

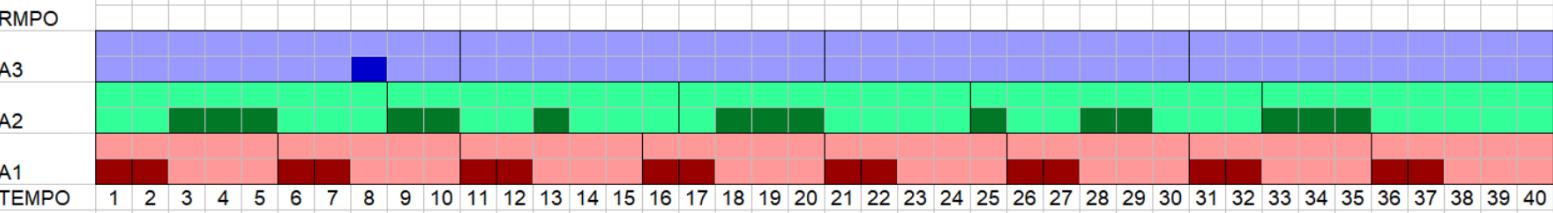
Es 1) L'insieme dei task periodici equivalenti e'

$$U = \frac{1}{5} + \frac{3}{8} + \frac{2}{10} = \frac{16+15+8}{40} = \frac{39}{40} < 1 \Rightarrow \text{L'insieme e' schedulabile}$$

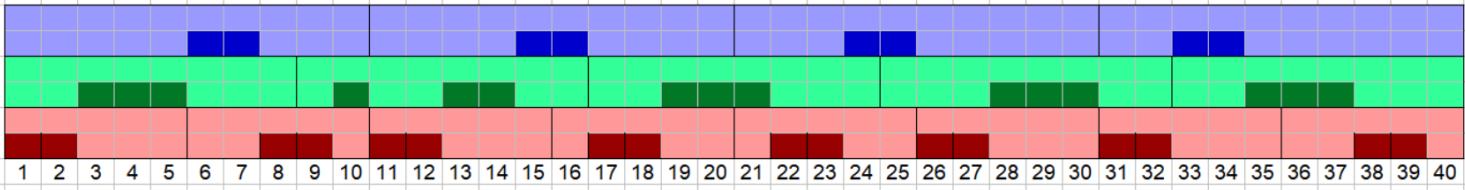
	T_i	C_i
A1	5	2
A2	8	3
A3	10	2

\rightarrow ma nessuna delle condizioni sufficienti per RMPO

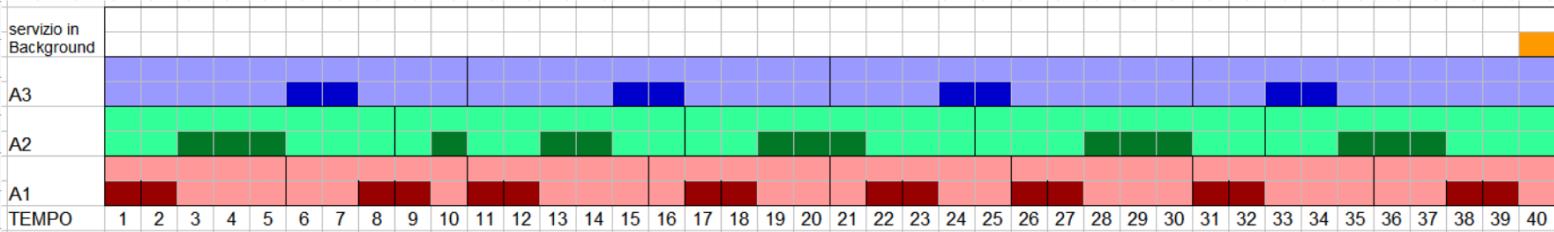
e' soddisfatta. La trama dello scheduling e' la seguente:



Il task A3 vira la deadline, si schedula quindi con EDF:



In seguito ora riportate le trame degli scheduling con il task aperiodico gestito col background service e poi con polling server:



In questo modo terminerebbe nell'istante 80 violando la deadline: $d_4 = 75$

Essendo che $Z_4 = 30$, con il polling server nelle prime 40 t.u. al task A4 (aperiodico) non verrebbe riservato tempo. Nelle successive 40 t.u. dato che $C_{sw} = 1$ t.u., non potra' terminare, terminera' quindi sicuramente dopo 12 t.u. 80, violando la deadline.

