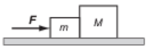
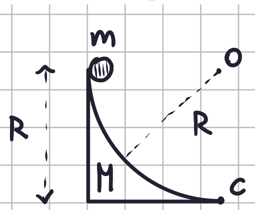
[1] Due blocchi, di massa m ed M, si trovano fermi sopra un piano orizzontale liscio: i due blocchi sono in contatto tra loro. Una forza costante $\mathbf{F}$ orizzontale viene applicata alla massa m. Determinare la forza che il blocco di massa m esercita sul blocco di massa M. (I due blocchi sono schematizzabili come due punti materiali.)



All'intero sistema e' applicata la forza $F=(m+M)\cdot a \Rightarrow a=\frac{F}{m+M}$ e' l'accelerazione del centro di massa, quindi di M: $F=M\cdot\frac{F}{(m+M)}$

[2] Una massa puntiforme $m = 0.2\,\mathrm{kg}$ cade, partendo da ferma da una altezza $R = 1\,\mathrm{m}$, lungo una guida di massa $M = 1\,\mathrm{kg}$ scabra. La guida, avente la forma di un quarto di circonferenza di raggio R, è disposta in un piano verticale ed è appoggiata su un piano orizzontale privo di attrito. Sapendo che la massa m quando arriva alla base della guida (punto C) possiede una velocità $v_c = 0.5\,\mathrm{m/s}$, si determini il lavoro fatto dalla forza di attrito.



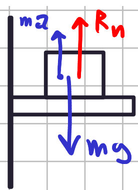
l'energia meccanica iniziale e' $E'_m = mgh = 0,2\cdot 9,8 = 1,96\ kg\frac{m^2}{s^2}$

l'energia finale e' $E''_m = \frac{1}{2}0.2\cdot\frac{1}{4} = \frac{0,1}{4} = 0.025 \Rightarrow L = \Delta E_m = 1.935\ J$

[3] Due masse $M = 10\,\mathrm{kg}$ e $m = 5\,\mathrm{kg}$ si trovano su un piano orizzontale privo di attrito e sono connesse da una molla ideale compressa, di costante elastica $k = 10\,\mathrm{N/m}$. Rilasciando le masse, si nota che a un certo istante t' la massa m ha una velocità $\mathbf{v} = 8\mathbf{i}$ m/s, essendo $\mathbf{i}$ il versore dell'asse x. Determinare, nell'istante t', la velocità della massa M e quella del centro di massa del sistema.

Non essendoci forze dissipative, l'energia meccanica del sistema si conserva, e anche la quantita' di moto, che inizialmente e' nulla, quindi $mv_1 + Mv_2 = 0 \Rightarrow v_2 = -\frac{mv_1}{M} = -\frac{5\cdot 8}{10} = -4\ \frac{m}{s}$. La velocita' del centro di massa e' ovviamente nulla: $8\cdot 5 - 4\cdot 10 = 0$.

[4] Una massa $m = 50\,\mathrm{kg}$ si trova inizialmente in quiete su di un carrello elevatore di massa $M = 500\,\mathrm{kg}$ fermo su un piano orizzontale privo di attrito. A un certo istante il carrello elevatore inizia a sollevare verticalmente la massa m imprimendogli un'accelerazione costante $a = 0.5\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Determinare la reazione vincolare $\mathbf{R}$ esercitata dal piano sul carrello elevatore durante il sollevamento di m.

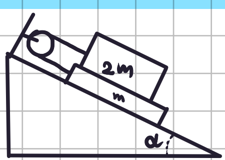


acc centro di massa

Per l'intero sistema $R_n - (M+m)g = (M+m)a_c \Rightarrow R_n = (M+m)(g+a_c)$

FINIRE

[5] La figura a lato mostra un blocco di massa $2m$ che scivola su un blocco di massa m, essendo entrambi i blocchi appoggiati su di un piano inclinato di un angolo α e collegati da una fune inestensibile e priva di massa. Tutte le superfici sono prive di attrito. Determinare l'accelerazione di ciascun blocco e la tensione della fune.



