

Calcolo Combinatorio

Quante targhe possiamo formare nel formato italiano?

Le targhe sono formate da 4 posizioni con lettere e 3 con cifre, le lettere sono 26 e le cifre sono 10.

Ogni posizione lettera ha 26 possibili scelte di elemento, ed ogni posizione cifra ha 10 possibili scelte di elemento.

Il numero di targhe disponibili sarà di $26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 26$, cioè $26^4 \cdot 10^3$.

Tale calcolo è il risultato del **Principio Moltiplicativo** (PM), in questo caso il numero di posizioni è t , e le posizioni assumono il simbolo m .

Il prodotto di $m_1 \cdot m_2 \dots \cdot m_t$ è il numero di scelte totali.

Esempio

Quante stringhe possiamo creare con 5 lettere che non iniziano con H e non contengono 2 lettere consecutive?

Una gara di corsa si svolge con 8 atleti in gara, quanti ordini di arrivo ci sono?
(esclusi arrivi simultanei)

Per la prima posizione ci sono 8 scelte disponibili, per la seconda, si esclude il primo arrivato, ne rimangono quindi 7, per la terza si escludono i primi 2 e ne rimangono 6. Per tale principio secondo il calcolo combinatorio, il numero di ordini di arrivo sarà:

$$| \underline{8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1} | = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 8!$$

Consideriamo ora un insieme $A = \{a, b, c\}$. Quante sequenze ordinate di lunghezza 2 di elementi di A posso creare?

$$| \underline{3 | 3} | = 3 \cdot 3 = 9$$

Formula 1 : Disposizioni con ripetizione di ordine K con N elementi

Tale formula serve per contare sequenze ordinate (N^K) di lunghezza K di elementi di A.

K = lunghezza sequenze

N = numero elementi

$$D_{N,K} = N^K$$

In questo caso l'insieme A aveva 3 elementi, e la lunghezza delle posizioni era 3, quindi la formula applicata è stata $3^3 = 9$.

Formula 2 : Disposizioni senza ripetizione di ordine K con N elementi

Tale formula conta sequenze ordinate di elementi **distinti** di A.

K = lunghezza sequenze

N = numero elementi

$$\frac{N!}{(N-K)!}$$

$$* 0! = 1$$

Tale formula vale solamente se $K \leq N$. Se $K=N$ si chiama **permutazione**.

Esempio

Quante sequenze ordinate di elementi distinti di A di lunghezza 1, 2 e 3 posso creare?

insieme $A = \{a, b, c\}$

LUNGHEZZA 1	$K=1$ $N=3$	$\frac{3!}{(3-1)!} = \frac{6}{2} = 3$
2	$K=2$ $N=3$	$\frac{3!}{(3-2)!} = \frac{6}{1} = 6$
3	$K=3$ $N=3$	$\frac{3!}{(3-3)!} = \frac{6}{1} = 6$

* RICORDA CHE $0! = 1$