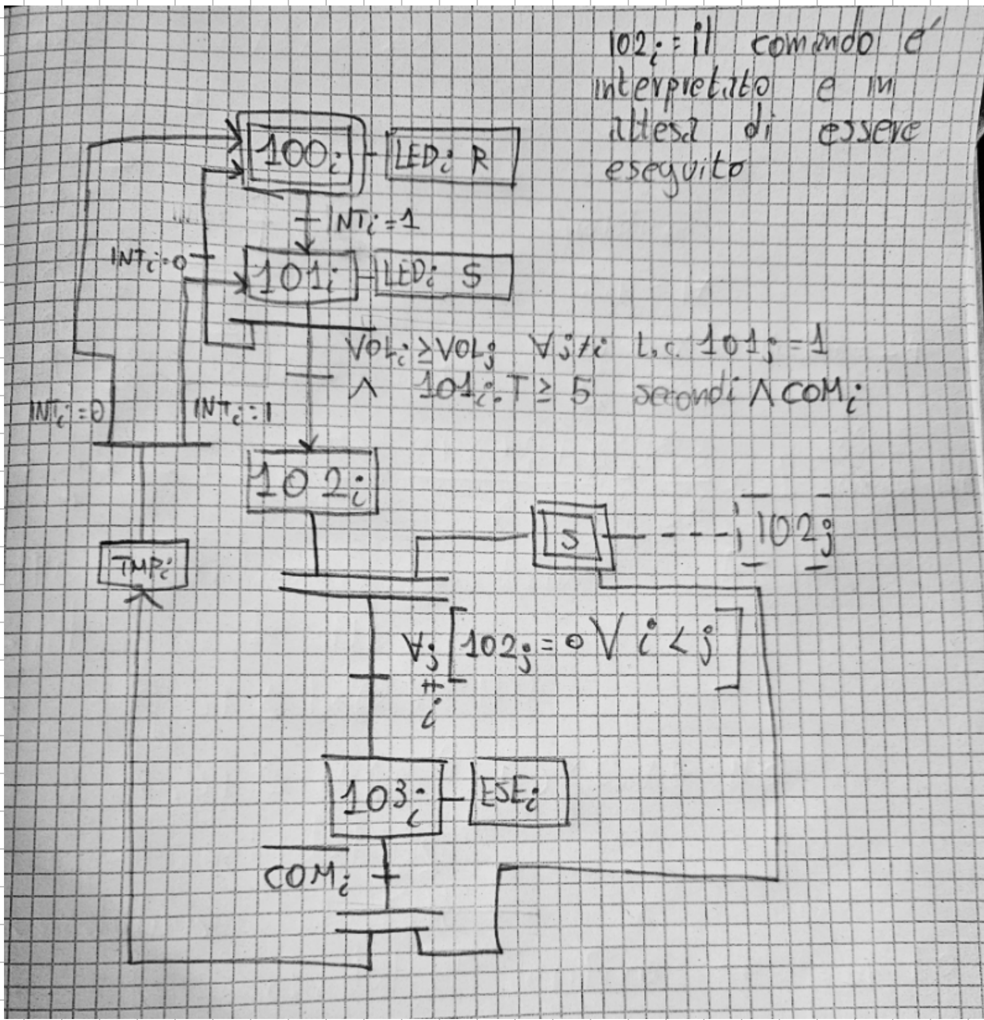
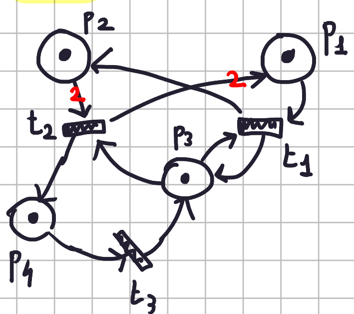
Es 1) Disegno il diagramma relativo ad un i-esimo AV degli N:



Es 2)



La matrice di incidenza e' $C = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ studio i

$$P \text{ inv.}: \gamma C^T = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \gamma_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \gamma_1 = \gamma_2 \\ 2\gamma_1 - 2\gamma_2 - \gamma_3 + \gamma_4 = 0 \\ \gamma_3 = \gamma_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma_1 = \gamma_2 \\ \gamma_3 = \gamma_4 \end{cases}$$

$$\mathrm{Ker}(C^T) = \left\{ \begin{vmatrix} a \\ a \\ b \\ b \end{vmatrix} \quad a, b \in \mathbb{R} \right\} \Rightarrow$$ i P-invarianti sono $\gamma' = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $\gamma'' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow$ il supporto di entrambi ricopre $P \Rightarrow$ La rete e' limitata.

