

Esercizio 1. Un'associazione è formata da 25 iscritti. Tra questi devono essere scelti un presidente ed un segretario.

1) Quanti sono i modi possibili per ricoprire le due cariche?

2) Se gli individui vengono scelti a caso per ricoprire le cariche, qual è la probabilità che un assegnato membro dell'associazione ne ricopra una?

1) È il caso di estrazioni ordinate con rimpiazzo: $25 \cdot 24$
 SCELTA PRESIDENTE → SCELTA SEGRETARIO

2) Lo spazio degli eventi è: $\Omega = \{(\omega_1, \omega_2) \mid \omega_i \in \{1, \dots, 25\} \wedge \omega_1 \neq \omega_2\}$, $|\Omega| = 25 \cdot 24$

$A_1 = \{\text{MEMBRO } x \text{ È PRESIDENTE}\} = \{\omega \in \Omega \mid \omega_1 = x\}$, $|A_1| = 1 \cdot 24$

$A_2 = \{\text{MEMBRO } x \text{ È SEGRETARIO}\} = \{\omega \in \Omega \mid \omega_2 = x\}$, $|A_2| = 1 \cdot 24$

$\Rightarrow A = \{\text{MEMBRO } x \text{ RICOPRE UNA CARICA}\} = A_1 \cup A_2$

$$\Rightarrow P(A, \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2) = \frac{24}{24 \cdot 25} + \frac{24}{24 \cdot 25} - 0 = \frac{2}{25}$$

! $A_1 \cap A_2 = \emptyset$

Esercizio 2. Quanti sono gli anagrammi (anche senza senso) delle parole: RISO, PATATE e COZZE.

RISO: $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ PATATE = $\frac{6!}{2!2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2} = 6 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 = 180$ COZZE: $\frac{5!}{2!} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

Esercizio 3. Sia S un insieme di cardinalità n . Quanti sono i sottoinsiemi di S di cardinalità k (con $k = 0, \dots, n$)?

Devo scegliere k elementi da S , non conta l'ordine! $\Rightarrow \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ = sottoinsiemi di cardinalità k , per $k = 0, \dots, n \Rightarrow$ Tutti i sottoinsiemi: $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$

Esercizio 4. Un compito di esame prevede di rispondere (esattamente) a 10 domande tra le 13 proposte.

1) In quanti modi si possono scegliere le domande?

2) Supponendo che le prime due domande siano obbligatorie, in quanti modi si possono scegliere le domande?

3) Supponendo sia richiesto di rispondere alla prima o alla seconda domanda (ma non ad entrambe), in quanti modi si possono scegliere le domande?

1) $\binom{13}{10}$ 2) $\binom{11}{8}$ 3) $2 \cdot \binom{11}{9}$

Esercizio 5. Alfredo e Bianca escono la sera con 5 amici. Cominciano la serata con un aperitivo al bar. Davanti al bancone ci sono 7 sgabelli vuoti in fila e ciascuno sceglie uno sgabello a caso. Qual è la probabilità che Alfredo e Bianca si siedano vicini? Dopo si recano al ristorante, dove gli viene assegnato un tavolo rotondo con 7 sedie e ciascuno sceglie una sedia a caso. Qual è la probabilità che Alfredo e Bianca si siedano vicini?

$$\Omega = \{\text{COMBINAZIONI DI POSTI}\} = \{(\omega_1, \dots, \omega_7) \mid \omega_i \in \{1, 2, \dots, 7\} \wedge i \neq j \Rightarrow \omega_i \neq \omega_j\}, \quad |\Omega| = 7!$$

ho che 1 := Alfredo, 2 := Bianca. POSTI: $\boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \boxed{5} \boxed{6} \boxed{7}$

$A_i = \{\text{Alfredo e Bianca sono nei posti } i-j \text{ dove } |i-j| = 1\}$, $|A_i| = 5!$

Coppie posti vicini = 12, $A = \{\text{Alfredo e Bianca sono vicini}\} = 12 \cdot 5! \Rightarrow P(A) = \frac{12 \cdot 5!}{7!} = \frac{2}{7}$

Se il tavolo è rotondo, Coppie posti vicini = 14 $\Rightarrow P(\{\text{sono vicini}\}) = \frac{14 \cdot 5!}{7!} = \frac{1}{3}$

Esercizio 6. Vengono estratte 5 carte a caso da un mazzo di 52 carte francesi. Calcolare la probabilità di ottenere:

- 1) poker;
- 2) colore;
- 3) full;
- 4) doppia coppia (ma non un full);
- 5) tris (ma né poker né full).

$$\Omega = \{(\omega_1, \dots, \omega_5) \mid \omega_i \in \{1 \dots 52\} \wedge i \neq j \Rightarrow \omega_i \neq \omega_j\}, \quad |\Omega| = \binom{52}{5}$$

$$1) |\text{Poker}| = 13 \cdot 48 \Rightarrow P(\text{Poker}) = \frac{13 \cdot 48}{\binom{52}{5}}$$

$$2) |\text{Colore}| = 4 \cdot \binom{13}{5} \Rightarrow P(\text{Colore}) = \frac{4 \cdot \binom{13}{5}}{\binom{52}{5}}$$

$$5) |\text{Tris}| = \binom{4}{3} \cdot 13 \cdot \binom{49-1}{2}, \quad M_2: |\text{Tris}| \cap |\text{Full}| \neq \emptyset \Rightarrow |\text{Tris}| = |\text{Tris}| - |\text{Full}|$$

escludo poker 2 a caso

Senza full

$$3) |\text{Full}| = 13 \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{4}{2} \cdot 12 \Rightarrow P(\text{Full}) = \frac{13 \cdot 12 \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{4}{2}}{\binom{52}{5}}$$

$$4) |\text{Doppia Coppia}| = 13 \cdot \binom{4}{2} \cdot 12 \cdot \binom{4}{2} \cdot (48 - 4)$$

RIMANENTI - FAREBBE FULL

$$\Rightarrow P(|\text{Doppia Coppia}|) = \frac{13 \cdot 12 \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot 44}{\binom{52}{5}}$$

$$\Rightarrow P(\text{Tris}) = \frac{\binom{4}{3} \cdot 13 \cdot \binom{48}{2} - 13 \cdot 12 \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{4}{2}}{\binom{52}{5}}$$