

Esercizio 1 (Insieme indipendente massimale). Dato un grafo non diretto, un sottoinsieme dei suoi nodi è detto "indipendente" se non contiene vertici adiacenti. Progettare un algoritmo che dato in input un albero T restituisce un suo sottoinsieme indipendente di dimensione massima. Discutere la complessità della soluzione proposta e dimostrarne la correttezza.

```
Ordino e considero i nodi in base al grado
IIM(T:albero){
    Sol[n]={0,0,...,0}
    ordina v(T) in base al livello
    for each u∈V(T){
        if(¬∃ v~u Sol[v]==1){
            Sol[u]=1
        }
    }
    return Sol
}
```

Esercizio 2 (Numero di alberi binari). Progettare un algoritmo di complessità $O(n^2)$ che dato in input un intero positivo n restituisca il numero di diversi alberi binari aventi n nodi (indipendentemente dagli indici assegnati ad ogni nodo).
Ad esempio, per $n = 1$ la risposta deve essere 1 in quanto esiste solo l'albero formato da una radice, mentre per $n = 3$ la risposta deve essere 5 in quanto i possibili alberi siano i seguenti:

Esercizio 3 (Elemento maggioritario). Dato un array A , definiamo come elemento maggioritario di A un elemento che occorre più di $\frac{n}{2}$ volte in A . Assumendo che gli elementi di A possano essere confrontati solo tramite l'operatore $=$, dunque non tramite gli operatori $<$, $>$, \leq , \geq (e di conseguenza che non possano essere ordinati), progettare un algoritmo che in $O(n \log n)$ restituisca un elemento maggioritario in A . Nel caso in cui l'elemento maggioritario non esista, ritornare \emptyset .

Utilizzo un approccio divide-et-impera

```
Maj(A: array) {
    n = A.length()
    if (n == 1) { return A[0] }
    if (n == 2) {
        if (A[0] == A[1]) { return A[0] }
        else { return NULL }
    }
    a = Maj(A[0:L2])
    b = Maj(A[L2:n-1])
    c = 0
    for (i = 0, 1, ..., n-1) {
        if (A[i] == a) { c++ }
    }
    if (c > n2) { return c }
    c = 0
    for (i = 0, 1, ..., n-1) {
        if (A[i] == b) { c++ }
    }
    if (c > n2) { return b }
    return NULL
}
```