

Matricola _____

Esame Di Progettazione di Sistemi Digitali -Canale AL 26/01/2021 (B)

Nome: _____

Cognome: _____

Matricola: _____

Esercizio 1 (5 punti)

Analizzare la rete sequenziale mostrata in figura. Stendere la tavola degli stati futuri e di uscita e disegnare l'automata (il diagramma di transizione degli stati).

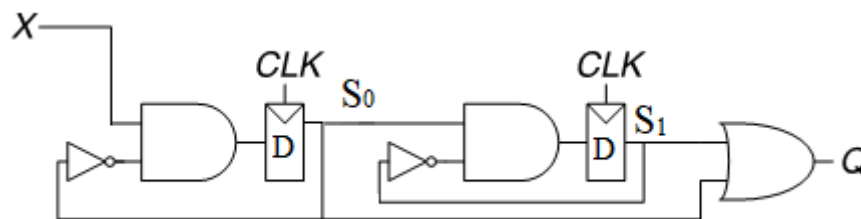


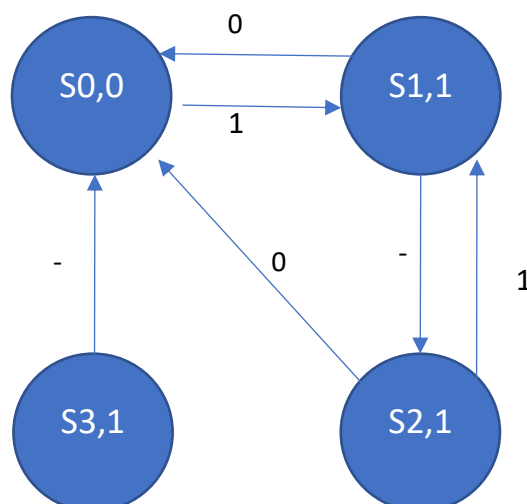
Tabella degli stati

S1	S0	x	S1'	S0'	Q
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1



PS	x	NS	Q
S0	0	S0	0
S0	1	S1	0
S1	0	S2	1
S1	1	S2	1
S2	0	S0	1
S2	1	S1	1
S3	0	S0	1
S3	1	S0	1

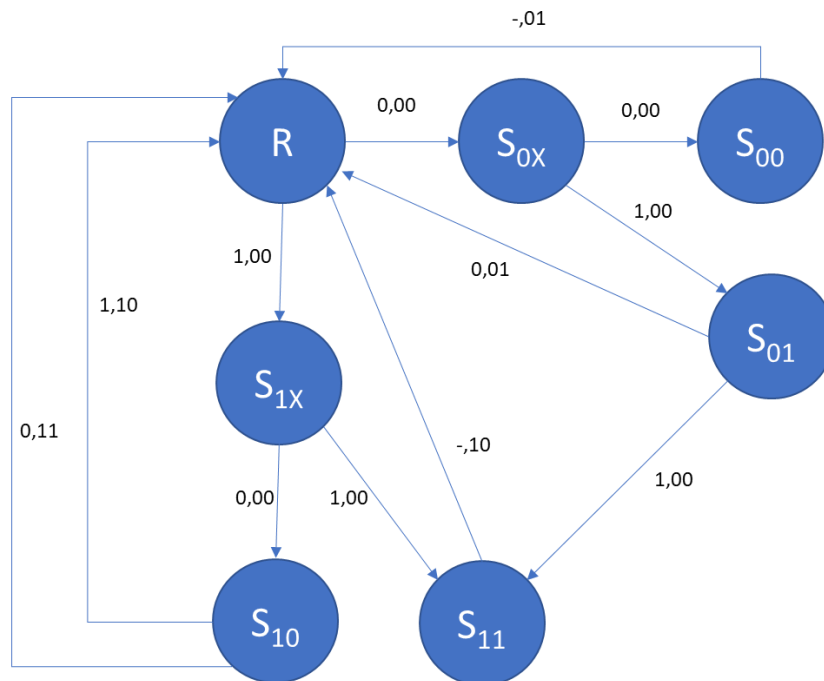
Automa



Esercizio 2 (8 punti)

Progettare un circuito sequenziale con un ingresso x e due uscite z_1 e z_0 . L'uscita z_1 deve essere uguale a 1 se gli ultimi tre bit di ingresso rappresentano un numero negativo in Ca2, mentre z_0 deve essere 1 se gli ultimi 3 bit contengono almeno due 0. Non si considerino le sovrapposizioni.

