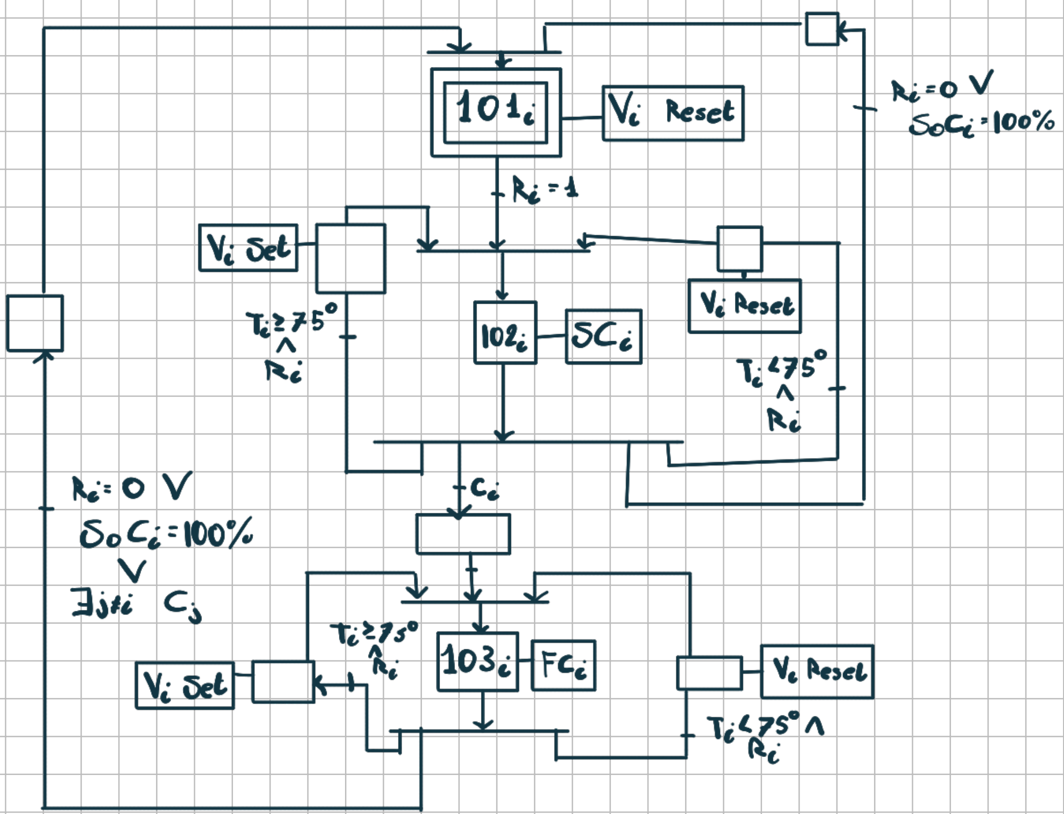
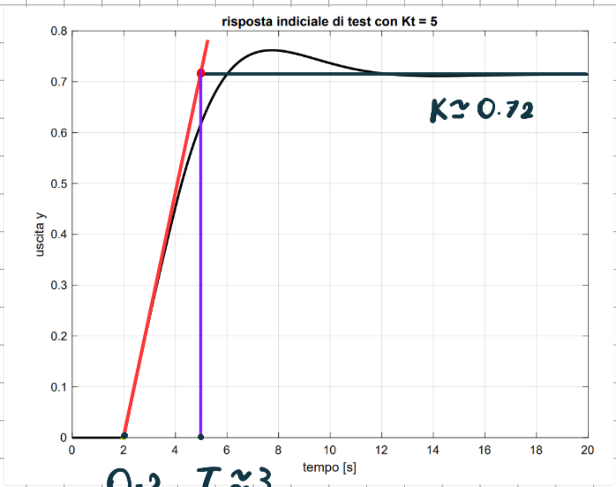
Es 1) Le proposizioni logiche sono scritte in FOL.



$$C_i = R_i \land \left(\forall_{j \neq i} \left[102_j \rightarrow i < j\right]\right) \land \left(\exists_j\ 103_j \land j > i \rightarrow 103_j.T \geq 1 \text{ minuto}\right) \land SoC_i \neq 100\ \%$$

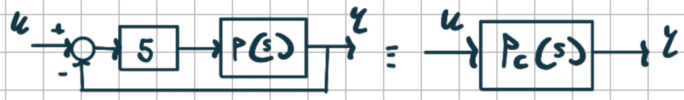
Es 2) Bisogna considerare il processo gia' controllato e considerare un regolatore per quest'ultimo.

