Limiti notevoli

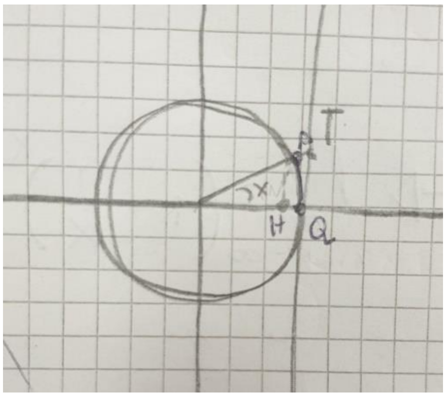
$$\lim_{x\to\infty}\frac{\log x}{x^{\alpha}} = 0, \forall\alpha > 0$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^{\alpha}}{a^{x}} = 0, \forall\alpha > 0, \forall a > 1$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} = l \to \lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} = l$$

Un altro limite notevole :

$$\lim_{x\to 0}\frac{sinx}{x} = 1$$



$$HP = Sin(x)$$

$$\overline{PQ} = x$$

$$\overline{QT} = Tan(x) = \frac{Sin(x)}{Cos(x)}$$

$$HP \le PQ \le QT$$

$$Sin(x) \le x \le \frac{Sin(x)}{Cos(x)}$$

$$1 \le \frac{x}{\mathrm{Sin}(x)} \le \frac{1}{Cos(x)}$$

1 teorema del confronto 1

Funzione continue in un intervallo

Nell'intervallo in cui sono continue, possono essere di segnate senza mai alzare la penna dal foglio.

<u>Teorema dell'esistenza degli zeri</u>

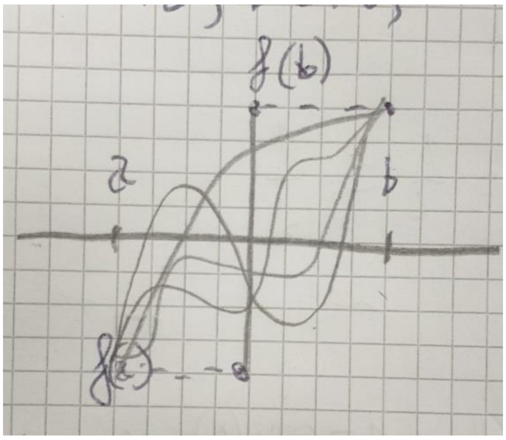
Sia f una funzione continua in [a,b], $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$, a < b

$$se\ f(a)f(b) < 0 \rightarrow \exists\, x_0 \in (a,b)\ tale\ che\ f(x_0) = 0$$

Tutte le funzioni

continue in

[a, b]



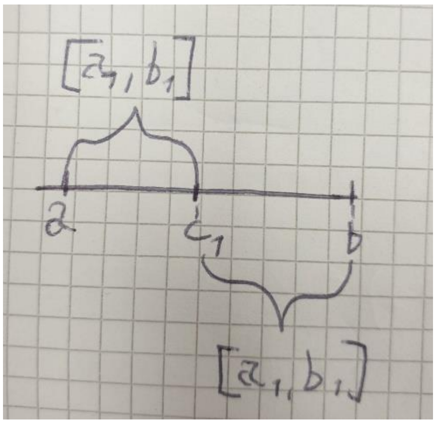
Dimostrazione :

f(a) e f(b) < 0 $\quad C_1 = \frac{a+b}{2}\ calcoliamo\ f(C_1) se\ f(C_1) = 0$

$$f(a)f(C_1) < 0 \qquad \boxed{a_1, b_1} \qquad a_1 = a, b_1 = c_1$$
$$f(a)f(C_1) > 0 \qquad\qquad\qquad a_1 = c_1, b_1 = b$$

$$\downarrow$$

$$f(a_1)f(b_1) < 0$$



$\{a_n\}\ e\ \{b_n\}$

Corollario

Sia f una funzione continua in [a,b] tale che :

$$\forall\, m \in [f(a), f(b)] (\forall m \in [f(b(, f(a)] se\ f(b) < f(a))$$
$$\left(se\ f(a) < f(b) \right) \exists\, x_0 \in (a, b) tale\ che\ f(x_0) = m$$

Teorema di Weierstrass

Sia f una funzione continua in [a,b] allora esiste il massimo ed il minimo di f in [a,b]

Corollario

$$\forall\, \mathrm{y} \in [\min f(x), \max f(x)] \rightarrow \exists\, x \in [a, b]\ tale\ che\ f(x) = y$$