

## Es 1)

$T_i$	$C_i$
$A_1$ 24	9
$A_2$ 15	6

$A_3$ :

Occorrenza	1	2	3	4	5
Activation time	0	63	123	189	250
Computation time	12	11	9	7	12

mn. tempo occorrenza: 60  
max computazione: 12

$A_1$  = aperiodico,  $a_1(1) = 6$      $D_1(1) = 186$      $C_1(1) = 6$

Insieme equivalente:

$T_i$	$C_i$
$A_1$ 24	9
$A_2$ 15	6
$A_3$ 60	12

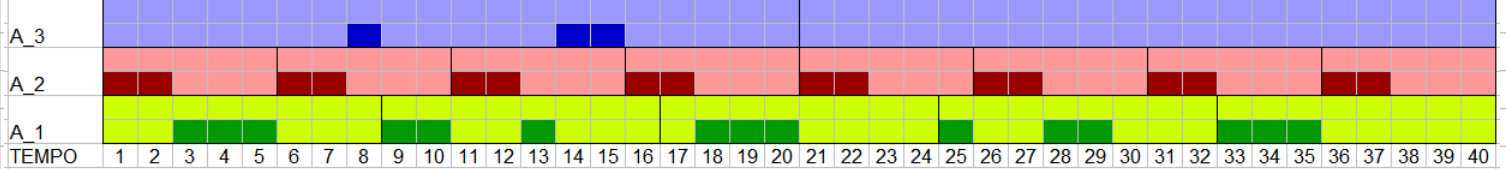
= L.u. = 3ms  $\Rightarrow$

$T_i$	$C_i$
$A_1$ 8	3
$A_2$ 5	2
$A_3$ 20	4

$$U = \frac{3}{8} + \frac{2}{5} + \frac{4}{20} = \frac{15+16+8}{40} = \frac{39}{40}$$

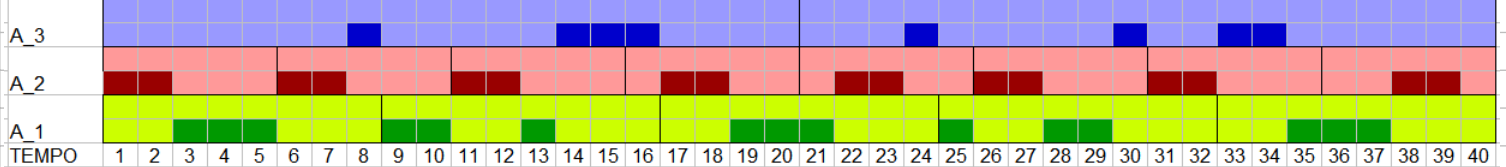
Nessuna delle condizioni sufficienti di RMPO e' soddisfatta. Provo con la trama:

RMPO



RMPO NON RIESCE A SCHEDULARE I TASK, Si prova con EDF

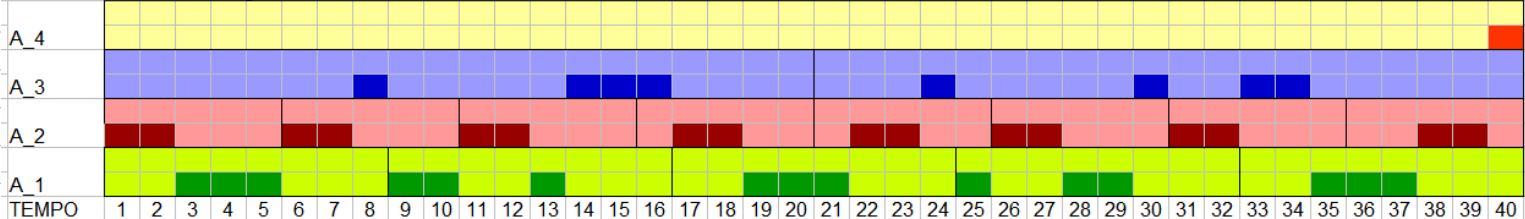
EDF



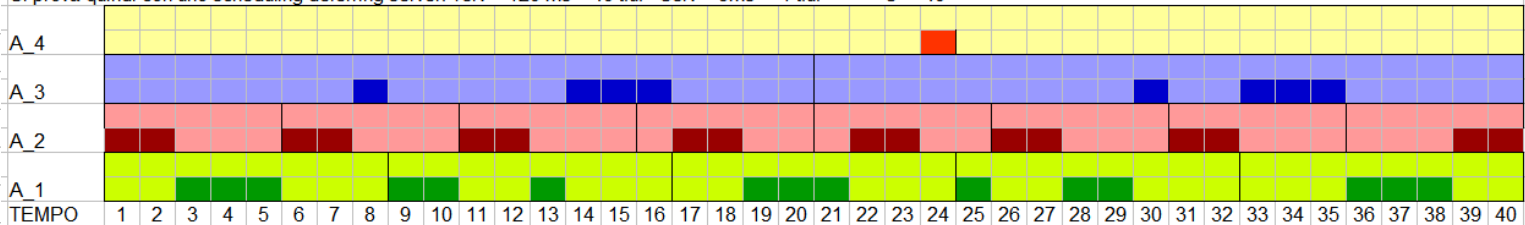
EDF riesce a schedulare i task dato che  $U < 1$ .

dato un algoritmo di scheduling diremo che il processore è completamente utilizzato se, l'aumento di un qualsiasi  $C_i$  di un valore positivo qualsiasi  $\epsilon$  rende lo scheduling inammissibile ( $U > 1$ ). Essendo che se un processore è completamente utilizzato il fattore di utilizzazione è massimale, ed essendo che il fattore  $U$  in questo caso è minore di 1, allora il processore per EDF non è completamente utilizzato.

Provo con il servizio in background

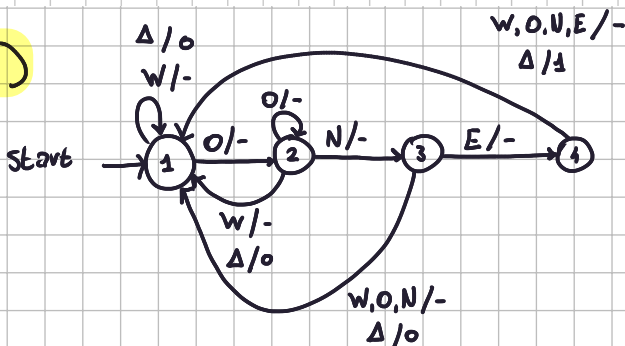


La deadline assoluta di  $A_4$  è  $186+6 = 192$  ms = 64 t.u. Con il servizio in background il task terminerebbe nella time unit 80, quindi non sarebbe asservito entro la sua deadline. Si prova quindi con uno scheduling deferring server.  $T_{srv} = 120$  ms = 40 t.u.  $C_{srv} = 3$  ms = 1 t.u.  $\Rightarrow U = 40$



Se utilizzassimo il polling server, nella prima t.u. Verrebbe deciso quale dovrà essere il computation time del processo server, essendo la coda di task aperiodici vuota in tale istante, il tempo scelto sarebbe nullo, quindi prima della 41esima t.u. Il task  $A_4$  non sarebbe schedato, e terminerebbe la sua esecuzione ben dopo la sua deadline. Differentemente con il deferring server, il task viene eseguito nelle time unit 24 e 48, qui termina, dato che il suo computation time è di 6ms = 2 t.u., finendo entro la sua deadline assoluta.