$P_c(s) = \frac{5 \cdot P(s)}{1 + 5 \cdot P(s)}$ Cerco un modello del processo.



$\theta = 2$ $\quad \tau \simeq 3$

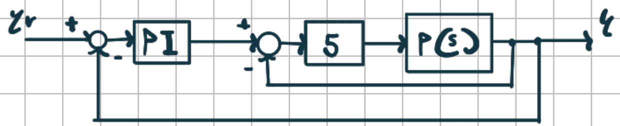
Il modello e' $P_c(s) = 0.72 \cdot \frac{e^{-2s}}{1+3s}$

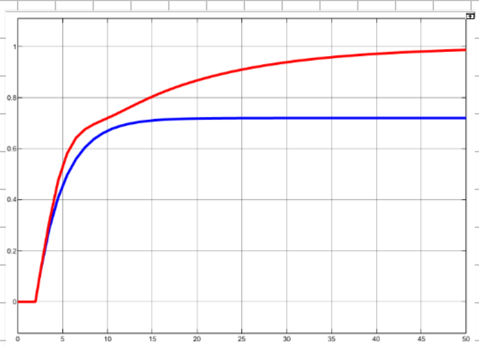


Ora uso il primo metodo Z-N per i guadagni di un PI (l'azione integrale e' necessaria per annullare l'errore a regime.

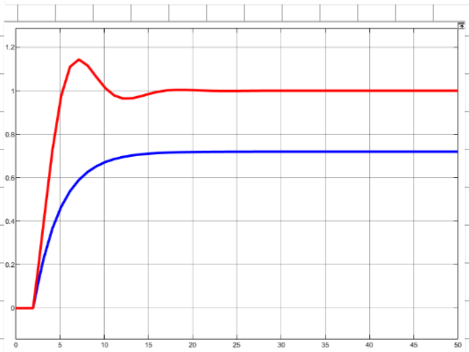
$0.72 \cdot K_p = \frac{9}{10} \cdot \frac{3}{2} \Rightarrow 1.35 \cdot 0.72 = 0.972 = K_p$ $\qquad T_i \frac{1}{3} = 3.33 \frac{2}{3} \Rightarrow T_i = 6.66 \Rightarrow K_i = \frac{0.972}{6.66} \simeq 0.1459$

Il regolatore e' $PI(s) = 0.972 + 0.1459 \frac{1}{s}$, Lo schema e' il seguente





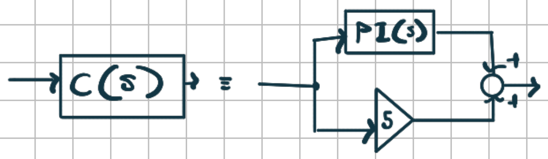
In figura e' riportata in blu la risposta del modello $P_c(s)$ ad anello aperto, in rosso ad anello chiuso con il controllore PI. Questa risposta e' insoddisfacente.



Si prova a scalare di un fattore 1.5 l'azione P e di un fattore 3 l'azione I, ottenendo un'ottima risposta

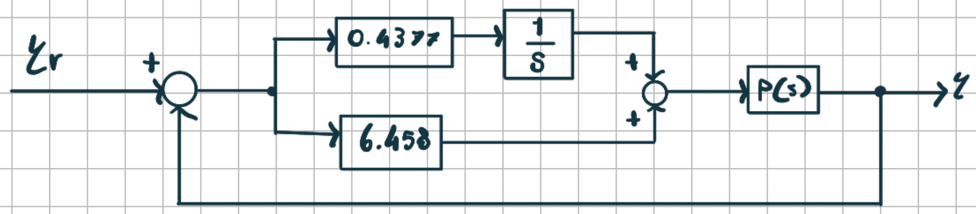
$K_p = 1.458 \qquad K_i = 0.4377$

Con alcune manipolazioni algebriche si puo' ottenere una versione del controllore che opera direttamente sul processo con un solo anello di retroazione



