{6}{\log(n)} + 1$ analogamente

- $K \geq \dfrac{6}{\log(n)} + 1$

QUINDI

$$K = \frac{6}{\log(n)} + 1 \checkmark$$

$\boxed{\text{VERIFICATO PER } K = 7 \quad n = 2}$

Esercizio. Sia data una funzione che prende un intero e restituisce un intero, è strettamente crescente (vale a dire $f(x)<f(x+1)$) e vogliamo trovare il primo intero non negativo per cui la funzione assume un valore non negativo.

Ad esempio, per $f(x)=-100+3x$ il valore da trovare è 34. Progettare un algoritmo che trova questo valore in tempo $O(\log n)$, assumendo che il calcolo di f costi $\Theta(1)$.

GLI DO 0

$f(0)$

$f(0) > 0 \to$ FINE

$f(0) < 0$

CHIAMO

$x = f(0)$

PROVO

$f(-x)$

$f(-x) > 0$

CHIAMO

$x = \left[\frac{f(x)}{2}\right]$

$f(-x) < 0$

CHIAMO

$y = -x$

CHIAMO

$x = y \cdot 2$

RICERCA BINARIA TRA

y ED x

-100

$x = -100$

$f(100)$

50

25

-5

x

$x = \ < 0$

$x \cdot 2 = \ > 0$

$\boxed{x}$ $\boxed{x \cdot 2}$