

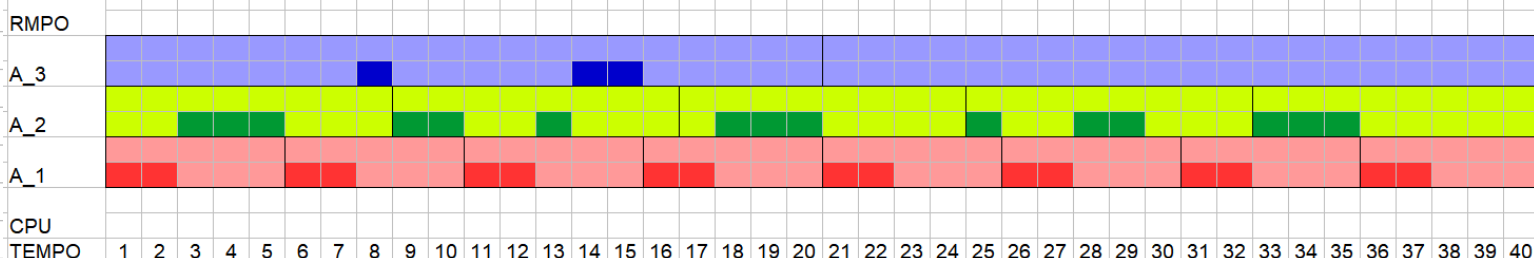
Es 1) TASK T_i C_i Aperiodico: $2_4 = 1$ $D_4 = 65$ $C_4 = 2$

A_1 5 2
 A_2 8 3
 A_3 20 4

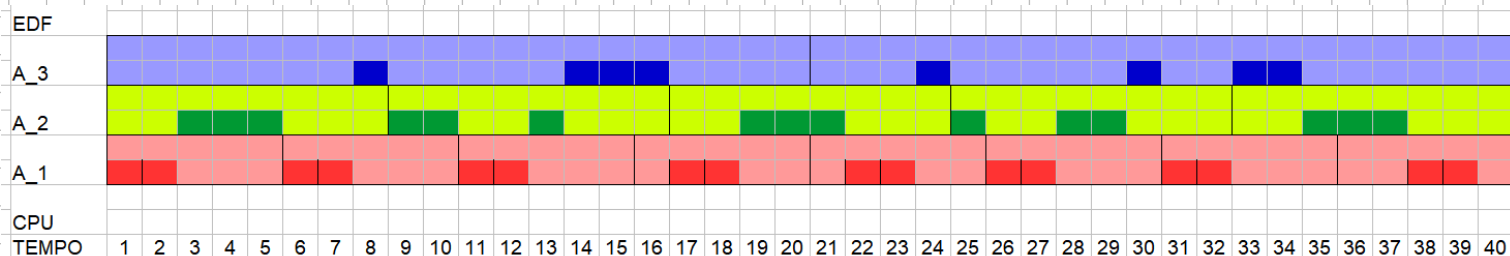
$$\frac{2}{5} + \frac{3}{8} + \frac{1}{20}$$

$$U = \frac{2}{5} + \frac{3}{8} + \frac{1}{20} = \frac{39}{40} \Rightarrow E^v \text{ schedulabile.}$$

Non ci sono rel. armoniche, inoltre $\frac{39}{40} > 3(2^{\frac{1}{3}} - 1) > \ln(2)$. La traccia e' la seguente:

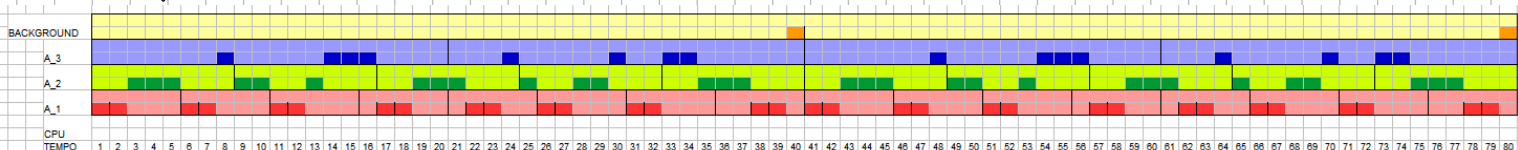


Deadline violata per A_3 , uso EDF

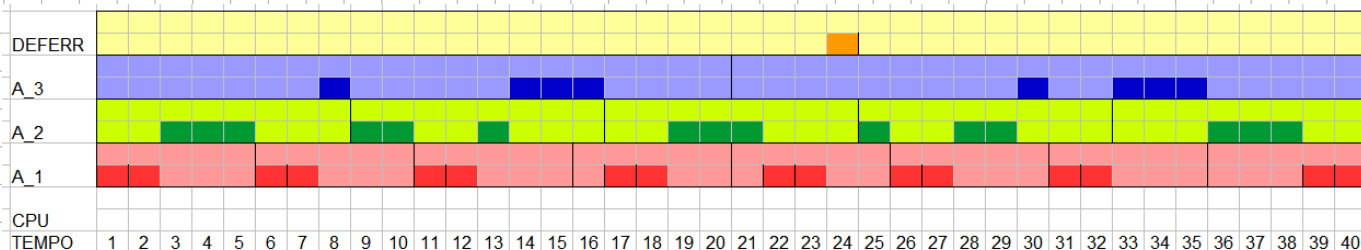


Dato un algoritmo di scheduling diremo che il processore è completamente utilizzato se, l'aumento di un qualsiasi C_i di un valore positivo qualsiasi ϵ rende lo scheduling inammissibile ($U > 1$).

Essendo che nessun istanza termina la sua esecuzione esattamente a ridosso della sua deadline, si può affermare che il processore NON e' completamente utilizzato.

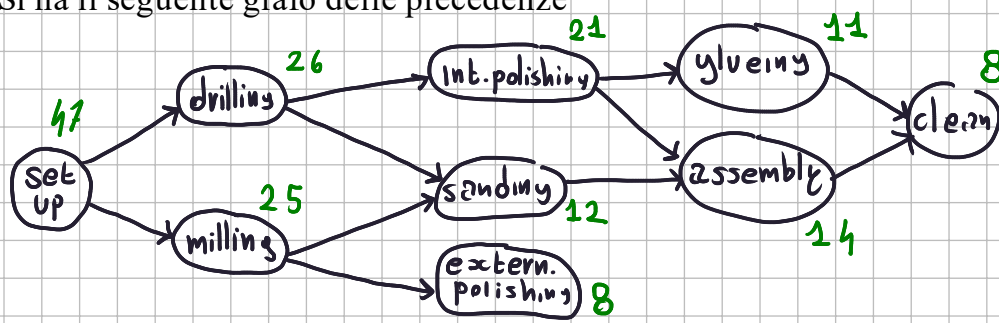


Con lo scheduling in background il task aperiodico esaurisce la sua computazione nell'istante 80, quindi oltre la sua deadline. In seguito è riportato lo scheduling con un processo deferring server



con il deferring server il task esaurisce la sua computazione nell'istante 48, rispettando la sua deadline. Inoltre, essendo che il computation time iniziale del task è maggiore del valore C_{srv} scelto per il polling server e per il deferring server, per le prime 80 unità di tempo questi due algoritmi si comporteranno allo stesso modo, quindi anche polling server riesce a schedulare il task aperiodico senza violare la deadline.

Es 2) Si ha il seguente grafo delle precedenze



Applico l'algoritmo Ranked Positional Weight Technique:

operazioni	set-up	drilling	milling	internal polishing	sanding	external polishing	assembly	glueing	clean
durata [in minuti]	8	2	5	4	3	8	6	3	8
dirette precedenti	—	set-up	set-up	drilling	drilling, milling	milling	sanding, internal polishing	internal polishing	assembly, glueing

PW: 47 26 25 21 12 8 14 11 8

Sequenza: set-up, drilling, milling, int. polishing, assembly, sanding, glueing, ext. polishing, clean