$C(s) = 0.4377 \frac{1}{s} + 6.458$

Schema Finale con PI esplicitato:



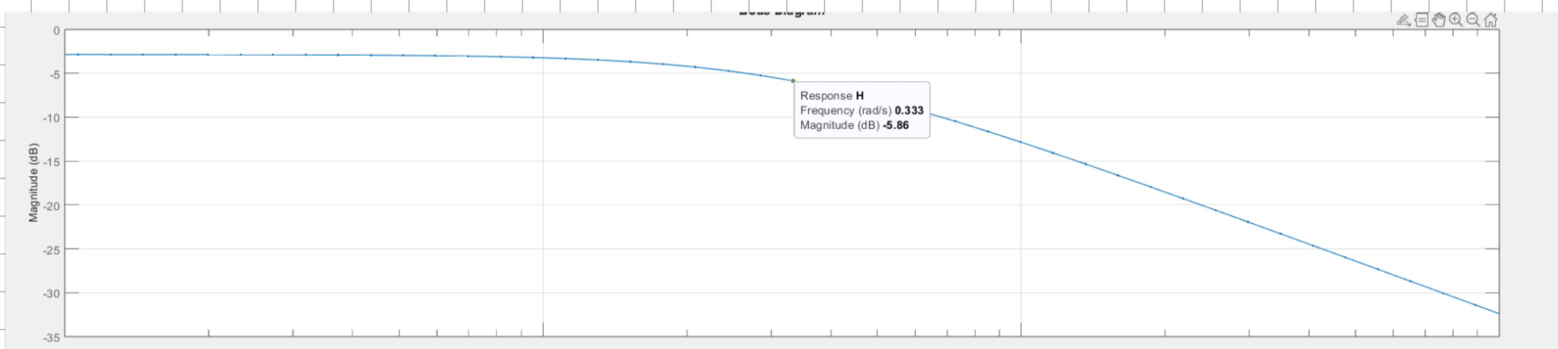
L'espressione del regolatore in Forma di posizione e':

$$u_K = 6.458 e_K + \underbrace{u_{i,K-1}}_{\text{Accumulo errore integrale}} + 0.4377 \cdot T_c \cdot e_K$$

$e_K = e(KT_c)$

Nel dominio Z e' $PI(z) = 6.458 + 0.4377 \cdot T_c \cdot \frac{1}{1-z^{-1}}$

T_c e' il passo di campionamento, consideriamo il modello $P_c(s)$, il diagramma di Bode del modulo e':



La Frequenza di taglio e' circa $3.33 \frac{rad}{sec}$ ⇒ Si sceglie una Frequenza di campionamento ALMENO doppia, ossia $\omega_c = 7 \frac{rad}{sec}$

$\Rightarrow T_c = \frac{1}{7} \approx 0.142.$

Es 3) Dalla matrice di incidenza e dalla trasposta trovo gli invarianti

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad C^T = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -\gamma_1+\gamma_3+\gamma_4=0 \\ -\gamma_2+\gamma_3+\gamma_5=0 \\ \gamma_1-\gamma_3=0 \\ \gamma_2-\gamma_3-\gamma_4-\gamma_5=0 \end{cases} \quad \begin{cases} \gamma_1=\gamma_3+\gamma_4 \Rightarrow \gamma_4=0 \\ \gamma_1=\gamma_3 \\ \gamma_2=\gamma_3+\gamma_5 \end{cases} \Rightarrow Ker(C^T)=\left\{ [a \;\; a{+}b \;\; a \;\; 0 \;\; b]^T \text{ con } a,b\in\mathbb{R} \right\}$$

