Matricola ___________________

Esame Di Progettazione di Sistemi Digitali -Canale AL 26/01/2021 (A)

Nome: ____

Cognome: ____

Matricola: ____

Esercizio 1 (5 punti)

Analizzare la macchina a stati mostrata in figura. Scrivere le tabelle degli stati futuri e di uscita e disegnare l'automa (il diagramma di transizione degli stati).

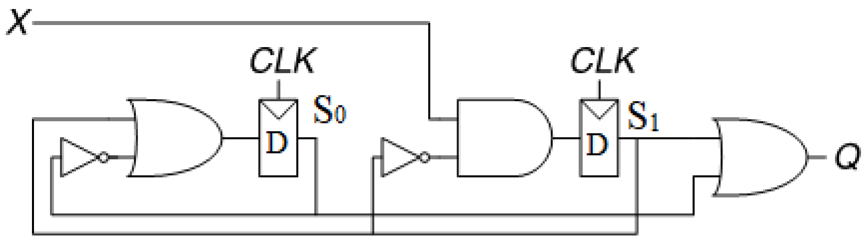
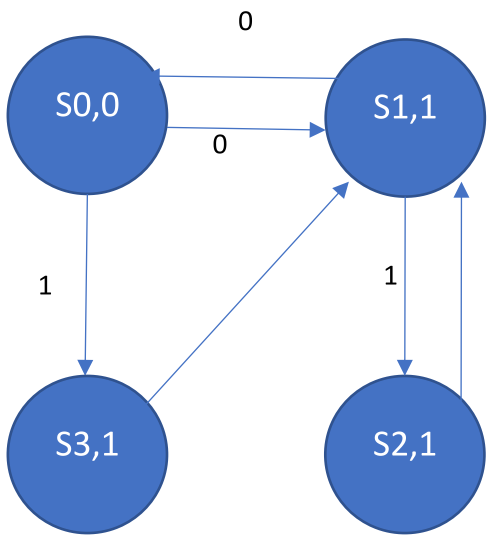


Tabella degli stati

S1	S0	x	S1'	S0'	Q
0	0	0	0	1	0
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1

PS	x	NS	Q
S0	0	S1	0
S0	1	S3	0
S1	0	S0	1
S1	1	S2	1
S2	0	S1	1
S2	1	S1	1
S3	0	S1	1
S3	1	S1	1

Automa

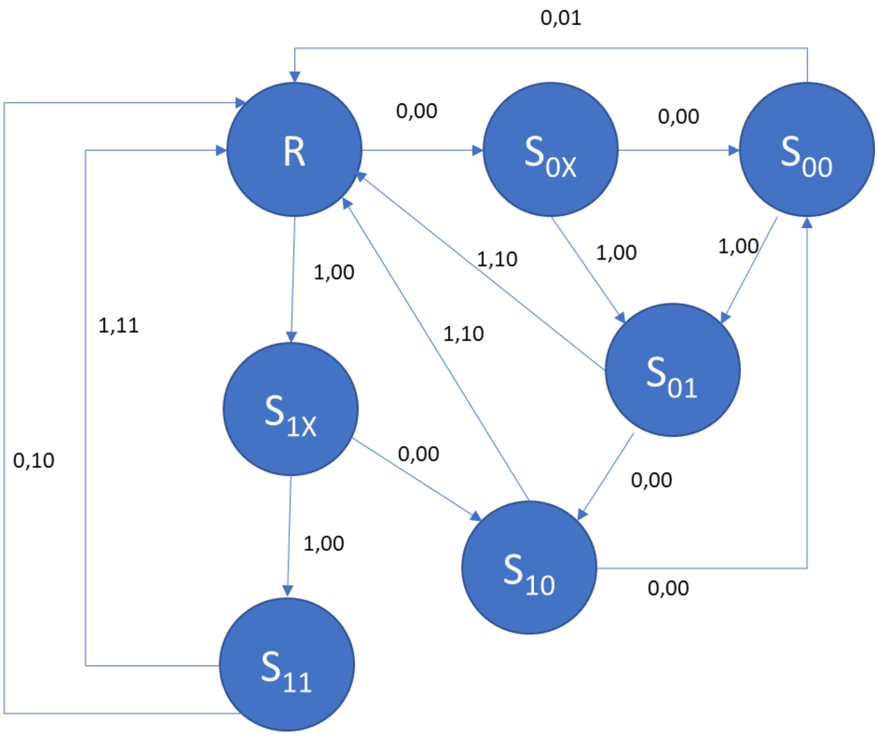


Matricola ___________________

Esercizio 2 (8 punti)