Esempio x 010111111000001100
 z_1 000001001000000001
 z_0 001000000001001001



PS	x	NS	z_1z_0
R	0	S _{0X}	00
R	1	S _{1X}	00
S _{0X}	0	S ₀₀	00
S _{0X}	1	S ₀₁	00
S _{1X}	0	S ₁₀	00
S _{1X}	1	S ₁₁	00
S ₀₀	0	R	01
S ₀₀	1	R	01
S ₀₁	0	R	01
S ₀₁	1	S ₁₁	00
S ₁₀	0	R	11
S ₁₀	1	R	10
S ₁₁	0	R	10
S ₁₁	1	R	10

Stato	Codifica		
	S ₂	S ₁	S ₀
R	0	0	0
S _{0X}	0	0	1
S _{1X}	0	1	0
S ₀₀	0	1	1
S ₀₁	1	0	0
S ₁₀	1	0	1
S ₁₁	1	1	0

Matricola _____

$S_2S_1S_0$	x	$S_2'S_1'S_0'$	z_1z_0
000	0	001	00
000	1	010	00
001	0	011	00
001	1	100	00
010	0	101	00
010	1	110	00
011	0	000	01
011	1	000	01
100	0	000	01
100	1	110	00
101	0	000	11
101	1	000	10
110	0	000	10
110	1	000	10

$$S_2' = \bar{S}_2\bar{S}_1S_0x + \bar{S}_2S_1\bar{S}_0 + S_2\bar{S}_1\bar{S}_0x$$

$$S_1' = \bar{S}_2\bar{S}_1\bar{S}_0x + \bar{S}_2\bar{S}_1S_0\bar{x} + \bar{S}_2S_1\bar{S}_0x + S_2\bar{S}_1\bar{S}_0x$$

$$S_0' = \bar{S}_2\bar{S}_1\bar{S}_0\bar{x} + \bar{S}_2\bar{S}_1S_0\bar{x} + \bar{S}_2S_1\bar{S}_0\bar{x}$$

$$z_1 = S_2\bar{S}_1S_0 + S_2S_1\bar{S}_0$$

$$z_0 = \bar{S}_2S_1S_0 + S_2\bar{S}_1\bar{S}_0\bar{x} + S_2\bar{S}_1S_0\bar{x}$$

Esercizio 3 (1+2+1 punti)

- Rappresentare $X = -42$ e $Y = 95$ in Ca2, ognuno con il minimo numero di bit.
- Dopo aver calcolato il numero di bit necessario per rappresentare sia la somma $X+Y$ che la differenza $X-Y$, portare X e Y alla lunghezza necessaria ed eseguire le due operazioni.
- Infine, verificare i risultati ottenuti.

$-X = 42 = 32+8+2 = 0101010$ (usiamo 7 bit, poiché stiamo rappresentando numeri con il segno)

$X = -42 = 1010101+1 = 1010110$

$Y = 95 = 64 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 01011111$ (usiamo 8 bit, poiché stiamo rappresentando numeri con il segno)

11010110 + X (estendiamo il segno ad 8 bits)

01011111 Y

100110101 = $32+16+4+1 = 53$ (il bit 1 di riporto va scartato)

$-Y = -(01011111) = 10100000 + 1 = 10100001$

11010110 + X

10100001 -Y

101110111 = $-256+64+32+16+4+2+1 = -137$

Esercizio 4 (3 punti)

Usando gli assiomi dell'algebra di Boole, verificare la seguente identità:

$$\frac{(\bar{b} + c)(a + b\bar{c}) + (\bar{a}c + b)(a \oplus b\bar{c})}{(\bar{b} + c) + (a + b\bar{c}) + (\bar{a}c + b)(a \oplus b\bar{c})} = \bar{a} + b$$