I due invarianti canonici sono $\gamma_1=[11100]^T$ e $\gamma_2=[01001] \Rightarrow P_4$ non e' limitato.
Quindi la rete non e' limititata. Le equazioni di invarianza (date da $x\gamma_i^T=x_0\gamma_i^T$) descrivono i posti conservativi:

$$\begin{aligned} \gamma_1^T\cdot x &= x(P_2)+x(P_5)=[01001]\cdot[11000]^T=1 \\ \gamma_2^T x &= x(P_1)+x(P_2)+x(P_3)=[11100]\cdot[11000]^T=2 \end{aligned} \Rightarrow \nexists K \text{ t.c. } x(P_4)\le K$$

Per il resto, la rete e' reversibile, tutti i token accumulati su P_4 si possono scaricare con la sequenza $t_2 t_4$. Dato che $\psi,\beta,\alpha\in\{0,1\}$, $\phi\in\mathbb{Z}^+$

$$\bullet[\alpha \;\; 1 \;\; \beta \;\; \phi \;\; \psi] \xrightarrow{t_2} \bullet[\alpha \;\; 1 \;\; \beta{+}1 \;\; \phi \;\; \psi{+}1] \xrightarrow{t_4} \bullet[\alpha \;\; 1 \;\; \beta \;\; \phi{-}1 \;\; \psi]$$

Non ci sono quindi deadlock, studio $Ker(C)$

$$\begin{cases} -\eta_1+\eta_3=0 \\ -\eta_2+\eta_4=0 \\ \eta_1+\eta_2-\eta_3-\eta_4=0 \\ \eta_1-\eta_4=0 \\ \eta_2-\eta_4=0 \end{cases} \Rightarrow Ker(C)=\left\{\begin{bmatrix} x\\x\\x\\x \end{bmatrix} x\in\mathbb{R}\right\} \Rightarrow \text{il T-invariante e' } \quad \eta=\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ le 4 transizioni, se scattano un eguale numero di volte, portano la rete da x_0 a x_0. Progetto un supervisore che impone la limitatezza di p_4, provo con il metodo degli invarianti

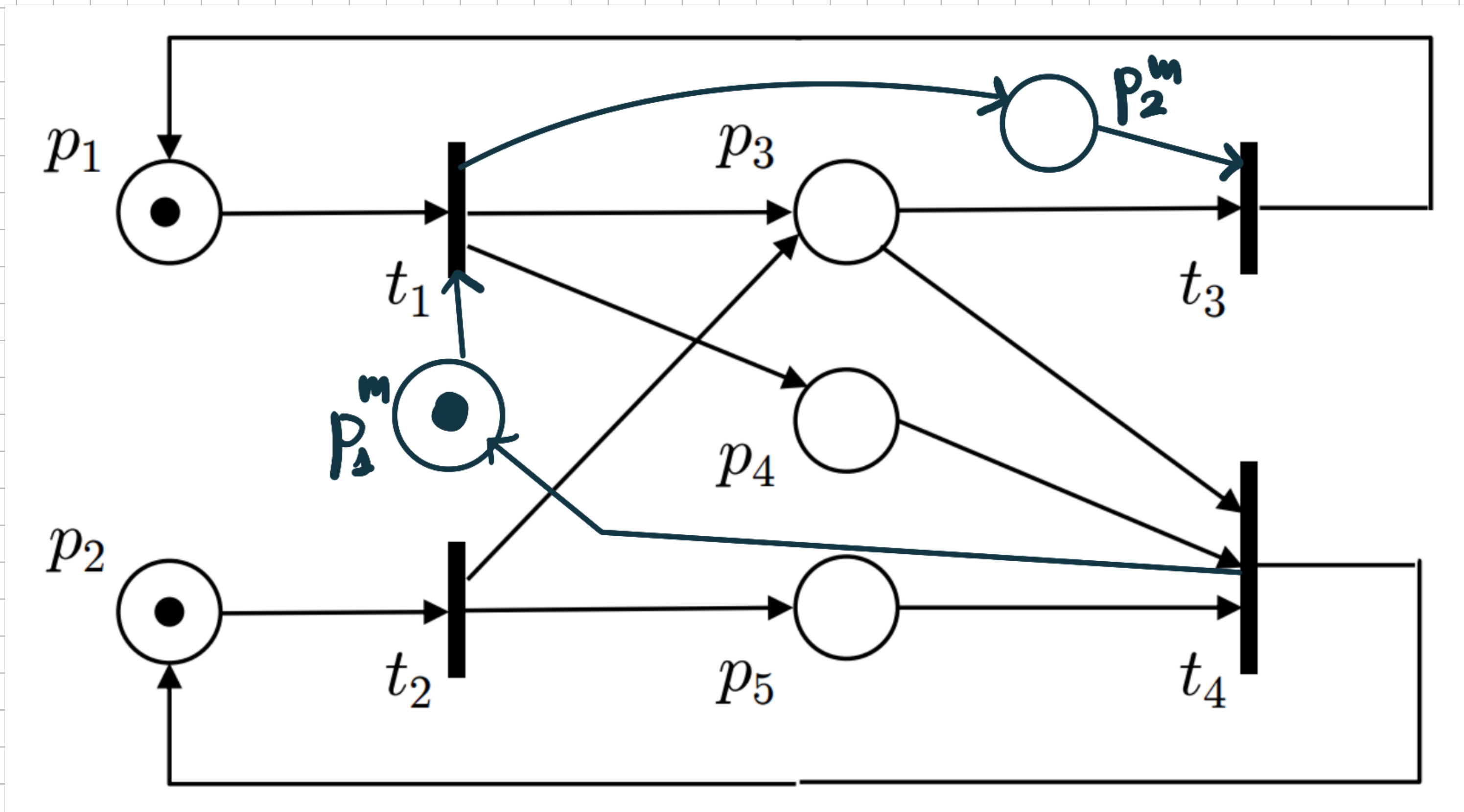
$$[00010]^T x \le 2 \Rightarrow \text{Aggiungo la riga}$$