Se $Z_4 = 35$, la deadline assoluta sarebbe 80, le considerazioni precedenti sarebbero comunque valide, il task violerebbe la deadline.

Es 2)

$$C = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Per i P-invarianti considero } \text{Ker}(C^T)$$

$$C^T = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_6 = 0 \\ 2\gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_5 = 0 \\ -\gamma_3 + \gamma_4 - \gamma_6 = 0 \\ \gamma_3 - \gamma_4 + \gamma_5 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2\gamma_1 = \gamma_2 + \gamma_6 \\ 2\gamma_1 = \gamma_2 + \gamma_5 \\ \gamma_5 = \gamma_6 \\ \gamma_5 = \gamma_4 - \gamma_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma_5 = \gamma_6 = \gamma_4 - \gamma_3 \\ \gamma_2 = 2\gamma_1 - \gamma_6 \end{cases} \Rightarrow$$

$\text{Ker}(C^T) = \left\{ [a, 2a+b-c, b, c, c-b, c-b] \mid \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \in \mathbb{R}^3 \right\} \Rightarrow$ I P-invarianti canonici sono

$$\gamma_1 = [1 \ 2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$\gamma_2 = [0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]^T$$

$$\gamma_3 = [1 \ 0 \ 0 \ 2 \ 2 \ 2]^T$$

Da cui derivano le seguenti equazioni di invarianza:
(considerando $x_0^T = [2 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0]$)

$$\bullet x \gamma_1^T = x(p_1) + 2x(p_2) = \gamma_1^T x_0 = 2$$

$$\bullet x \gamma_2^T = x(p_3) + x(p_4) = \gamma_2^T x_0 = 1$$

$$\bullet x \gamma_3^T = x(p_1) + 2x(p_4) + 2x(p_5) + 2x(p_6) = 4$$

per i T-invarianti
studio $\text{Ker}(C)$

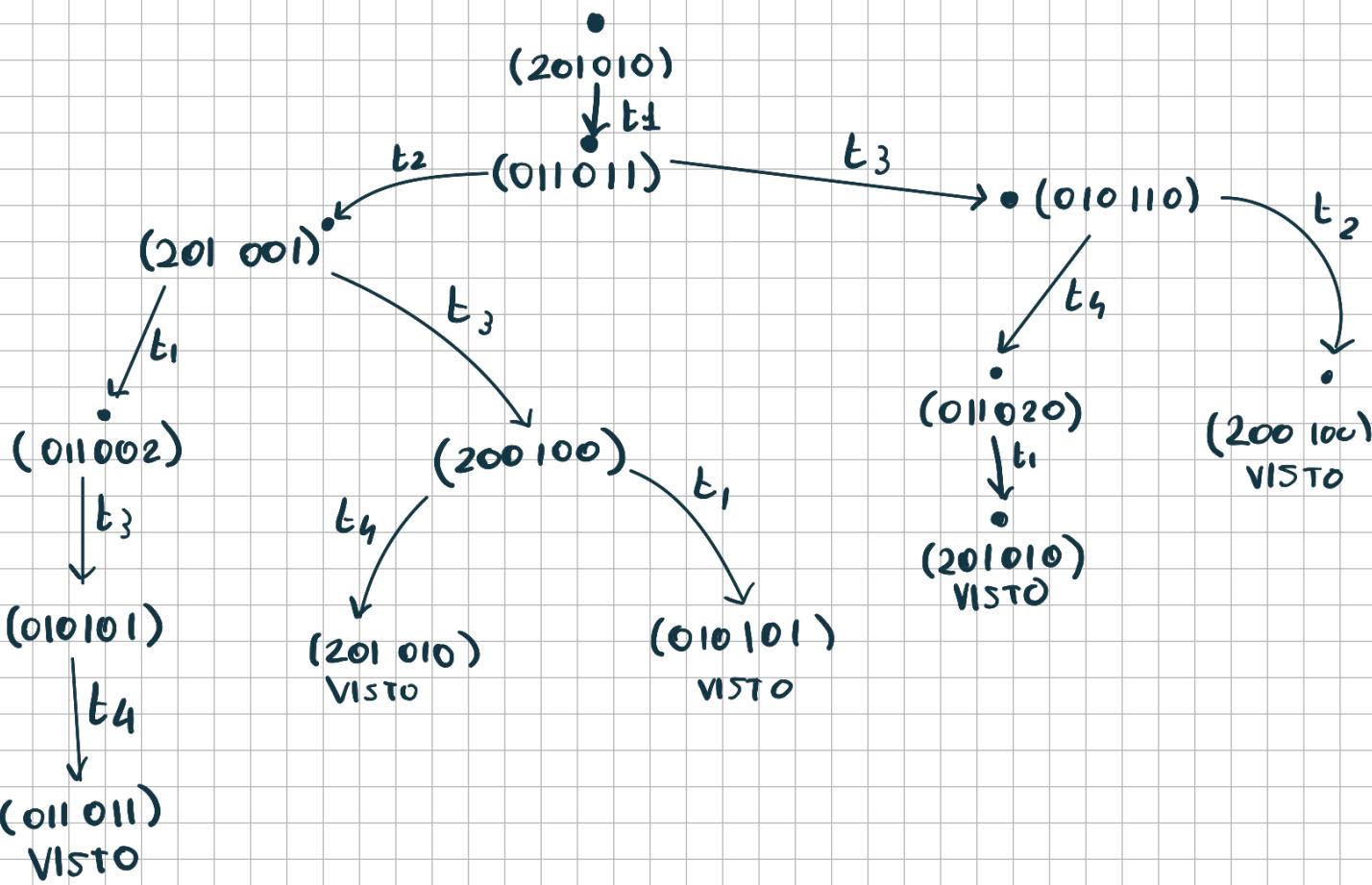
$$\begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -2\gamma_1 + 2\gamma_2 = 0 \\ \gamma_1 - \gamma_2 = 0 \\ -\gamma_3 + \gamma_4 = 0 \\ -\gamma_4 + \gamma_3 = 0 \\ -\gamma_2 + \gamma_4 = 0 \\ \gamma_1 - \gamma_3 = 0 \end{cases} \quad \text{Ker}(C) = \left\{ [x \ x \ x \ x]^T \mid x \in \mathbb{R} \right\} \Rightarrow \text{Il T-invariante}$$

