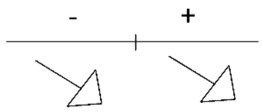
Ricavare punti estremali $f: I \to \mathbb{R} \quad [a, b]$

Candidati ad essere estremali $\big(a, f(a)\big)\ e\ (b, f(b))$

$$x_0\ tale\ che\ f'(x_0) = 0$$

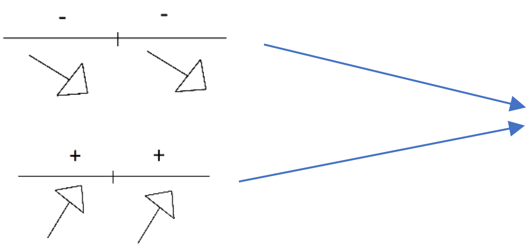
Negli estremali la derivata si annulla, ma li dove la derivata si annulla non è per forza un estremale.

$0 = f'(x_0) \to$ Punti minimo locale



$0 = f'(x_0)$

$0 = f'(x_0)$



x_0 non è un punto

estremale

$$\begin{aligned}
&f(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 12 \\
&f'(x) = 4x^3 - 24x^2 + 44x - 24 \\
&4[x^3 - 6x^2 + 11x - 6] = 0 \\
&quindi\ f'(1) = 0
\end{aligned}$$

È verificato in X=1 $\;\to\; x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$

Teorema dell'Hopital

$f(x)$ e $g(x)$ derivabile in un intorno di x_0 continue tale che $f(x_0)$ e $g(x_0) = 0$

Se esiste $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ allora coincide con $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$

Esempio :

$\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 0$ non è sicuramente verificato.

Applichiamo la derivata :

$\lim\limits_{x \to 1} \frac{2x}{1} = 0$ ora è sicuramente verificato.

Dimostrazione

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(x)-f(x_0)}{g(x)-g(x_0)} = \frac{\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}}{\dfrac{g(x)-g(x_0)}{x-x_0}}$$

$$f(x_0) = g(x_0) = 0$$

Successione $x_n \to 0$

$$\frac{\dfrac{f(x_n)-f(x_0)}{x_n-x_0}}{\dfrac{g(x_n)-g(x_0)}{x_n-x_0}} = L$$

$\lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$ ecco perché $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$