$$C_m = -[00010]\,C = [-1 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 1] \Rightarrow C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x_0(p^m) = 2-[00010]\cdot\begin{bmatrix}1\\1\\0\\0\\0\end{bmatrix}=2$$

Questo supervisore non va bene perche' rende la rete NON priva di deadlock.

Devo far sì che t_3 possa essere attivata solo in seguito a t_1, aggiungo quindi un nuovo posto monitor descritto dalla riga $C_2^m = [1\ 0\ {-1}\ 0]$. La rete finale è:



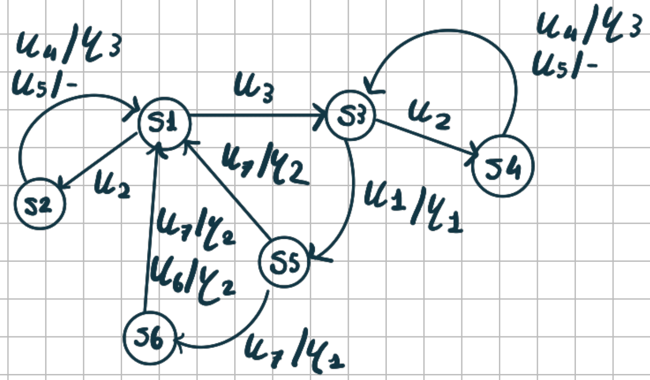
Tutte le proprietà richieste sono soddisfatte.

Es 4) Definisco i seguenti input ed output

u_1: riceve il token libero
u_2: riceve un messaggio (mezzo utilizzato)
u_3: ha un messaggio da trasmettere
u_4: e' il dest. del messaggio ricevuto.
u_5: non e' il dest.
u_6: riceve un messaggio DIVERSO dall'ultimo inviato
u_7: riceve uguale all'ultimo inviato

y_1: trasmette messaggio con token in stato OCCUPATO
y_2: trasmette (reintroduce) il token libero.
y_3: legge messaggio

omessi i cappi:



S1: in ascolto
S2, S3: in ascolto e ho ricevuto
S4: ho un mess. da trasmettere
S5: ho trasmesso
S6: ho ri-trasmesso in seguito di un errore.

Il protocollo è decentralizzato perché non c'è un access point che si occupa di gestire gli accessi o di calcolare il percorso che devono fare i pacchetti.