Esercizi

Esercizio 1)

10 atleti partecipano ad una gara, di questi 3 sono italiani, 3 sono inglesi e 4 sono tedeschi. I 3 italiani si chiamano Gino, Pino e Rino.

1)Quanti ordini di arrivo?

10!

2)Quanti ordini sul podio?

10x9x8

3)Quanti ordini di arrivo con un inglese primo?

Si considera il primo posto occupato da uno dei 3 inglesi, quindi i restanti ordini di arrivo escluso il primo posto moltiplicati per, quindi : 3 * 9!

4)Quanti ordini di arrivo con un inglese ultimo?

Stesso principio della domanda precedente, quindi : 3 * 9!

5)Quanti ordini di arrivo con Gino prima di Pino?

Per ogni combinazione possibile, Pino sarà o prima o dopo Gino, per questo di tutte le combinazioni solamente la metà avrà Gino prima di Pino. Quindi 10!/2!

6)Quanti ordini di arrivo con Gino > Pino > Rino?

Stesso principio della domanda precedente, quindi 10!/3!

7)Quanti ordini di arrivo con 3 atleti di nazionalità diverse sul podio?

Consideriamo che ci son 4 tedeschi, 3 inglesi e 3 italiani. In questo caso utilizziamo il principio additivo e calcoliamo la numerosità degli arrivi dove un tedesco è primo, con italiano e inglese nelle restanti posizioni, poi dove un inglese è primo con italiano e tedesco nelle restanti posizioni, infine dove un italiano è primo con inglese e tedesco nelle restanti posizioni, ognuno di questi calcoli deve poi considerare le restanti 7 posizioni (quindi 7!)

$$10 \times 6 \times 3 \times 7! + 10 \times 7 \times 4 \times 7! + 10 \times 7 \times 3 \times 7!$$

Esercizio 2)

Ci sono 90 studenti, 50 di informatica e 40 di matematica.

1)Quante delegazioni di 6 rappresentanti?

$$C_{90,6} = \frac{90!}{(90-6)!\times 6!}$$

2)Quante delegazioni di 6 rappresentanti con 3 di informatica e 3 di matematica?

Si applica il principio additivo sommando le partizioni in cui ci sono 3 rappresentanti di matematica e quelle con 3 rappresentanti di informatica.

$$C_{50,3} + C_{40,3} = \frac{50!}{(50-3)!\times 3!} + \frac{40!}{(40-3)!\times 3!}$$

3)Quante delegazioni con almeno uno studente di informatica?

Applico il metodo inverso, calcolo le delegazioni senza studenti di informatica e sottraggo esse alla totalità delle delegazioni

$$C_{90,6} - C_{40,6} = \frac{90!}{(90-6)!\times 6!} - \frac{40!}{(40-6)!\times 6!}$$

4)Quante delegazioni con almeno uno studente di informatica ed almeno uno di matematica?

Applico lo stesso metodo della domanda precedente, sottraendo però anche le delegazioni senza studenti di matematica.

$$C_{90,6} - C_{40,6} - C_{50,6} = \frac{90!}{(90-6)!\times 6!} - \frac{40!}{(40-6)!\times 6!} - \frac{50!}{(50-6)!\times 6!}$$

Esercizio 3)

Consideriamo il sistema di targhe italiano.

1)Quante targhe con 3 come ultima cifra?

Escludiamo una posizione già occupata dal 3 dalla totalità delle targhe, quindi :

$26^4 \times 10^2$

2)Quante targhe con esattamente un solo 3?

Prendiamo la totalità delle targhe escludendo il numero 3 dalle possibili combinazioni lasciando una posizioni libera per esso, fra le 3 possibili posizioni numeriche.

$26^4 \times 9^2 \times 3$

3) Quante targhe con almeno un 3?

Sottraiamo alla totalità delle targhe quelle senza 3.

$26^4 \times 10^3 - 26^4 \times 9^3$

4) Quante targhe con esattamente un solo 3 ed una sola A?

Stesso principio della domanda numero 2, ma stavolta escludiamo una posizione letterale dato e consideriamo le 4 possibilità in cui la A è in una delle 4 posizioni.

$25^3 \times 9^2 \times 3 \times 4$

5) Quante targhe con esattamente un solo 3 o una sola A?

In questo caso dobbiamo considerare la somma delle targhe che hanno un solo 3 e quelle che hanno una sola A.

$25^3 \times 10^3 \times 4 + 26^4 \times 9^2 \times 3$

6) Quante targhe con almeno un 3 o almeno una A?

Sommiamo le targhe con almeno un 3 e quelle con almeno una A.

$$(26^4 \times 10^3 - 26^4 \times 9^3) + (26^4 \times 10^3 - 25^4 * 20^3)$$

Esercizio 4)

Nelle elezioni ci sono 15 liste, ognuna di esse presenta 10 candidati.

Un votante vota una lista, e può decidere di esprimere la preferenza di massimo 2 candidati.

Quanti possibili voti ci sono?

Consideriamo che per ogni lista, si può presentare il caso in cui un votante voti zero candidati, un candidato o 2 candidati :

1. Caso 1, 0 candidati. In questo caso si ha una sola possibilità di voto nella lista
2. Caso 2, 1 candidato. In questo caso si può votare un candidato su 10 possibili.
3. Caso 3, 2 candidati. Si votano 2 candidati su 10 possibili ($C_{10,2}$) , quindi $\frac{10!}{8!\times 2!}$

Per ognuno di questi casi ci sono 15 liste, quindi il numero di voti disponibili sarà :

$$15 \times (1 + 10 + \frac{10!}{8! \times 2!})$$