## Es 2)



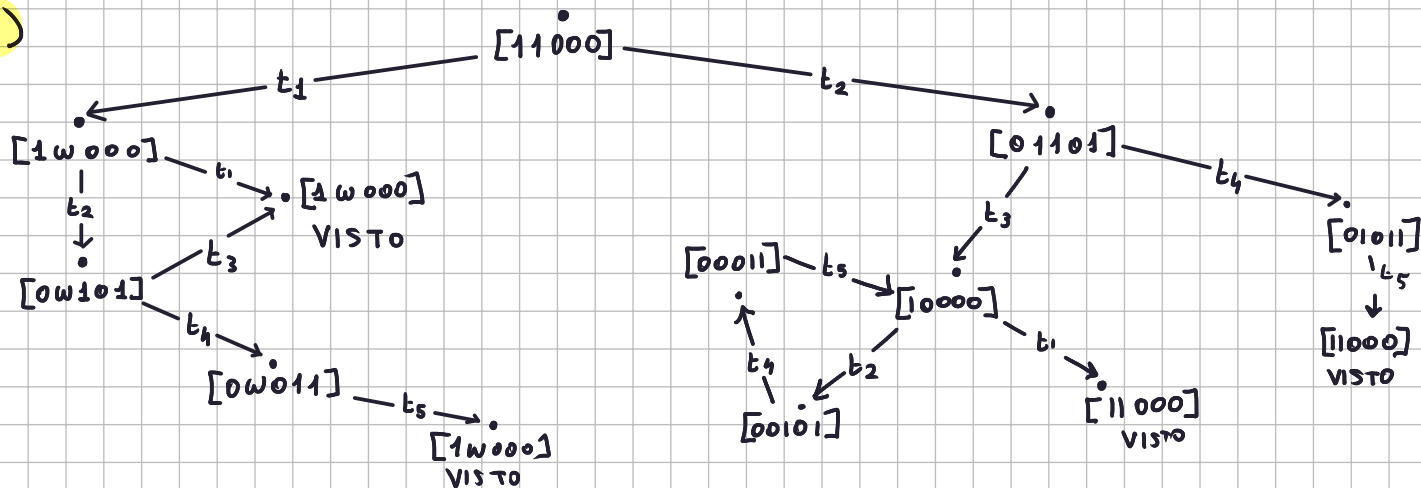
1: stringa lett: \*

2: stringa lett: \*O

3: stringa lett: \*ON

4: stringa lett: \*ONE

Es 3)



La rete di Petri in questione è reversebile, anche se si accumulano token sul posto P2 (che non è limitato), è possibile scaricarli tramite la sequenza t2,t3. Inoltre, la rete è anche viva, dato che dallo stato iniziale si possono attivare tutte le transizioni, e da ogni stato si può tornare allo stato iniziale.

$$C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad C^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -\delta_2 + \delta_3 + \delta_4 = 0 \\ \delta_1 = \delta_3 \\ \delta_2 = \delta_3 + \delta_4 \\ \delta_4 = \delta_5 \\ \delta_2 = \delta_3 + \delta_5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \delta_2 = \delta_3 + \delta_4 \\ \delta_1 = \delta_3 \\ \delta_4 = \delta_5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Ker}(C) = \{ [a, a+b, a, b, b]^T \mid a, b \in \mathbb{N} \}$$

$\Rightarrow$  i T-invarianti canonici sono:  $[11100]^T$ ,  $[01011]^T$ . Sequenze ammissibili sono  $t_1 \rightarrow t_2 \rightarrow t_3$  e  $t_2 \rightarrow t_4 \rightarrow t_5$

$$\begin{cases} \delta_2 = 0 \\ \delta_1 = \delta_3 + \delta_5 \\ \delta_3 = \delta_4 \\ \delta_1 = \delta_4 + \delta_5 \end{cases} \Rightarrow \text{Ker}(C^T) = \{ [a+b, 0, a, a, b]^T \mid a, b \in \mathbb{N} \}$$

