COMPITO 00009

	1A	1B	1C	1D	2A	2B	2C	2D	3A	3B	3C	3D	4A	4B	4C	4D
V	□	□	□	□	■	□	■	□	■	□	□	■	■	■	■	■
F	■	■	■	■	□	■	□	■	□	■	■	□	□	□	□	□
C	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□

1) Si consideri l'equazione differenziale

$$y'(t) = e^{3t}\,(7 + y^2(t))\,.$$

1A) L'equazione ha un'unica soluzione.
1B) Esistono infinite soluzioni dell'equazione tali che $y(0) = 4$.
1C) Non esistono soluzioni dell'equazione tali che $y(0) = 0$ e $y'(0) = 7$.
1D) Se $y(0) = 5$, la soluzione è decrescente in un intorno dell'origine.

2) Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(t) - 5\,y'(t) + 6\,y(t) = 18\,.$$

2A) Esiste un'unica soluzione dell'equazione tale che $y(0) = 3$, $y'(0) = 0$ e $y''(0) = 0$.
2B) Se $y(0) = 0$ e $y'(0) = 6$, si ha $y''(0) = -12$.
2C) Esiste un'unica soluzione dell'equazione tale che $y'(0) = 1$ e $y''(0) = 5$.
2D) Se $y(0) = 0$ e $y'(0) = 0$, la soluzione dell'equazione è concava in un intorno dell'origine.

3) Si consideri il problema di Cauchy

$$(1)\qquad \begin{cases} y'(t) = 5\,y(t) + e^{5t} + 10\,, \\ y(0) = 0\,. \end{cases}$$

3A) Si ha $y'(0) > 0$.
3B) La funzione $y_0(t) = 5\,e^{5t}$ non è soluzione dell'equazione omogenea associata all'equazione di (1).
3C) La soluzione di (1) è $y(t) = (t-2)\,e^{5t} + 2$.
3D) Si ha

$$\lim_{t\to+\infty} y(t) = +\infty\,.$$

4) Si consideri l'equazione differenziale

$$(1)\qquad y''(t) + A\,y'(t) + B\,y(t) = 0\,.$$

4A) Se $A = B = 0$, i polinomi di primo grado sono soluzioni di (1).
4B) Se $A = -13$ e $B = 36$, la funzione $y(t) = 3\,e^{4t}$ è soluzione di (1).
4C) Se $A = -8$ e $B = 16$, la funzione $y(t) = 7\,t\,e^{4t}$ è soluzione di (1).
4D) Se $A = 0$ e $B = 81$, tutte le soluzioni non nulle di (1) sono periodiche.

$\lambda^2 + 81$

$x^2 + 81$ $\qquad 0 - 4(81)$

$\alpha = 0 \qquad \beta = 9$

$C\cos(9t) + D\sin(9t)$

5) Si consideri l'equazione differenziale

$$y'(t) = 3\,(y(t)+5)\,\cos(3\,t)\,. \tag{1}$$

a) Quante soluzioni di (1) verificano la condizione $y(0) = 12$? E quante le condizioni $y(0) = 0$ e $y'(0) = 15$?
b) Determinare la soluzione di (1) tale che $y(9) = -5$.
c) Calcolare $T_2(y(t); 0)$, dove $y(t)$ è la soluzione di (1) tale che $y(0) = 0$.
d) Determinare la soluzione di (1) tale che $y(0) = 0$.

a) UNA SOLUZIONE VERIFICA $Y(0)=12$, ED UNA SOLUZIONE VERIFICA $Y(0)=0$, $Y'(0)=15$.

b)

$$f(t)=\cos(3t) \qquad \int \cos(3t) = \frac{\sin(3t)}{3}$$

$$g(s)=3(s+5) \qquad \int \frac{1}{3s+15} = \frac{1}{3}\int \frac{3}{3s+15} = \frac{1}{3}\ln(3s+15)$$

dato che $G(Y_0)=0$, la soluzione e' $Y(t)=-5$.

d

$$\frac{1}{3}\ln(3Y(t)+15) = \frac{\sin(3t)}{3} + \frac{1}{3}\ln(15)$$

$$\ln(3Y(t)+15) = \sin(3t) + \ln(15)$$

$$Y(t) = \frac{e^{\sin(3t)+\ln(15)} - 15}{3}$$

c

$$Y(0)=0, \quad Y'(0)=15, \quad Y''(0)=45$$

$$Y''(t) = 3Y'(t) - 9(Y(t)+5)(-3\sin(t))$$

$$(9Y(t)+5)$$

$$T_2(Y(t),0) = 15t + \frac{45}{2}t^2$$

6) Si consideri il problema di Cauchy

$$(1) \qquad \begin{cases} y''(t) - 6\,y'(t) + 9\,y(t) = 27\,, \\ y(0) = 4\,, \quad y'(0) = 0\,. \end{cases}$$

a) Quante soluzioni ha (1)? E quante tali che $y''(0) = 26$?
b) Scrivere tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata all'equazione di (1).
c) Determinare una soluzione particolare dell'equazione di (1), e scrivere tutte le soluzioni dell'equazione di (1).
d) Determinare la soluzione di (1).

(a) (1) ha UNA SOLUZIONE. ha ZERO SOLUZIONI

$\Pi.C.$ $y''(0) = 26.$

(b)

$$P(\lambda) = \lambda^2 - 6\lambda + 9 = 0 \to y(t) = (C + Dt)e^{3t}$$

(c) $y(t) = Q$ $\qquad 9Q = 27 \to Q = 3 \qquad \bar{y}(t) = 3$

$$y(t) = (C + Dt)e^{3t} + 3$$

(d)

$$y'(t) = De^{3t} + (C + Dt)3e^{3t} \qquad y(0) = C + 3$$

$$y'(0) = D + 3C$$

$$y''(t) = 3De^{3t} + D3e^{3t} + (C + Dt)9e^{3t}$$

$$y''(0) = 6D + 9C$$

$$\begin{cases} 4 = C + 3 \\ 0 = D + 3C \end{cases} \to \begin{cases} C = 1 \\ D + 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} C = 1 \\ D = -3 \end{cases}$$

$$y(t) = (1 - 3t)e^{3t} + 3$$

0 ERRORI FATTI