4 $T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(n)$ con $T(1) = \Theta(1)$

metodo iterativo

$$T(n) = 4\left(4T\left(\frac{n}{2^2}\right) + \Theta\left(\frac{n}{2}\right)\right) + \Theta(n)$$

$$T(n) = 4^k T\left(\frac{n}{2^k}\right) + \sum_{i=0}^{k-1} 4^i \Theta\left(\frac{n}{2^i}\right)$$

$$T(n) = 4^k T\left(\frac{n}{2^k}\right) + \Theta(n) \sum_{i=0}^{k-1} 2^i$$

$$T(n) = 4^k T\left(\frac{n}{2^k}\right) + \Theta(n)\left[2^k - 1\right] \text{ fino a } k = \log_2(n)$$

$$T(n) = \Theta\left(4^{\log_2(n)}\right) + \Theta(n)\left[n - 1\right]$$

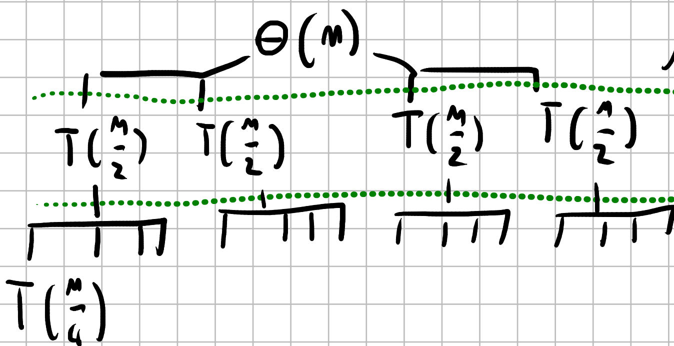
$$T(n) = \Theta(n^2) + \Theta(n^2) = \Theta(n^2)$$

metodo principale

$f(n) = \Theta(n)$ $\qquad$ $f(n) = O(n^2)$ $\qquad$ $T(n) = \Theta(n^2)$

$n^{\log_b a} = n^{\log_2 4} = n^2$ $\qquad$ QUINDI

metodo dell'albero



liv. 1 $\Theta(n)$

liv. 2 $4\Theta\left(\frac{n}{2}\right)$

liv. 3 $16\Theta\left(\frac{n}{4}\right)$

Metodo di sostituzione

$T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + c$ e $T(1) = d$

IPOTIZZO $T(n) = O(n^2)$ quindi $T(n) \leq Kn^2$

CASO BASE $T(1) \leq K1 \Rightarrow d \leq K$

IPOTESI INDUTTIVA $\forall m < n$, $T(m) \leq Km^2$

P. INDUTTIVO

$4T\left(\frac{n}{2}\right) + c \leq Kn^2$ essendo $\frac{n}{2} < n \rightarrow$

$\rightarrow 4\left[K\left(\frac{n}{2}\right)^2\right] + c \leq Kn^2$

$\frac{4Kn^2}{4} + c \leq Kn^2 \Rightarrow Kn^2 + c \leq Kn^2 \Rightarrow c \leq 0$!

c, e' la parte ASINTOTICA in $T(n)$ e non può essere minore o uguale di 0.

ma son sicuro che $T(n) = O(n^2)$

posso controllare se $T(n) \leq \underbrace{Kn^2 - \boxed{hn}}_{\text{ASINTOTICAMENTE NON FA DIFFERENZA}}$ devo "neutralizzare" cn

CASO BASE $T(1) \leq K - h \Rightarrow d \leq K - h$

I. INDUTTIVA $\forall m < n$, $T(m) \leq Km^2 - hm$

P. INDUTTIVO $T(n) \leq Kn^2 - hn \Rightarrow T(n) = 4\boxed{T\left(\frac{n}{2}\right)} + c$

$4\left[K\left(\frac{n}{2}\right)^2 - h\left(\frac{n}{2}\right)\right] + c \leq Kn^2 - hn$

$\frac{\cancel{4}Kn^2}{\cancel{4}} - \cancel{4}^{2}h\frac{n}{\cancel{2}_{1}} + c \leq Kn^2 - hn \longrightarrow Kn^2 - 2hn + c \leq Kn^2 - hn$

$c \leq hn$ ✓ VERIFICATO CHE $T(n) = O(n^2)$

ORA IPOTIZZO CHE $T(n) = \Omega(n^2)$

$T(n) \geq Kn$ CASO BASE $d \geq K$

I.IND. $\forall m < n,\ T(m) \geq Km^2$

P.IND. $T(n) \geq Kn^2$

$4T\left(\frac{n}{2}\right) + c \geq Kn^2 \Longrightarrow 4\left[K\left(\frac{n}{2}\right)^2\right] + c \geq Kn^2 \Rightarrow Kn^2 + c \geq Kn^2$

$c \geq 0$ ✓ VERIFICATO CHE $T(n) = \Omega(n^2)$

essendo che:

$T(n) = O(n^2)$ E $T(n) = \Omega(n^2)$

allora $T(n) = \Theta(n^2)$