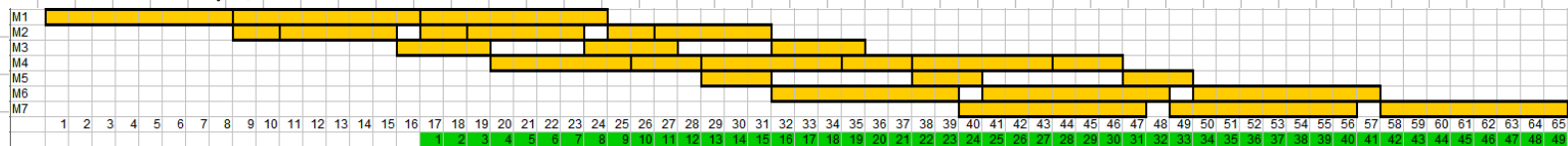
Tempo totale per un pezzo: $T_{tot} = 47 \text{ min} \Rightarrow$ numero minimo macchine $\frac{47}{9} = 5.2$

Tasso: $p = 100 \frac{P_z}{15h} = 6.667 \frac{P_z}{h} = 0.112 \frac{P_z}{\text{min}} \Rightarrow CMT = \frac{1}{0.112} = 9 \text{ minuti per pezzo}$

sbil: sbil. medio = $\frac{16}{7} \approx 0.25\%$

- M1 (set-up, 8)
- M2 (drilling, 2), (milling, 5)
- M3 (int. pol., 4)
- M4 (assembly, 6), (sanding, 3)
- M5 (glueing, 3)
- M6 (external pol. 8)
- M7 (clean, 8)

1
2
5
0
6
1
1



Come si può notare nel diagramma, i tempi morti sono

- 1 minuto sulla stazione 2
- 4 minuti sulla stazione 3
- 6 minuti sulla stazione 5
- 1 minuto sulla stazione 6
- 1 minuto sulla stazione 7

A regime, il tasso di produzione effettivo è di 9 unità di tempo, quindi

1 pezzo ogni 9 minuti \Rightarrow in 15 h ci sono 500 minuti \Rightarrow pezzi ogni 15 h = $\frac{500}{9} = 100$.

il tempo di attraversamento della linea a regime è di 49 minuti.

Es 3) La rete di Petri e' una FSM.

$$C = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Calcolo ora $\text{Ker}(C)$ e $\text{Ker}(C^T)$ per i
T-invarianti e P-invarianti.

$$\text{Ker}(C) = \left\{ [2, b, c, d, 2, b, c, d]^T \mid 2, b, c, d \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{i 4 T-invarianti canonici sono}$$

$$\eta_1 = [10001000] \quad \eta_2 = [01000100] \quad \eta_3 = [00100010] \quad \eta_4 = [00010001]$$

$$\text{Ker}(C^T) = \{ [x, x, x, x, x]^T \mid x \in \mathbb{N} \}, \quad \text{il P-invariante canonico e' } \delta = [1111].$$

Ne deduco che:

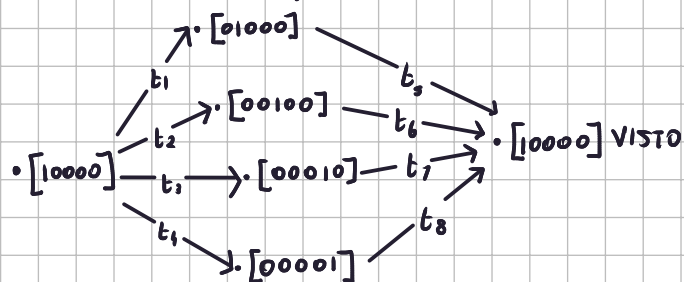
• la rete e' reversibile, le sequenze delte da T-invarianti sono:

$$(t_1 t_5)^K \quad \text{e} \quad (t_2 t_6)^K \quad \text{e} \quad (t_3 t_7)^K \quad \text{e} \quad (t_4 t_8)^K \quad \forall K \in \mathbb{Z}^+$$