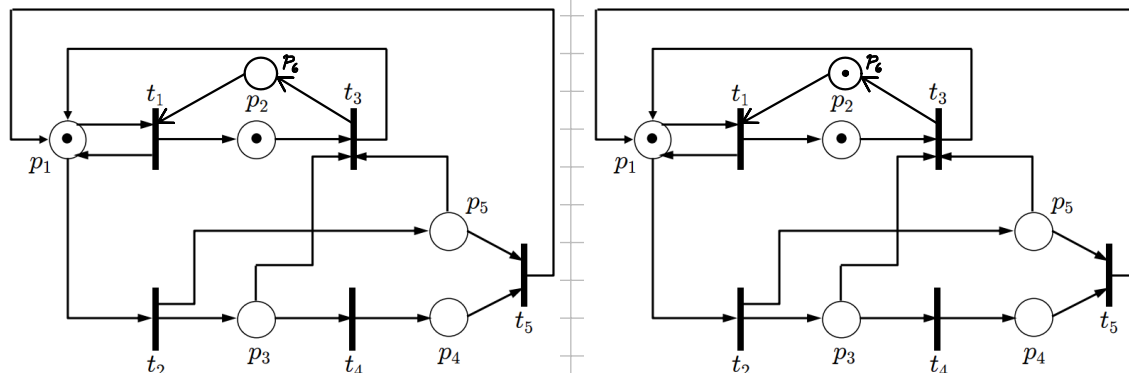
P-inv. sono  $[10110]^T$  e  $[10001]^T$ .

Considero l'equazione di invarianza:  $x(p_1) + x(p_2) + x(p_4) + x(p_5) = 2$ .

La rete quindi non è conservativa, si accumulano marker sul posto P2.

Osservando le marcature raggiungibili dall'albero di copertura si può notare che esistono soluzioni dell'equazione di invarianza che non sono marcature raggiungibili, ad esempio:  $[10100]$

i supervisor per  $k=1$  e  $k=2$  sono mostrati in seguito:



Le reti in questo modo sono entrambe vive, reversibili e limitate.

$$C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \delta_2 - \delta_6 = 0 \\ -\delta_1 = \delta_3 + \delta_4 \\ \delta_1 - \delta_2 - \delta_3 - \delta_5 + \delta_6 = 0 \\ \delta_3 = \delta_4 \\ \delta_1 = \delta_4 + \delta_5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \delta_2 = \delta_6 \\ \delta_4 = \delta_3 + \delta_5 \\ \delta_3 = \delta_4 \end{cases}$$

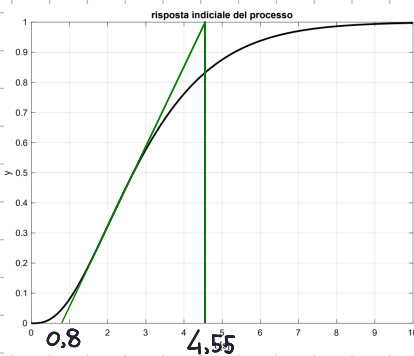
$$\Rightarrow \text{Ker}(C^T) = \left\{ \begin{bmatrix} a+b, c, a, a, b, c \end{bmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\} \Rightarrow \text{P-invarianti: } \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{cases} \text{ l'unione dei supporti e' } \\ \text{p} \Rightarrow \text{la rete e' limitata}$$

Il terzo P-invariante riguarda il vincolo su  $p_2$

$$K=1 \quad [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1] \cdot [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T = 1 = \infty(p_2) + \infty(p_6) \Rightarrow \infty(p_2) \leq 2$$

$$K=2 \quad [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1] \cdot [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T = 2 = \infty(p_2) + \infty(p_6) \Rightarrow \infty(p_2) \leq 2$$

Es 4)

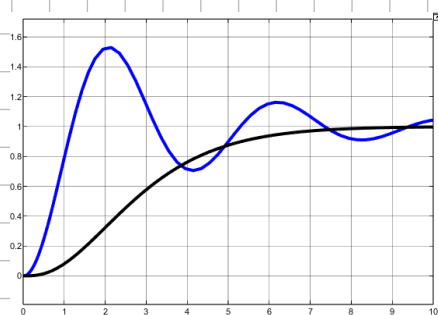


$\Rightarrow \theta = 0.8 \quad \tau = 3.75 \quad K=1$  considero la tabella per i guadagni di un regolatore PID:

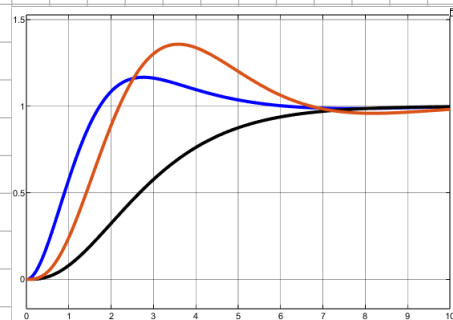
$$\bullet K_P = 1.2 \cdot \frac{3.75}{0.8} = 5.625$$

$$\bullet T_I = 1.6 \Rightarrow K_I = \frac{5.625}{1.6} = 3.51$$

$$\bullet T_D = \frac{1}{2} \cdot 0.8 = 0.4 \Rightarrow K_D = 2.25$$



in figura (in blu) è riportata la risposta del processo controllato, in nero la risposta indiciale. La risposta ad anello chiuso non è soddisfacente, la sovraelevazione è circa del 50%, è poco smorzato ed il tempo di assestamento è lungo.



dividendo per 2 i guadagni proporzionale ed integrale ottengo una risposta decisamente migliore con sovraelevazione inferiore al 20%, tempo di salita inferiore a 2 secondi e tempo di assestamento breve. Per ridurre lo sforzo di controllo inoltre, è possibile calcolare l'azione derivativa solo su l'uscita misurata (curva in arancione), le prestazioni sono meno soddisfacenti, ma se è necessario mantenere uno sforzo di controllo basso è accettabile considerare questa alternativa.

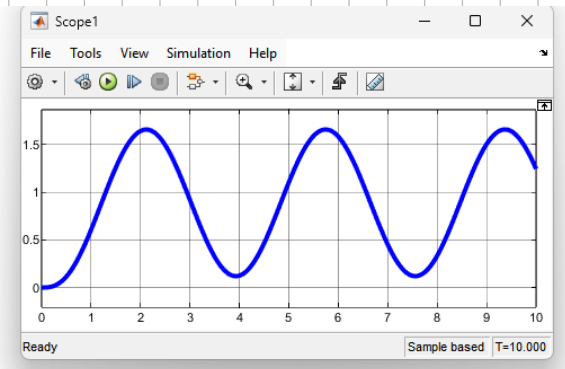
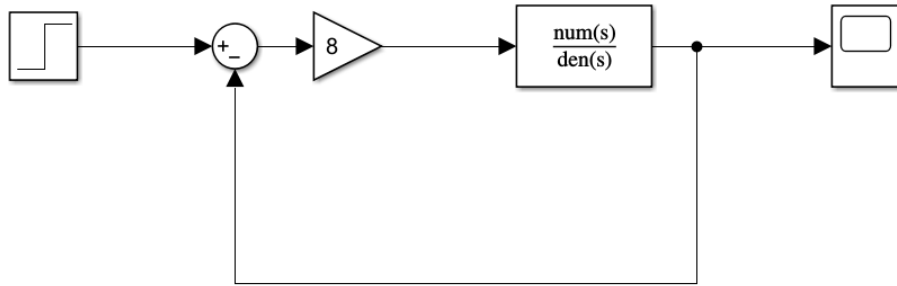
Considero adesso il modello  $P(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$ , con il secondo metodo Z-N devo trovare il guadagno che porta l'anello  $W(s) = \frac{K \cdot P(s)}{1 + K \cdot P(s)}$  ai margini della stabilità.

$$K \cdot P(s) = \frac{K}{(s+1)^3} \Rightarrow W(s) = \frac{K}{(s+1)^3 + K} \Rightarrow \text{eq. car: } s^3 + 3s^2 + 3s + K + 1 = 0$$

Uso il criterio di Routh:

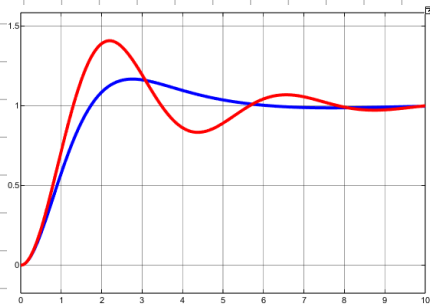
$s^3$	1	3
$s^2$	3	$K+1$
$s$	$\frac{8}{3} - \frac{K}{3}$	0
1	$K+1$	0