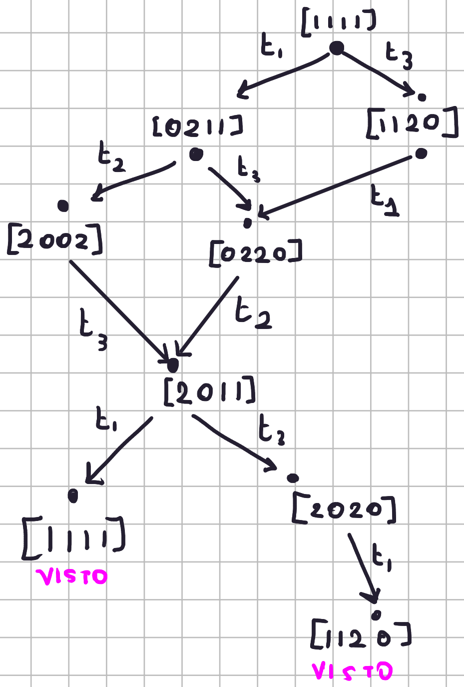
EQ. DI INVARIANZA

$$\begin{matrix} \gamma' \cdot x_0 = 2 \\ \gamma'' \cdot x_0 = 2 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} x(p_1) + x(p_2) = 2 \\ x(p_3) + x(p_4) = 2 \end{matrix}$$

$$\gamma''' = \gamma' + \gamma'' \Rightarrow \gamma''' x_0 = \gamma''' x \Rightarrow x(p_1) + x(p_2) + x(p_3) + x(p_4) = 4$$

$$I_\gamma(PN) = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \text{ t.c. } a + b + c + d = 4 \right\}$$

Calcolo ora l'albero di raggiungibilita':



Dall'albero concludiamo che la rete e' NON BLOCCANTE, viva e reversibile. Si puo' sempre tornare allo stato $x_0 = [1\,1\,1\,1]$ e da questo si possono abilitare tutte le transizioni.

$$R(PN) = \left\{ \begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{matrix} \right\}$$

Si noti come $R(PN) \subset I_\gamma(PN)$

Calcolo i T-invarianti studiando $Ker(C)$

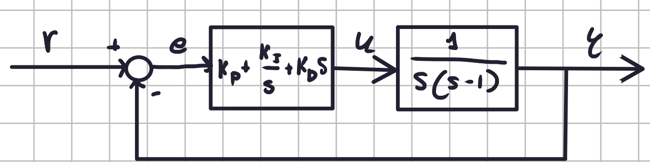
$$\gamma^T C = 0 \Rightarrow \begin{cases} \eta_1 = 2\eta_2 \\ \eta_2 = \eta_3 \end{cases} \Rightarrow Ker(C) = \left\{ \begin{bmatrix} 2a \\ a \\ a \end{bmatrix} \quad a \in \mathbb{R} \right\} \qquad \eta = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dato η, si noti come $S = t_1 t_2 t_3 t_1$ rispetta le occorrenze dettate da η, e' ammissibile, e porta x_0 su se stesso.

Es 3) $\ddot{y} - \dot{y} = u$, nel dominio di Laplace si ha:

$$\mathcal{L}[\ddot{y} - \dot{y} - u] = 0 \Rightarrow \mathcal{L}[\ddot{y}] - \mathcal{L}[\dot{y}] - U(s) = s^2 Y(s) - s y(0) - \dot{y}(0) - s Y(s) + y(0) - U(s)$$

$$Y(s)[s^2 - s] = U(s) \Rightarrow \frac{Y}{U} = \frac{1}{s(s-1)}$$



$$L(s) = PID(s)P(s) = \left(K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s\right) \cdot \frac{1}{s(s-1)}$$

$$F(s) = \frac{K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s}{K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s + s(s-1)} = \frac{K_P s + K_I + K_D s^2}{K_P s + K_I + K_D s^2 + s^3 - s^2}$$

pongo $K_I = 0$ $\quad F(s) = \dfrac{K_P s + K_D s^2}{K_P s + K_D s^2 + s^3 - s^2}$

Applico il criterio di Routh:

$$\begin{matrix} 1 & K_P \\ K_D - 1 & 0 \\ K_P & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}$$

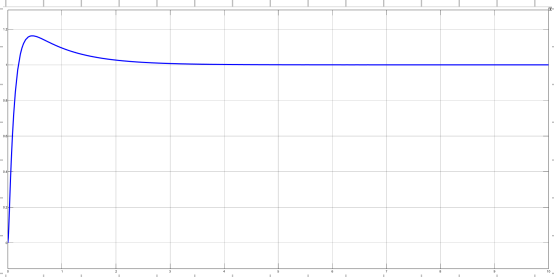
il sistema e' stabile se $K_D - 1 > 0$ $\Rightarrow K_D > 1$ e $K_P > 0$.