$\Rightarrow e' \gamma = [1 \ 1 \ 1 \ 1]$.

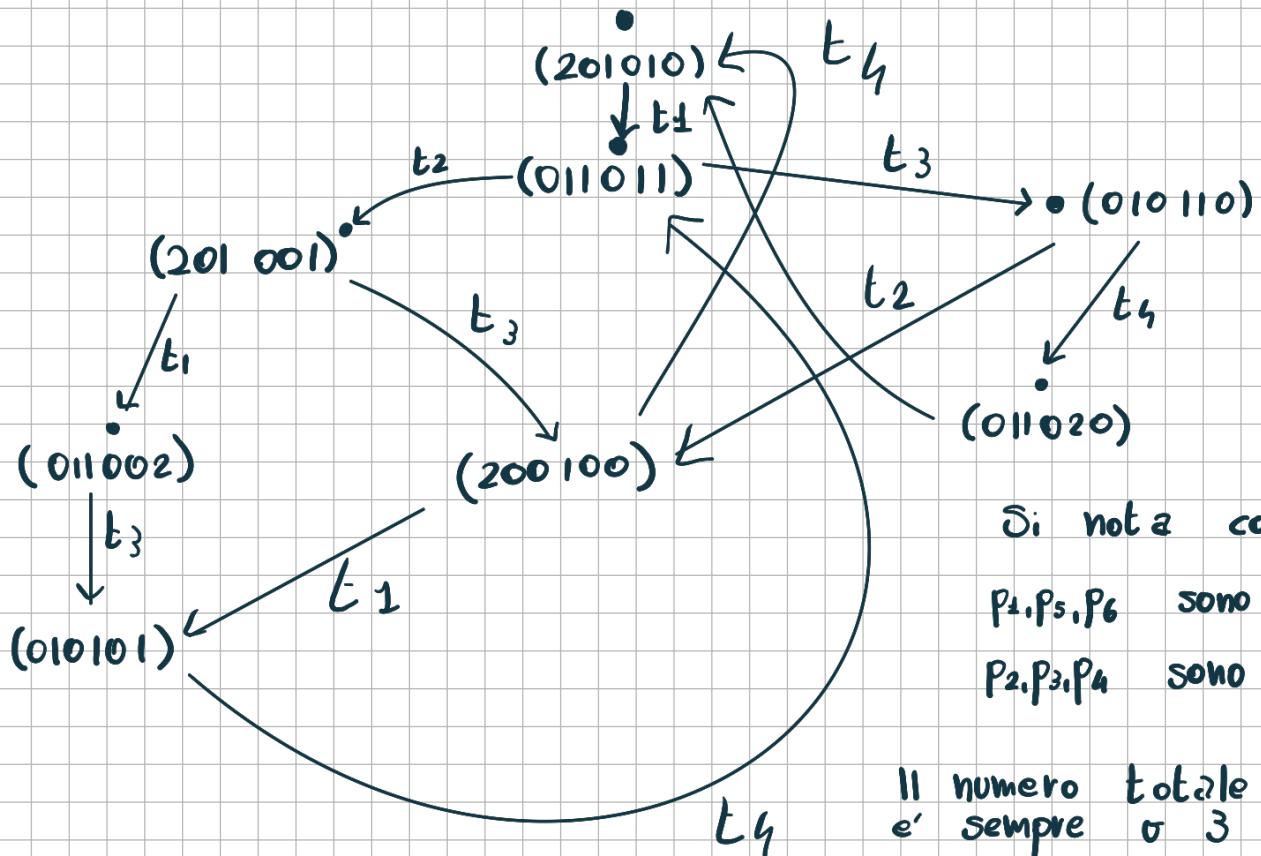
La sequenza che porta da $[010110]^T$ a $[201001]^T$ e' la seguente