Il guadagno critico sembra essere  $K=8$

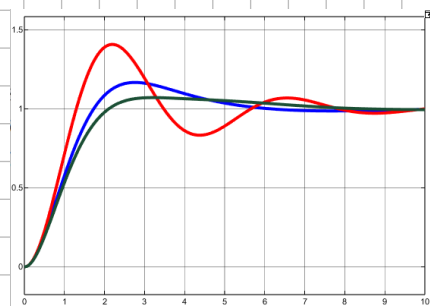


$$K_c = 8 \quad P_c = 3.64 \Rightarrow$$

$$\bullet K_p = 0.6 \cdot 8 = 4.8 \quad \bullet T_i = 3.64 \cdot 0.5 = 1.82 \Rightarrow K_I = 2.637 \quad \bullet T_D = 0.125 \cdot 3.64 = 0.455 \Rightarrow K_D = 2.184$$



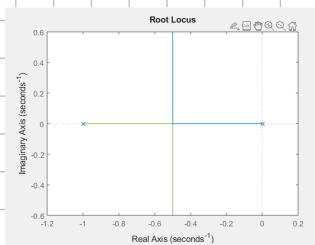
sono riportati nel grafico: in BLU la risposta ad anello chiuso con il regolatore progettato nel punto precedente, in rosso la risposta ad anello chiuso con il regolatore progettato con il secondo metodo di Ziegler-Nichols, si può notare che questo secondo metodo ha una risposta decisamente migliore rispetto quella del primo metodo senza rifiniture.



Dividendo per due i valori proporzionale ed integrale si ottiene una risposta ancora più soddisfacente (in verde).

Riguardo una sintesi diretta considero  $C(s) = K \frac{(s+1)^2}{s} \Rightarrow C(s)P(s) = \frac{K}{s(s+1)}$

$$\Rightarrow W(s) = \frac{K}{s^2 + s + K} \Rightarrow \text{Il luogo delle radici e':}$$



Per  $K > \frac{1}{4}$  le radici sono complesse, posso riscrivere il processo ad anello chiuso come:

$$P(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \Rightarrow \begin{cases} \omega_n = \sqrt{K} \\ \zeta = (2\sqrt{K})^{-1} \end{cases}$$

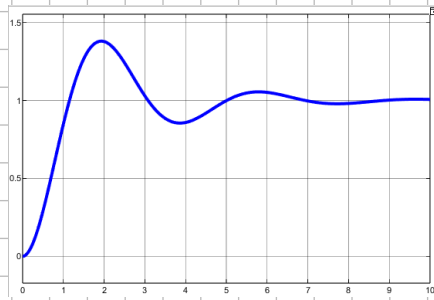
Voglio imporre una sovraccaricamento inferiore al 25 %

$$\downarrow \text{percent overshoot} \\ \text{P.O.} = \exp\left(-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) < 0.25 \Rightarrow \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} < 0.44 \Rightarrow \zeta < 0.4 \Rightarrow K > 1.563$$

$$\text{Il peak-Time e' } T_p = (\omega_n \sqrt{1-\zeta^2})^{-1} \cdot \pi \quad \text{Voglio un } T_p < 2 \text{ sec}$$

$$\omega_n < \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} \Rightarrow \omega_n < \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(0.4)^2}} \Rightarrow \omega_n < 1.71$$

Voglio:  $K > 1.563$   
 $\omega_n < 1.71 \Rightarrow \sqrt{K} < 1.71 \Rightarrow K < 2.92 \Rightarrow \text{provo } K = 2.4$



$$\Rightarrow C(s) = 2.4 \frac{(s+1)^2}{s} = \frac{2.4s^2 + 4.8s + 2.4}{s} \Rightarrow \text{PID}(s) \text{ con}$$

$$K_p = 5.8$$

$$K_I = K_D = 2.4$$