• Inoltre e' conservativa e ci sta esattamente 1 marker in ogni stato

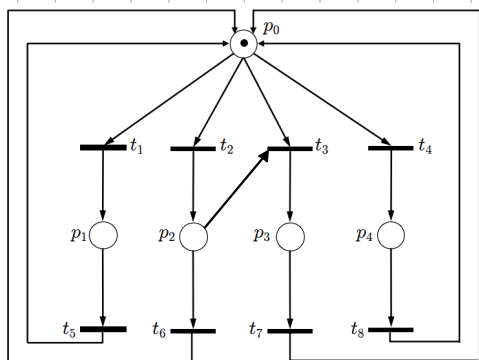
$$\delta^T x_0 = [1111] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 1$$

Inoltre e' viva, lo dimostra l'albero di raggiungibilita':

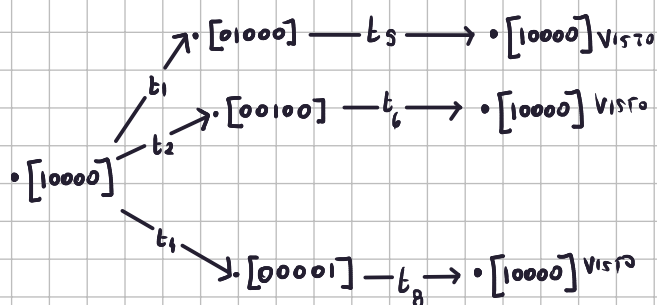


$$R(PN) = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} = I_\delta(PN)$$

Aggiungo l'arco (p_2, t_3) , cambia l'albero di raggi.



la rete rimane reversibile e limitata, solo che la transizione t_3 non potrà mai essere abilitata, quindi perde la proprietà di vivezza. Questo è scontato in quanto la rete continua ad avere al più un solo marker per stato, ma la transizione t_3 necessita di 2 token, uno in p_0 ed uno in p_2 .



$$R(PN) = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

Es 4) u è la variabile da controllare, il sistema è descritto dall'equazione $f - J \cdot u = m \dot{u} \Rightarrow f = J u + m \dot{u}$. m e J sono massa ed attrito incogniti. Nel dominio di Laplace si ha (identifico $U(s) = fs$):

$$U(s) = J Y(s) + m \cdot s Y(s) \Rightarrow U(s) = Y(s) \cdot [J + ms] \Rightarrow$$

Il processo è $P(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{J + ms}$. m e J sono incognite positive, il sistema ha un polo in $-\frac{J}{m}$ quindi è stabile. La risposta indiciale è:

$$Y(s) = \frac{1}{s(J + ms)} \quad \text{e} \quad \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s(J + ms)} \cdot s = \frac{1}{J} \quad \text{quindi l'errore a regime non è nullo.}$$

Con un controllore proporzionale in retro azione si avrebbe

$$G(s) = C(s)P(s) = \frac{K}{J + ms} \Rightarrow W(s) = \frac{F}{1 + F} = \frac{K}{J + ms + K} \Rightarrow \text{l'errore a regime sarebbe } \frac{K}{J + K}, \text{ è NECESSARIO UN REGOLATORE PI}$$

$$C(s)P(s) = \frac{K_P + \frac{K_I}{s}}{J + ms} = \frac{sK_P + K_I}{ms^2 + Js} \Rightarrow W(s) = \frac{sK_P + K_I}{ms^2 + Js + sK_P + K_I}$$

s^2	m	K_I
s	$J + K_P$	0
1	K_I	0

Il sistema è stabile finché $K_P > -J$. Scegliendo K_P e K_I positivi il regolatore funziona e annulla l'errore a regime.