$$\bullet [010110] \xrightarrow{t_4} \bullet [011020] \xrightarrow{t_2} \bullet [201010] \xrightarrow{t_1} \bullet [011011] \xrightarrow{t_2} \bullet [201001]$$

Tale sequenza e' stata trovata osservando l'albero di raggiungibilita' (pagina seguente)



La rete e' limitata, dato che l'unione dei supporti dei p-invarianti e' uguale all'insieme dei posti, inoltre cio' e' immediato osservando l'albero. Inoltre la rete e' viva e reversibile dato che l'albero di raggiungibilita' e' un grafo fortemente connesso.



Si nota come:

p_1, p_5, p_6 sono 2-limitati

p_2, p_3, p_4 sono 1-limitati

Il numero totale di token e' sempre 0 3 o 4.

Es 3) Avendo la risposta ad anello aperto applico il primo metodo Z-N:

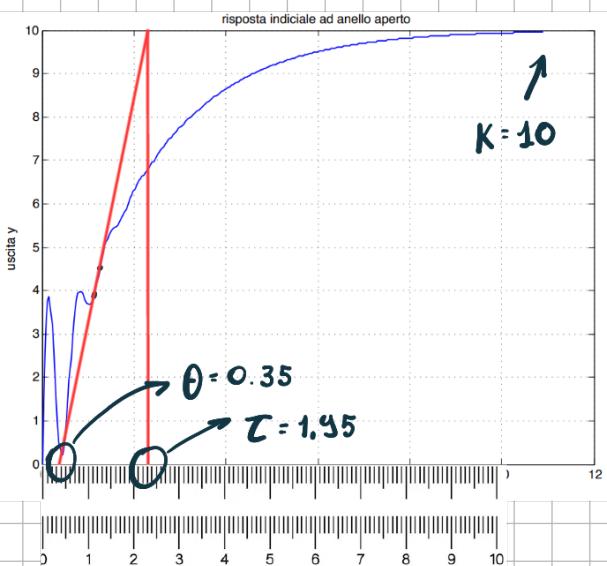
Dalla tabella, scelgo i guadagni per un regolatore PID

$$10 \cdot K_p = 1.2 \left(\frac{1.95}{0.35} \right) \Rightarrow K_p = 0.668$$

$$T_i = 2 \cdot 0.35 = 0.7 \Rightarrow K_I = \frac{0.668}{0.7} = 0.954$$

$$T_D = 0.5 \cdot 0.35 = 0.175 \Rightarrow K_D = 0.175 \cdot 0.668 = 0.1164$$

$$PID(s) = 0.668 \left(1 + \frac{1}{0.7 \cdot s} + 0.175s \right)$$



Il PID va digitalizzato serve un passo di campionamento opportuno, dal teo. di Shannon, sappiamo che la frequenza ω_c deve essere almeno il doppio della massima frequenza alla quale il sistema puo' rispondere. Dall'analisi del grafico