MATLAB ↑

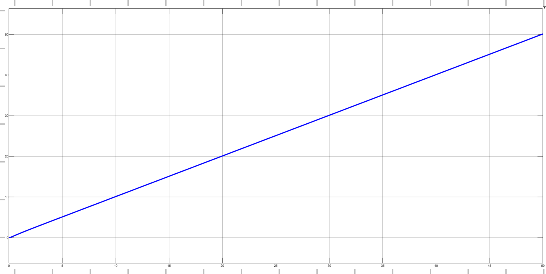
$\Rightarrow$ Per tentativi, scelgo $K_P = K_D = 10$.

E' riportato il grafico della risposta indiciale:

Risposta al gradino



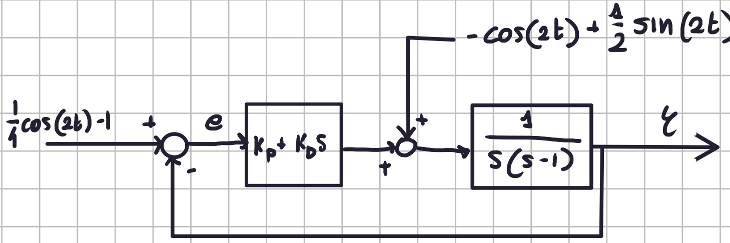
Risposta alla rampa



Errore a regime : $e_\infty = \lim_{t \to \infty} t - y(t) = \lim_{s \to 0} \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^2}F(s) = \frac{1}{s^2}\left(1 - F(s)\right) = 0$

Riguardo il Feedforward, occorre aggiungere l'integrale del segnale desiderato

$u_{ff}(t) = \ddot{y}_d(t) - \dot{y}_d(t) = -\cos(2t) + \frac{1}{2}\sin(2t)$



STATO IN CUI DEVE ESSERE

in $t=0$, $y_d(0) = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4}$

Quindi $y(0) = -0{,}75$ e

$\dot{y}_d(0) = -\frac{1}{2}\sin(2 \cdot 0) = 0 \Rightarrow \dot{y}(0) = 0$

Il regolatore ha funzione $PID(s) = 10 + 10s$ nel tempo $PID(t) = e(t) \cdot 10 + 10\dot{e}(t)$

Il regolatore discreto (in forma di posizione) e'

$$u_K = 10 e_K + 10(e_K - e_{K-1})\frac{1}{T_c}$$

nel dominio Z in forma di velocita'

$PID(z) = 10 + 10K_d(1 - z^{-1})$ $\quad U_K = [10 + 10K_d(1 - z^{-1})] \cdot E_K$ $\quad t = K \cdot T_c$

Con l'aggiunta del FFW :

$$U_K + u_{FFW} = [10 + 10K_d(1 - z^{-1})] \cdot E_K + \frac{1}{2}\sin(2t) - \cos(2t)$$

Es 4) Algoritmo di Johnson:

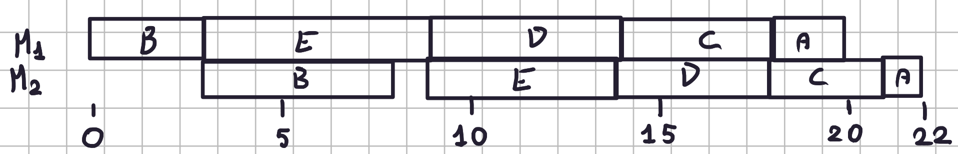
	A	B	C	D	E
M_1	2	3	4	5	6
M_2	1	5	3	4	5

Costruisco : $S_1 = \{B\}$

$S_2 = \{A, C, D, E\}$

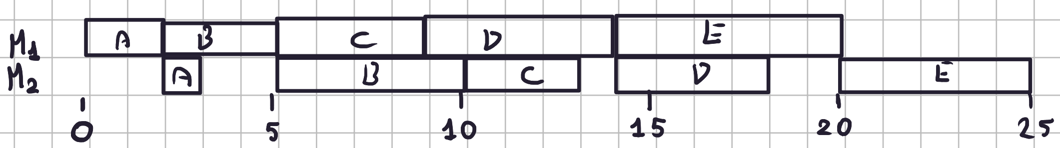
Sequenza : B E D C A

Diagramma di GANTT :



Tempo minimo : 22 ore

Se l'altoforno forgia in ordine crescente il tempo minimo e':



Tempo minimo : 25 ore