# Insieme limitato

Supponiamo che l'insieme M sia un sottoinsieme di R. Esso è **limitato superiormente** quando :

$$x1 \ \in R \ tale \ che \ \forall \ x \ \in R, x < x1$$

Tradotto, ogni elemento dell'insieme R è inferiore all'elemento dell'insieme R x1.

Questo vuol dire che l'insieme è limitato superiormente, e non ha infiniti numeri crescenti.

L'insieme è invece **limitato inferiormente** quando

$$x1 \ \in R \ tale \ che \ \forall \ x \ \in R, x > x1$$

Vuol dire che l'insieme è limitato inferiormente, e non ha infiniti numeri decrescenti dato che qualsiasi valore è superiore all'elemento x1.

Definiamo ora il concetto di **massimo**, consideriamo un insieme M limitato superiormente. L'elemento Xm è il massimo di M se:

$$Xm \ \in M \ e \ \forall \ x \ \in M \ si \ ha \ x \ \leq Xm$$

Quindi Xm è il massimo di M se ogni elemento dell'insieme è inferiore ad esso.

Alcuni insiemi non hanno un massimo, vediamo degli esempi :

M = [ 0, 1 ,2 ,3 ] il massimo è 3

M = [$-\infty$ , 1 ] il massimo è 1

M = [0 , 1) il massimo non esiste, dato che 1 non è compreso nell'insieme.

# Estremo superiore ed inferiore

Consideriamo X un sottoinsieme di R.

ξ è un **maggiorante** di X se :

$$\forall x \ \in X, x \leq \ \xi$$

Quindi ξ è un maggiorante di X se ogni elemento dell'insieme X è minore o uguale a ξ

ξ è un **minorante** di X se :

$$\forall x \ \in X, x \geq \ \xi$$

Quindi ξ è un minorante di X se ogni elemento dell'insieme X è maggiore o uguale a ξ

L'estremo superiore di X è definito come il minimo dei maggioranti, l'estremo inferiore è invece definito come il massimo dei minoranti.

Se un insieme non è limitato superiormente, ha infiniti estremi superiori.

Un insieme è **completo** quando ha sia estremo superiore che estremo inferiore.