

Non numerabili = non esiste in $f : A \rightarrow \mathbb{N}$

Metodo diagonale

$S = \{ \text{Sequenze binarie } \infty \}$, Per assurdo poniamo S come numerabile :

ESISTE $f : \mathbb{N} \rightarrow S$ Biettiva *ASSURDO

Posso scrivere $S = a_1, a_2, a_3 \dots$

$\begin{matrix} \nearrow & \uparrow & \nwarrow \\ f(0) & f(1) & f(2) \end{matrix}$

$a_0 =$	b_0^1	b_0^2	b_0^3
$a_1 =$	b_1^1	b_1^2	b_1^3
$a_2 =$	b_2^1	b_2^2	b_2^3

Flippiamo la sequenza

$\varphi = \text{Diagonale flippata}$

$\varphi \in S \quad \varphi \notin \{a_0, a_1, a_2 \dots\}$

$\forall n \in \mathbb{N} \quad \varphi \neq a_n$ nella cordinata $n - \text{esima}$

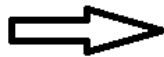
Vediamo adesso un altro metodo per constatare la non biettività

Invitati

foto



Ci sono 4 invitati, e vogliamo avere una foto di tutti i possibili gruppi di persone, più una foto della location senza persone.

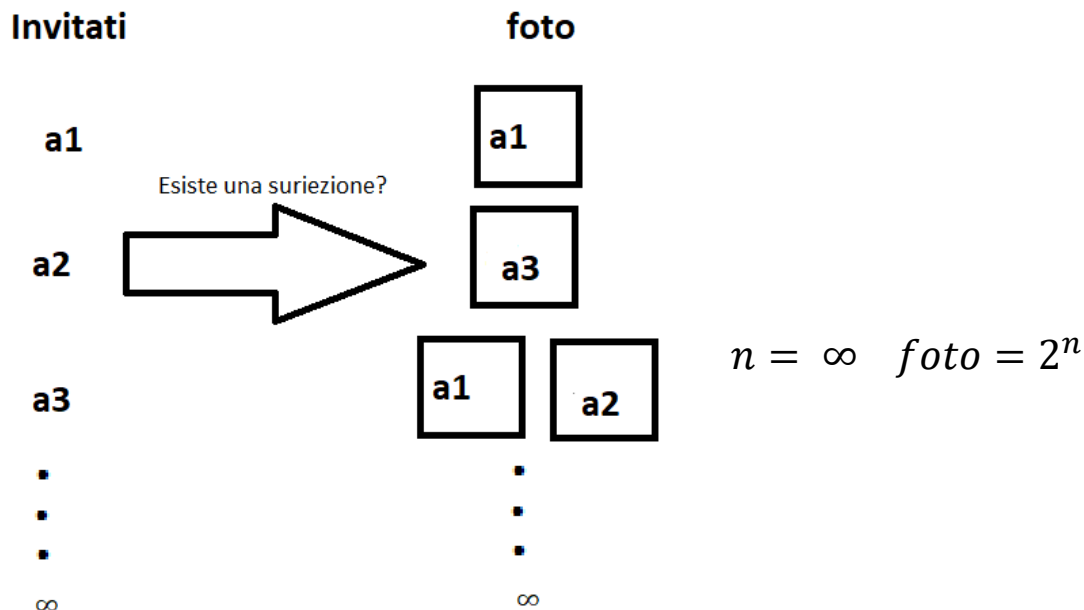


$(n = \text{numero invitati}) < (2^n = \text{numero foto})$



Ogni invitato può scegliere una foto ricordo da portare a casa. La funzione non è suriettiva, perché rimarranno delle foto non scelte

Si consideri una festa con *infiniti* invitati :



No, non esiste una suriezione, logicamente possiamo dire che non è tale perché $2^\infty > \infty$

Tornando al caso con invitati finiti :

Una festa ha 4 invitati : Mario, Gino, Marta e Andrea. Le foto sono 2^4

Ogni invitato sceglie una foto, Pattern : $persona \rightarrow foto \text{ con } (persone \text{ in } foto)$

Mario \rightarrow foto con (mario)

Gino \rightarrow foto con (nessuno)

Marta \rightarrow foto con (Gino)

Andra \rightarrow foto con (Marta, Daje, Gino, Mario)

Possiamo dire che non sono state scelte tutte le foto, per esempio la foto con Marta non è stata scelta.

Possiamo dire che : Se ogni invitato sceglie la foto che lo ritrae, sicuramente resteranno foto escluse, in questo caso è però una scelta regolare, dobbiamo trovare un **metodo canonico** per individuare una foto che non è stata scelta.

Metodo canonico

Una foto che non c'è sicuramente è quella che ritrae tutti i membri che hanno scelto una foto che non li ritrae.