$$\begin{aligned} & b\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + (\bar{a}c + b)(\overline{a\bar{b}c + \bar{a}bc}) = \\ & b\bar{c} + \bar{a}(\bar{b} + c) + (\bar{a}c + b)(\overline{a\bar{b}c} \cdot \overline{\bar{a}bc}) = \\ & b\bar{c} + \bar{a}\bar{b} + \bar{a}c + (\bar{a}c + b)(\bar{a} + bc) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c}) = \\ & b\bar{c} + \bar{a}\bar{b} + \bar{a}c + (\bar{a}c + b)(\bar{a} + bc) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c}) = \bar{a} + b \\ & b\bar{c} + \bar{a}\bar{b} + \bar{a}c + (\bar{a}c + b)(\bar{a}\bar{b} + \bar{a}\bar{c} + abc) = \\ & b\bar{c} + \bar{a}\bar{b} + \bar{a}c + (\bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + abc) = \\ & b\bar{c} + \bar{a}\bar{b} + \bar{a}c + \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + abc = \\ & \bar{a}(\bar{b} + c + b\bar{c}) + b(\bar{c} + ac) = \\ & \bar{a}(\bar{b} + c + b) + b(\bar{c} + a) = \\ & \bar{a}(c + 1) + b(\bar{c} + a) = \end{aligned}$$

per assorbimento:

$$\bar{a}c + \bar{a}\bar{b}c = \bar{a}c$$

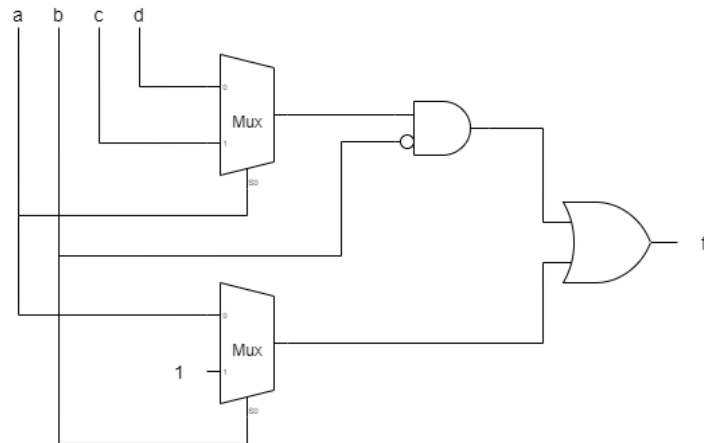
$$c + b\bar{c} = c + b$$

$$\bar{c} + ac = \bar{c} + a$$

$$\bar{a} + b(a + \bar{c}) = \bar{a} + ab + b\bar{c} = \bar{a} + b + b\bar{c} = \bar{a} + b$$

Esercizio 5 (1+2+1+2 punti)

- Si consideri il circuito in figura e si scriva l'espressione della funzione f
- Trasformare tale espressione, usando assiomi e regole dell'algebra di Boole, in forma normale SOP ed in forma normale POS
- Si scriva la tavola di verità di f
- Si scrivano le espressioni minimali SOP e POS di f



$$\begin{aligned} f &= a\bar{b} + b + \bar{b}(d\bar{a} + ac) = a\bar{b} + b + \bar{a}\bar{b}d + a\bar{b}c \\ &= a\bar{b} + b + \bar{a}\bar{b}d = a + b + \bar{a}\bar{b}d = a + b + d \text{ (SOP/POS)} \end{aligned}$$

per assorbimento:
 $a\bar{b} + a\bar{b}c = a\bar{b}$

abcd	f
0000	0
0001	1
0010	0
0011	1
0100	1
0101	1
0110	1
0111	1
1000	1
1001	1
1010	1
1011	1
1100	1
1101	1

Matricola _____

Esercizio 6 (1+2+1 punti)

Dati i numeri in rappresentazione IEEE 754 $X = 13600000$ e $Y = 41100000$, (a) rappresentarli in notazione decimale in virgola mobile (approssimato $\pm 0,03$), (b) eseguire l'operazione $X+Y$ e (c) rappresentare il risultato sia in notazione decimale a virgola mobile (approssimato $\pm 0,03$) e sia in esadecimale.

X

13600000

segno= +

esponente = 00100110 (38) --> Applicando il bias diventa $38-127 = -89$

mantissa = 1.1100000000000000000000 (1.0+0.5+0.25)

In decimale: $1.75 \cdot 10^{-27}$

Y

41100000

segno= +1

esponente = 10000010 (130) --> Applicando il bias diventa $130-127 = 3$

mantissa = 1.0010000000000000000000 (1.0 + 0.125)

In decimale: $1.125 \cdot 8 = 9.0$

Per la somma bisognerebbe fare lo shift di X di 92 posizioni, ottenendo una mantissa di tutti zeri.