Progettare un circuito sequenziale con un ingresso x due uscite z1 e z0. L'uscita z1 deve essere uguale a 1 se gli ultimi tre bit di ingresso contengono almeno due 1, mentre z0 deve essere 1 se gli ultimi 3 bit sono uguali. Non si considerino le sovrapposizioni.

Esempio x 0101111110000011
z1 0001001001000001
z0 0000001000001000



PS	x	NS	z_1z_0
R	0	S_{0X}	00
R	1	S_{1X}	00
S_{0X}	0	S_{00}	00
S_{0X}	1	S_{01}	00
S_{1X}	0	S_{10}	00
S_{1X}	1	S_{11}	00
S_{00}	0	R	01
S_{00}	1	S_{01}	00
S_{01}	0	S_{10}	00
S_{01}	1	R	10
S_{10}	0	S_{00}	00
S_{10}	1	R	10
S_{11}	0	R	10
S_{11}	1	R	11

Stato	Codifica		
	S_2	S_1	S_0
R	0	0	0
S_{0X}	0	0	1
S_{1X}	0	1	0
S_{00}	0	1	1
S_{01}	1	0	0
S_{10}	1	0	1
S_{11}	1	1	0

Matricola ____________________

$S_2S_1S_0$	x	$S_2'S_1'S_0'$	z_1z_0
000	0	001	00
000	1	010	00
001	0	011	00
001	1	100	00
010	0	101	00
010	1	110	00
011	0	000	01
011	1	100	00
100	0	101	00
100	1	000	10
101	0	011	00
101	1	000	10
110	0	000	10
110	1	000	11

$S_2' = \bar{S}_2\bar{S}_1S_0x + \bar{S}_2S_1\bar{S}_0 + \bar{S}_2S_1S_0x + S_2\bar{S}_1\bar{S}_0\bar{x}$

$S_1' = \bar{S}_2\bar{S}_1\bar{S}_0x + \bar{S}_2\bar{S}_1S_0\bar{x} + \bar{S}_2S_1\bar{S}_0x + S_2\bar{S}_1S_0\bar{x}$

$S_0' = \bar{S}_2\bar{S}_1\bar{S}_0\bar{x} + \bar{S}_2\bar{S}_1S_0\bar{x} + \bar{S}_2S_1\bar{S}_0\bar{x} + S_2\bar{S}_1\bar{S}_0\bar{x} + S_2\bar{S}_1S_0\bar{x}$

$z_1 = S_2\bar{S}_1\bar{S}_0x + S_2\bar{S}_1S_0x + S_2S_1\bar{S}_0\bar{x} + S_2S_1\bar{S}_0x$

$z_0 = \bar{S}_2S_1S_0\bar{x} + S_2S_1\bar{S}_0x$

Matricola ___________________

Esercizio 3 (1+2+1 punti)

- Rappresentare X = - 92 e Y = 45 in Ca2, ognuno con il minimo numero di bit.
- Dopo aver calcolato il numero di bit necessario per rappresentare sia la somma X+Y che la differenza X-Y, portare X e Y alla lunghezza necessaria ed eseguire le due operazioni.
- Infine, verificare i risultati ottenuti.