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot Y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot W(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sK_P + K_I}{ms^2 + Js + sK_P + K_I} = \frac{K_I}{K_I} = 1$$

i poli di $W(s)$ sono $s_{1,2} = \frac{-(J + K_P) \pm \sqrt{(J + K_P)^2 - 4mK_I}}{2 \cdot m}$, nonostante J sia incognita, si può rilevare sperimentalmente osservando la risposta indiciale del processo fissando una massa m . Quindi, se m fosse fisso, si potrebbero scegliere accuratamente K_P e K_I in modo da far rientrare i poli di $w(s)$ in una desiderata regione del piano \mathbb{C} . Purtroppo, m è variabile, quindi si ha poco controllo sulla risposta del sistema, assumiamo J , K_P e K_I fissati, m è variabile, identifichiamo più situazioni, si sceglie inoltre $K_P < J$

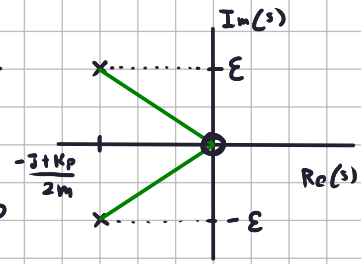
1) Se $m = \frac{(J + K_P)^2}{4K_I}$, c'è un'unico polo in $\frac{K_P - J}{2m} = \frac{4K_I}{(J + K_P)^2} \cdot (K_P - J)$, essendo $J > K_P$ il polo è negativo, in questo caso più K_I è grande, più il polo si sposta a sinistra e la risposta è rapida.

2) Se $(J+K_p)^2 - 4 \cdot m K_I > 0 \Rightarrow \frac{(J+K_p)^2}{4K_I} > m$, i poli sono reali e negativi, ma se $\sqrt{(J+K_p)^2 - 4mK_I} > J+K_p$ il sistema diventa instabile, cio' accade se $(J+K_p)^2 - 4mK_I > (J+K_p)^2 \Rightarrow m < 0$, ma una massa non puo' essere negativa.

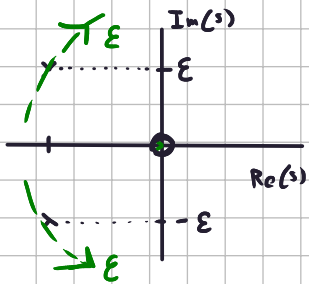
3) Se m e' abbastanza grande i poli divengono complessi.

$$m > (J+K_p)^2 \cdot \frac{1}{4K_I}, \text{ ad esempio } m = (J+K_p)^2 \cdot \frac{1}{4K_I} + \epsilon \text{ con } \epsilon > 0$$

$$\Rightarrow \text{i poli sono: } \frac{-(J+K_p) \pm \sqrt{-\epsilon}}{2 \cdot m} = \frac{-(J+K_p)}{2m} \pm j\epsilon, \text{ i poli sono}$$

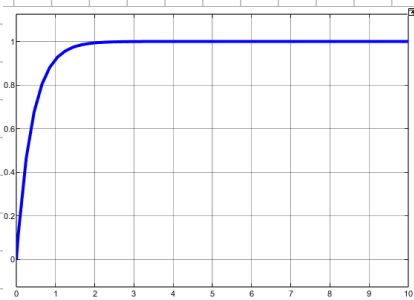


complessi e coniugati. Si osservi il grafico, all'aumentare di m (quindi di ϵ), $-\frac{(J+K_p)}{2m}$ si sposta a destra, e $\pm j\omega$ si allontanano dall'asse delle ascisse, la risposta diventa piu' lenta ed il coefficiente di smorzamento ζ diminuisce.

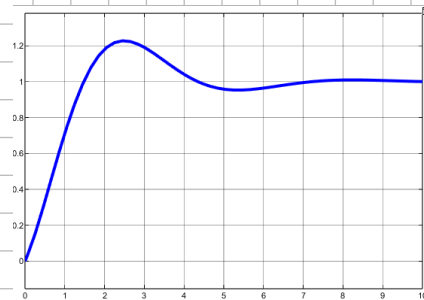


Mostro qualche esempio numerico al variare di m , ho scelto $K_p = 5$ $K_I = 15$ ed ipotizzo $J = 6$

caso $m = (J+K_p)^2 \cdot \frac{1}{K_{I4}} = 2,0166$



caso $m > (J+K_p)^2 \cdot \frac{1}{K_{I4}} \Rightarrow m = 10$



caso $m < (J+K_p)^2 \cdot \frac{1}{K_{I4}} \Rightarrow m = 1$