$m_x: -T + mg\sin\alpha = -ma$

$2m_x: -T + 2mg\sin\alpha = 2ma$

$\Rightarrow \begin{cases} T = m(g\sin\alpha + a) \\ -mg\sin\alpha - ma + 2mg\sin\alpha - 2ma = 0 \end{cases}$ RISOLVO PER a

$-mg\sin\alpha - ma + 2mg\sin\alpha - 2ma = 0 \Rightarrow$

$3ma = mg\sin\alpha \Rightarrow a = 3,26\cdot\sin\alpha$

$\Rightarrow T = m(g\sin\alpha + \frac{1}{3}g\sin\alpha) = \frac{4}{3}mg\sin\alpha$

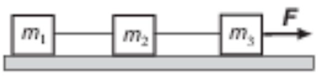
[6] Un punto materiale di massa m fermo su di un piano orizzontale, viene lanciato normalmente al piano verso l'alto. Durante il moto esso si spezza in due parti di massa $m_1 = 1/3m$ ed $m_2 = 2/3m$, rispettivamente, che, cadendo, arrivano sul piano orizzontale nello stesso istante. Ponendo un sistema di riferimento Oxy sul piano orizzontale con origine nel punto di partenza dell'oggetto, la massa m_1 cade nel punto di coordinate $x_1 = 2\,\mathrm{m}$, $y_1 = 10\,\mathrm{m}$: si chiedono le coordinate x_2 e y_2 del punto in cui cadrà m_2.

Dato che cadono sul piano nello stesso istante e la gravità non fa accelerare più rapidamente nessuno, ne consegue che entrambe le masse condividono la stessa legge oraria per la quota.

Per l'ascissa, essendo $m v^x = 0 \Rightarrow m_1 v_1^x = -m_2 v_2^x \Rightarrow v_2^x = -\frac{m_1}{m_2} v_1^x = -\frac{1}{2} v_1^x$

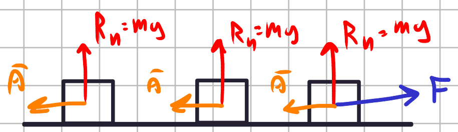
$\Rightarrow$ Quindi m_2 percorre la metà dello spazio su x rispetto a m_1. m_2 cadrà nel punto $P = (-1, 10)$

[7] Su un piano orizzontale scabro, tre blocchi massa m_1, m_2 e m_3 collegati da una fune inestensibile e priva di massa, sono trascinati per mezzo di una forza costante orizzontale $\mathbf{F}$. Se il coefficiente di attrito dinamico tra le masse e il piano vale μ_d, considerando le tre masse puntiformi, determinare la tensione della corda che collega m_1 con m_2. ($m_1 = m_2 = m_3 = m$).



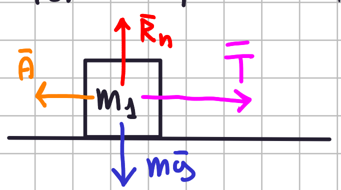
Per il sistema vale $F = ma$

accelerazione del sistema, e quindi di ogni singola massa



$\Rightarrow 3ma = F - 3\bar{A} \Rightarrow 3ma = F - 3\mu_d mg \Rightarrow a = \dfrac{F - 3\mu_d mg}{3m}$

Per m_1

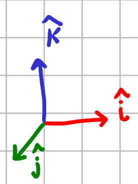


$F = ma \Rightarrow T - \mu_d mg = m\left(\dfrac{F - 3\mu_d mg}{3m}\right)$

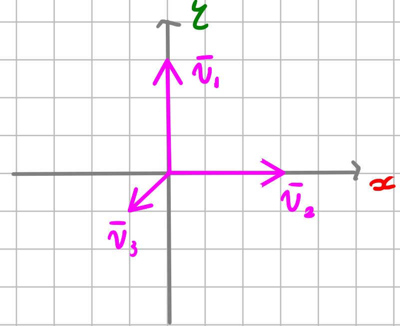
$\Rightarrow T = \mu_d mg + \frac{F}{3} - \mu_d mg = \frac{F}{3}$

[8] Una caldaia poggiata su un pavimento orizzontale esplode dividendosi in tre pezzi. Due di questi, di eguale massa, partono con la stessa velocità $v = 9\,\mathrm{m/s}$ in direzioni fra loro perpendicolari e parallele al pavimento. Il terzo pezzo ha una massa tripla rispetto a quella degli altri due. Quali saranno il modulo e la direzione della velocità del terzo pezzo subito dopo l'esplosione?