Egocentrici : Chi sceglie foto nella quale è ritratto, la foto che contiene tutti e soli i **non egocentrici** sicuramente non è stata scelta.

$$a \text{ è egocentrico? } \begin{cases} \text{si, ha scelto foto in cui compare,} \\ \text{no, ha compare nelle foto dei non egocentrici} \end{cases}$$

Conclusione :

$$f : A \rightarrow P(A) \quad P(A) = \text{potenza di } A$$

$$\text{Non è suriettiva} \quad N = \{a \in A \mid a \notin f(a)\}$$

non è nell'immagine di f

$$\text{Poniamo che } N \text{ sia } f(A) \text{ esiste } \hat{a} \in A \text{ tale che } f(\hat{a}) = N = \{a \in A \mid a \notin f(a)\}$$

Per ogni A insieme A non esiste suriezione $f: A \rightarrow P(A)$

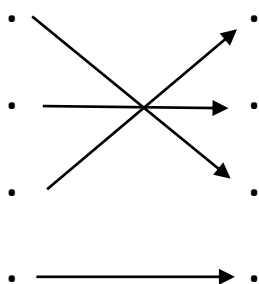
$$\text{Cardinalità di } A < \text{Cardinalità di } P(A) \quad \#A < \#P(A)$$

Relazione

$$n < m \quad a \mid b \quad a \text{ è figlio di } b$$

Sono tutte relazioni

$A \rightarrow B$ è una funzione se da ogni punto di A parte una sola freccia



Il concetto di relazione viene formalizzato dimenticandoci di questo vincolo, quindi da ogni punto di A possono partire più frecce.

Una relazione binaria tra insiemi A e B è un sottoinsieme di $A \times B$.

$$R \text{ contiene } \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$

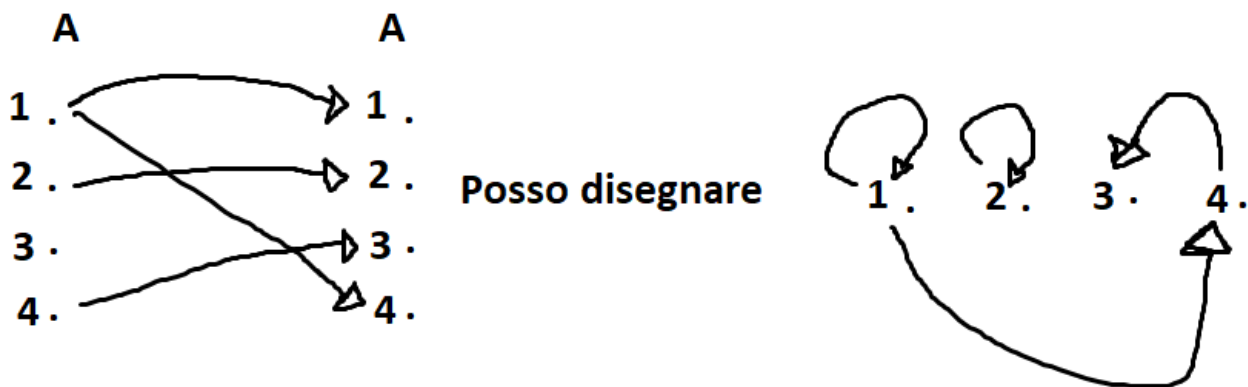
Se R contiene $A \times B$ (R è una relazione tra A e B)

Si scrive aRb o $(a, b) \in R$ o $R(a, b)$

Caso particolare $A = B$

" R contiene $A \times A$ R è una relazione su A

Posso disegnare direttamente un grafo diretto.



Matrici

$$A = \{a_1, a_2, a_3 \dots a_n\}$$

$$B = \{b_1, b_2, b_3 \dots b_2\}$$

R contiene $A \times B$

	b1	b2	b3
a1	$m_{i,j}$	//	//
a2	//	//	//
a3	//	//	//

$$m_{i,j} = \begin{cases} 0 & \text{se } (a_j, b_j) \in R \\ 1 & \text{se } (a_i, b_i) \in R \end{cases}$$

Esempio : Relazione $R = \{(2,2), (2,4), (2,8), (3,6), (1,8)\}$

	2	6	8
2	1	1	1
3	0	1	0
4	0	0	1

Inversione

Della relazione $n \times m$ la sua inversa è $m \times n$, R contiene $A \times B$ la sua inversa è R^{-1} contiene $B \times A$.

Si ottiene invertendo l'ordine delle coppie in R .

$$R = \{(1, a), (1, 0), (1, c), (2, b)\}$$

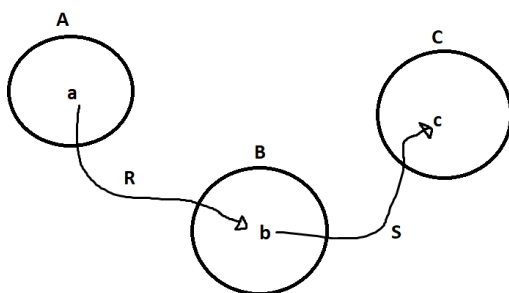
$$R^{-1} = \{(a, 1), (0, 1), (c, 1), (b, 2)\}$$

Composizione di relazione

R contiene $A \times B$

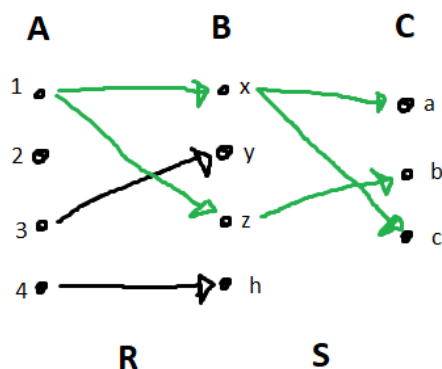
S contiene $B \times C$

La loro composta è la relazione tra A e C



(a, c) se e solo se esiste

$b \in B$ tale che
 aRb e bRc



Composta = $(1,a), (1,c), (2,b)$