**[1]** Un disco posizionato orizzontalmente viene messo in rotazione attorno al proprio asse con un'accelerazione angolare $\frac{d\omega}{dt} = 0.3\,\mathrm{rad/s^2}$ partendo da fermo all'istante $t = 0$. Si chiede qual è il coefficiente di attrito della superficie del disco, sapendo che un oggetto, da considerarsi come un punto materiale, appoggiato a una distanza $R = 5\,\mathrm{cm}$ dal centro si distacca dalla sua posizione di riposo al tempo $\bar{t} = 7\,\mathrm{s}$.

$$\dot{\omega} = 0.3 \qquad \omega = 0.3t$$

$$a_t = \dot{\omega} \cdot R = 0.3 \cdot 5 \frac{cm}{s^2} = 1.5 \frac{cm}{s^2}$$

$$a_n = \omega^2 R = 0.3^2 \cdot t^2 \cdot 5 = 0.45 \cdot t^2 \frac{cm}{s^2}$$

$$a_n(7) = 0.45 \cdot 49 = 22 \frac{cm}{s^2}$$

$$a(7) = (22^2 + 1.5^2)^{\frac{1}{2}} = 22.05 \frac{cm}{s^2} = 0.2 \frac{m}{s^2}$$

$$\mu_s R_n = ma \Rightarrow \mu_s m g = ma \Rightarrow \mu_s = \frac{a}{g} = \frac{0.2}{9.8} \simeq 0.02$$

**[2]** Una massa puntiforme è posta su una piattaforma ruotante con velocità angolare iniziale $\omega_0 = 1\,\mathrm{rad/s}$, alla distanza $r = 20\,\mathrm{cm}$ dall'asse di rotazione, dove rimane ferma. Se all'istante $t = 0$ si imprime alla piattaforma un'accelerazione angolare $\gamma = \dot{\omega} = 2\,\mathrm{rad/s^2}$ costante, la massa inizia a muoversi dopo un'intervallo di tempo $t_1 = 1\,\mathrm{s}$. Calcolare il coefficiente di attrito tra massa e piattaforma.

$$\dot{\omega} = 2 \Rightarrow \quad d\omega = \dot{\omega} \Rightarrow \int_{\omega_0}^{\omega(t)} d\omega = \int_0^t 2 \Rightarrow \omega(t) - 1 = 2t = 1 + 2t$$

$$\omega(t_1) = \omega(1) = 3\,\frac{rad}{s^2}$$

$$v(t) = \omega(t) \cdot R = (1+2t) \cdot 0.2 = 0.2 + 0.4t$$

vel. punto materiale

$$a_t = \frac{dv}{dt} = 0.4\,\frac{m}{s^2} \qquad a_n = \omega^2(t) \cdot R = (1+2t)^2 \cdot 0.2$$

$$= 0.8t^2 + 0.8t + 0.2$$

$$a_n(t_1) = a_n(1) = 1.8$$

$$a = \sqrt{1.8^2 + 0.4^2} = 1.84\,\frac{m}{s^2}$$

$$F_s \leq \mu_s R_n \Rightarrow m \cdot 1.84 \leq \mu_s \cdot m \cdot g \Rightarrow \mu_s = \frac{1.84}{9.8} \approx 0.19$$

---

**[3]** Una palla, rimbalzando sul pavimento, perde il 20% della sua energia cinetica. Determinare con che velocità dovrà essere lanciata verticalmente verso il basso da una altezza di $h = 10\,\mathrm{m}$ dal pavimento per vederla rimbalzare alla stessa altezza $h$. (Si trascuri la resistenza dell'aria).

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \qquad E_c' = \frac{1}{2}mv^2 \cdot 0.8$$

post rimbalzo

$$y(t) = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

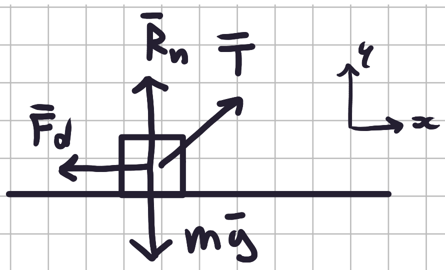
$$\dot{y}(t) = v_0 - gt \Rightarrow \dot{y}(t') = 0 \Rightarrow t' = \frac{v_0}{g}$$

$$y(t') = h \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g} = h \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 10} = 14\,\frac{m}{s}$$

$$E_c' = \frac{1}{2}m(14)^2 = \frac{1}{2}mv^2 \cdot 0.8$$

$$\Rightarrow 14^2 = v^2 \cdot 0.8 \Rightarrow v = \frac{14}{0.9} \approx 15.5\,\frac{m}{s}$$

**[5]** Un punto materiale di massa $m = 18\,\mathrm{kg}$ è trascinato a velocità costante su di una superficie orizzontale scabra per mezzo di una fune inclinata di un angolo $\alpha = 20°$ rispetto alla superficie stessa. Sapendo che il coefficiente di attrito dinamico tra punto e superficie è $\mu_d = 0.5$, determinare la tensione $\mathbf{T}$ della fune e quanto lavoro è necessario spendere per spostare il punto di $l = 20\,\mathrm{m}$.




$$\bar{F}_d + \bar{R}_n + m\bar{g} + \bar{T} = 0$$

$$\begin{cases} -F_d + T\cos\alpha = 0 \\ R_n - mg + T\sin\alpha = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} -\mu_d R_n + T\cos\alpha = 0 \\ R_n = mg - T\sin\alpha \end{cases}$$

$$-\mu_d mg + \mu_d T\sin\alpha + T\cos\alpha = 0$$

$$-\mu_d mg + T(\mu_d\sin\alpha + \cos\alpha) = 0$$

$$T = \frac{\mu_d mg}{\mu_d\sin\alpha + \cos\alpha} = \frac{0.5 \cdot 18 \cdot 9.8}{0.5 \cdot \sin(20°) + \cos(20°)} = 79\ \mathrm{N}$$

$$L = T\cos\alpha \cdot 20 = 1490\ \mathrm{J}$$