Principio additivo

Il principio additivo consiste nel suddividere la collezione in sottoinsiemi di oggetti esaustivi ed esclusivi per poi sommare la numerosità di essi.

Esaustivo : un oggetto compare almeno in un tipo dichiarato

Esclusivi : nessun oggetto ricade in più insiemi dichiarati

Prendiamo per esempio l'insieme di tutte le targhe con una sola P. tale insieme può essere diviso in ;

- Insieme delle targhe con la P in prima posizione
- Insieme delle targhe con la P in seconda posizione
- Insieme delle targhe con la P in terza posizione
- Insieme delle targhe con la P in quarta posizione

Sia A un insieme, e siano $A^1, A^2 \dots, A^n$ sottoinsiemi di A, essi si chiamano partizioni, e la loro somma equivale ad A.

Esempio :

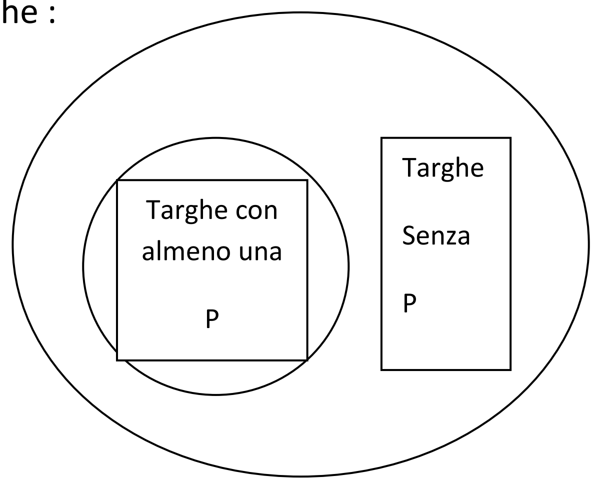
Contare le targhe che contengono almeno una P.

L'insieme A rappresenta le targhe che contengono almeno una P, noi contiamo le partizioni in cui la P è in prima posizione, dove P è in seconda, P è in seconda e prima posizione… e così via, la somma di tutte sarà uguale all'insieme A, ma c'è anche un altro metodo.

Metodo inverso

Consideriamo A l'insieme delle targhe che contengono almeno una P, consideriamo poi B l'insieme delle targhe restanti, cioè quelle che NON contengono P. B è il complementare di A, dato che A + B equivale all'insieme totale delle targhe TOT.

Insieme totale delle targhe :



Viene quindi logico pensare che l'insieme A sia uguale a TOT-B

TOT = $26^4 * 10^3$

B= $25^4 * 10^3$

A = $26^4 * 10^3 - 25^4 * 10^3$ = 66351000

Combinazioni semplici ($C_{n,k}$)

Facciamo finta di voler contare tutti i possibili anagrammi della parola "padre".

Il risultato è di 5!, contiamo adesso però gli anagrammi della parola "nonno".

La parola "nonno" ha solamente 2 lettere diverse, 3 lettere "n" e due lettere "o". Esse possono essere disposte in 5 posizioni. La formula delle combinazioni semplici conta le sequenze disponibili senza tener conto dell'ordine, e la sua formula è :

$$C_{n,k} = D_{n,k}/k! = \frac{n!}{(n-k)!k!} \quad \text{ricorda } D_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

In questo caso n = 5 (numero di lettere nella parola) e k = 2 (lettere diverse), quindi

$$\frac{5!}{(5-2)!\times 2!} = \frac{5!}{3!\times 2!}$$

Esempio : Contiamo i sottoinsiemi composti da 3 elementi dell'insieme A = {a,b,c,d}

In questo caso abbiamo 4 oggetti diversi (n = 4) da contare in 3 posizioni (k = 3) quindi :

$$\frac{4!}{(4-3)!\times 3!} = \frac{4!}{3!}$$

Ricapitolando

$C_{n,k}$ - Le combinazioni semplici si usano per contare le sequenze senza tener conto dell'ordine.

$D_{n,k}$ - Le disposizioni si usano per contare le sequenze considerando l'ordine.