-X= 92 = 64+16+8+4 = 01011100 (usiamo 8 bit, poiché stiamo rappresentando numeri con il segno)

X= -92 = 10100011+1 =10100100

Y= 45 = 32+ 8+4+1 = 0101101 (sono sufficienti 7 bit)

10100100 + X
00101101 Y

11010001 = -128+64+16+1 = -47

-Y = -(0101101) = 1010010+1 =1010011

10100100 - X
11010011 Y

101110111 = -256+64+32+16+4+2+1 = -137

Esercizio 4 (3 punti)
Usando gli assiomi dell'algebra di Boole, verificare la seguente identità:

$$\overline{a \oplus b} + \overline{(\bar{a}c + b)}(a + bc) = a + \bar{b}$$
$$\overline{\bar{a}b + a\bar{b}} + (\overline{\bar{a}c})(\bar{b})(a + bc) = a + \bar{b}$$
$$(\overline{\bar{a}b})(\overline{a\bar{b}}) + (a + \bar{c})(\bar{b})(a + bc) = a + \bar{b}$$
$$(a + \bar{b})(\bar{a} + b) + (a + \bar{c})(a\bar{b} + \bar{b}bc) = a + \bar{b}$$
$$ab + \bar{a}\bar{b} + (a + \bar{c})(a\bar{b} + \cancel{\bar{b}bc}) = a + \bar{b}$$
$$ab + \bar{a}\bar{b} + (a\bar{b} + a\bar{b}\bar{c}) = a + \bar{b}$$
$$ab + \bar{a}\bar{b} + a\bar{b} + a\bar{b}\bar{c} = a + \bar{b}$$

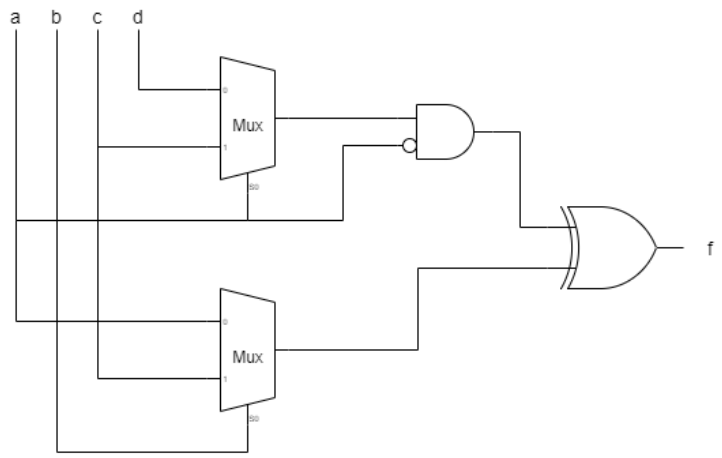
per assorbimento:
$a\bar{b} + a\bar{b}\bar{c} = a\bar{b}$

$$ab + \bar{a}\bar{b} + a\bar{b} = a + \bar{b}$$
$$ab + \bar{a}\bar{b} + a\bar{b} + a\bar{b} = a + \bar{b}$$
$$(ab + a\bar{b}) + (\bar{a}\bar{b} + a\bar{b}) = a + \bar{b}$$
$$a(b + \bar{b}) + \bar{b}(\bar{a} + a) = a + \bar{b}$$
$$a + \bar{b} = a + \bar{b}$$

Matricola ___________________

Esercizio 5 (1+2+1+2 punti)

- Si consideri il circuito in figura e si scriva l'espressione della funzione *f*
- Trasformare tale espressione, usando assiomi e regole dell'algebra di Boole, in forma normale SOP ed in forma normale POS
- Si scriva la tavola di verità di *f*
- Si scrivano le espressioni minimali SOP e POS di *f*



$$f = (d\bar{a} + ac)\bar{a} \oplus (a\bar{b} + bc) = (d\bar{a}) \oplus (a\bar{b} + bc)$$

$$d\bar{a}\overline{(a\bar{b} + bc)} + \overline{d\bar{a}}(a\bar{b} + bc) = d\bar{a} \cdot (\overline{a\bar{b}}) \cdot (\overline{bc}) + (\bar{d} + a)(a\bar{b} + bc)$$

per assorbimento:

$$\bar{a} \cdot (\bar{a} + b) = \bar{a}$$

$$d \cdot \bar{a} \cdot (\bar{a} + b) \cdot (\bar{b} + \bar{c}) + (\bar{d} + a)(a\bar{b} + bc) =$$

$$d\bar{a}(\bar{b} + \bar{c}) + a\bar{b}\bar{d} + bc\bar{d} + a\bar{b} + abc = \bar{a}\bar{b}d + \bar{a}\bar{c}d + a\bar{b}\bar{d} + bc\bar{d} + a\bar{b} + abc$$ **(SOP)**