Uso la conservazione della quantità di moto



$\bar{P}_{in} = m\bar{v} = 0 \qquad \bar{P}_{Fin} = \frac{m}{5}\bar{v}_1 + \frac{m}{5}\bar{v}_2 + \frac{3}{5}m\bar{v}_3 = 0$



$\left.\begin{matrix}\bar{v}_1 \\ \bar{v}_2\end{matrix}\right\}$ ortogonali e di modulo $9\,\frac{m}{s} \Rightarrow \begin{cases}\bar{v}_1 = 9\hat{i} \\ \bar{v}_2 = 9\hat{j}\end{cases}$

$\Rightarrow \frac{1}{5}m9\hat{i} + \frac{1}{5}m9\hat{j} = -\frac{3}{5}m(a\hat{i} + b\hat{j})$

$|\bar{v}_3| = v_3 = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{18} \approx 4{,}24\,\frac{m}{s}$

$\Uparrow$

$\begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \begin{cases} -\frac{1}{5}m9 = \frac{3}{5}mv_3^x \\ -\frac{1}{5}mg = \frac{3}{5}mv_3^y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_3^x = -\frac{1}{5}m9\,\frac{5}{3}\,\frac{1}{m} = -\frac{9}{3} \\ v_3^y = v_3^x \end{cases} \Rightarrow \bar{v}_3 = -3\hat{i} - 3\hat{j}\ \frac{m}{s}$

[10] Una punto materiale di massa $m_1 = 100\,g$ e velocità v_1 urta centralmente un altro di massa m_2 inizialmente fermo. Sapendo che dopo l'urto m_1 si ferma e m_2 parte con velocità αv_1 ($\alpha = 0.7$), calcolare m_2 e la frazione di energia cinetica iniziale dissipata nell'urto.

La quantità di moto si conserva
$m_1 v_1 = m_2 \alpha v_1 \Rightarrow m_1 = m_2 \alpha \Rightarrow m_2 \simeq 142\,g$

inoltre $\Delta T = |T_1 - T_2| = \frac{1}{2}\cdot 0{,}1 \cdot v_1^2 - \frac{1}{2}\cdot 0{,}14 \cdot (0{,}7\cdot v_1)^2$
$= 0{,}01 \cdot v_1^2$

[12] Una palla di acciaio di massa $m = 50\,g$ cade da un'altezza $h = 1\,m$ e rimbalza più volte su un pavimento piano riducendo la sua velocità di un fattore η=1.25 dopo ogni rimbalzo. Trovare la somma della quantità di moto trasmessa dalla palla al pavimento dopo numerosi rimbalzi.

Al primo rimbalzo, la palla arriva al suolo con velocità $v\left(\sqrt{2\frac{h}{g}}\right) = -g\sqrt{2\frac{h}{g}}$ e dopo l'urto avrà velocità $-g\sqrt{2\frac{h}{g}}\cdot\frac{1}{1.25}$. dopo il secondo urto avrà velocità $\left(-g\sqrt{\frac{h}{g}}\cdot\frac{1}{1.25}\right)\cdot\frac{1}{1.25}$. sia p_i la quantità di moto dopo l'i-esimo rimbalzo:

$$p_0 = g\sqrt{2\frac{h}{g}}\,m \qquad p_1 = g\sqrt{2\frac{h}{g}}\,m\,\frac{1}{1.25} \qquad p_2 = g\sqrt{2\frac{h}{g}}\,m\,\frac{1}{1.25^2}$$

Dopo n rimbalzi: $p_n = g\sqrt{2\frac{h}{g}}\,m\cdot(1{,}25)^{-n} = 0{,}22\cdot\frac{1}{1.25^n}$

La p trasmessa dopo l'i-esimo è $\Delta p_i = p_i - p_{i+1}$

La quantità dopo n rimbalzi è $\sum_{i=0}^{n}\Delta p_i = \sum_{i=0}^{n}(0{,}22)\frac{1}{1{,}25^i} - (0{,}22)\frac{1}{1.25^{i+1}}$

$$\Delta p(n) = \sum_{i=0}^{n}\left(0{,}22\cdot\frac{1}{1.25^i}\right)\left(1-\frac{1}{1{,}25}\right) = \frac{2}{10}\sum_{i=0}^{n}\frac{22}{100}\cdot\frac{1}{1.25^i} = 0{,}044\sum_{i=0}^{n}\frac{1}{1.25^i}$$

per $n\to\infty$ (dopo numerosi rimbalzi) si ha $0{,}044\sum_{i=0}^{\infty}\frac{1}{1.25^i} = 0{,}044\cdot 5 = 0{,}22$