POS:

partiamo da:

$$d\bar{a}(\bar{b} + \bar{c}) + (\bar{d} + a)(a\bar{b} + bc)$$

e applichiamo la proprietà distributiva:

$$d\bar{a}(\bar{b} + \bar{c}) + (\bar{d} + a)(a + b)(a + c)(b + \bar{b})(\bar{b} + c) =$$

$$d\bar{a}(\bar{b} + \bar{c}) + (\bar{d} + a)(a + b)(a + c)(\bar{b} + c) =$$

$$(d + (\bar{d} + a)(a + b)(a + c)(\bar{b} + c)(\bar{a} + (\bar{d} + a)(a + b)(a + c)(\bar{b} + c))(\bar{b} + \bar{c} + (\bar{d} + a)(a + b)(a + c)(\bar{b} + c)) =$$

$$(d + \bar{d} + a)(d + a + b)(d + a + c)(d + \bar{b} + c)((\bar{a} + \bar{d} + a)(\bar{a} + a + b)(\bar{a} + a + c)(\bar{a} + \bar{b} + c))((\bar{b} + \bar{c} + \bar{d} + a)(\bar{b} + \bar{c} + a + b)(\bar{b} + \bar{c} + a + c)(\bar{b} + \bar{c} + \bar{b} + c)) =$$

$$f = (a + b + d)(a + c + d)(\bar{b} + c + d)(\bar{a} + \bar{b} + c)(a + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d})(a + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d}))$$

semplifico:

$$(\bar{x} + x) = 1$$

Matricola ____________________

Tabella della verità:

a	b	c	d	*f*
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Y

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	1	1	0	1
11	1	0	1	1
10	0	1	1	1

$f = a\bar{b} + ac + \bar{b}d + \bar{a}\bar{c}d + bc\bar{d}$

Y

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	1	1	0	1
11	1	0	1	1
10	0	1	1	1

$f = (a + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d})(a + b + d)(\bar{a} + \bar{b} + c)(a + c + d)$

Matricola ___________________

Esercizio 6 (1+2+1 punti)

a) Dati i numeri in rappresentazione IEEE 754 X = C0480000 e Y = 40280000, (a) rappresentarli in notazione decimale in virgola mobile (approssimato ± 0,03), (b) eseguire l'operazione X+Y e (c) rappresentare il risultato sia in notazione decimale a virgola mobile (approssimato ± 0,03) e sia in esadecimale.

C0480000
segno= -
esponente = 10000000 (128) –-> Applicando il bias diventa 128-127 =1
mantissa = 1.10010000000000000000000 = (1 + 0.5 +0.0625) = 1.56
In decimale: 1.56 *2 = -3.12

40280000
segno= +
esponente = 10000000 (128) –-> Applicando il bias diventa 128-127 =1
mantissa = 1.01010000000000000000000 = (1 + 0.25 +0.0625) = 1.31
In decimale: 1.31 *2 = 2.62

Poiché ho lo stesso esponente sottraggo Y-X
-X = (10.011_0111_1111_1111_1111_1111+1) =10.0111_0000_0000_0000_0000_000

Y   01.010_1000_0000_0000_0000_0000 +
-X 10.011_1000_0000_0000_0000_0000 =
Z   11.110_0000_0000_0000_0000_0000 =

-Z → 00.010_0000_0000_0000_0000_0000 = 0.25

Normalizzo spostando di 2 cifre a sinistra e ottengo

segno= -
mantissa 1.000_0000_0000_0000_0000_0000
esponente = -1 → 126 → 01111110

Z= BF00_0000