Esame di Progettazione di Sistemi Digitali
21 giugno 2021 - canale AL - prof. Pontarelli

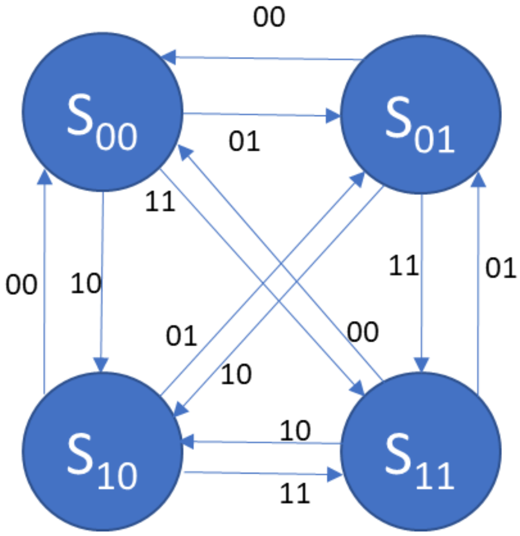
Cognome ___________________________ Nome_______________________ Matricola_________________

Esercizio 1 (6 punti)

Progettare un circuito sequenziale con due ingressi x1 e x0 e due uscite z1 e z0. Si consideri la sequenza ***s*** costituita dagli ultimi due bit di x1 e gli ultimi due bit di x0. L'uscita z1 deve essere uguale a 1 se ***s*** considerato come valore in Ca2 (complemento a 2), è un valore negativo dispari, mentre z0 deve essere 1 se ***s,*** considerato come valore in base 2, è un multiplo di 3.

Esempio	x1	0101100100
	x0	0010100001
	z1	00**1**0**11**0000
	z0	000**11**0**1**000

AUTOMA



.

Tabella delle transizioni

PS	Q_1	Q_0	x1	x0	s		NS	Q_1’	Q_0’	z1	z0
S00	0	0	0	0	0000		S00	0	0	0	1
S00	0	0	0	1	0001		S01	0	0	0	0
S00	0	0	1	0	0100		S10	0	0	0	0
S00	0	0	1	1	0101		S11	0	0	0	0
S01	0	1	0	0	0010		S00	0	1	0	0
S01	0	1	0	1	0011		S01	0	1	0	1
S01	0	1	1	0	0110		S10	0	1	0	1
S01	0	1	1	1	0111		S11	0	1	0	0
S10	1	0	0	0	1000		S00	1	0	0	0
S10	1	0	0	1	1001		S01	1	0	1	1
S10	1	0	1	0	1100		S10	1	0	0	1
S10	1	0	1	1	1101		S11	1	0	1	0
S11	1	1	0	0	1010		S00	1	1	0	0
S11	1	1	0	1	1011		S01	1	1	1	0
S11	1	1	1	0	1110		S10	1	1	0	0
S11	1	1	1	1	1111		S11	1	1	1	1

Equazioni del circuito:

$Q_1' = x_1$
$Q_0' = x_0$

$z_1 = Q_1\, x_0$
$z_0 = \bar{Q}_1\bar{Q}_0\bar{x}_1\bar{x}_0 + \bar{Q}_1 Q_0\bar{x}_1 x_0 + \bar{Q}_1 Q_0 x_1\bar{x}_0 + Q_1\bar{Q}_0\bar{x}_1 x_0 + Q_1\bar{Q}_0 x_1\bar{x}_0 + Q_1 Q_0 x_1 x_0$

NOTE

- Come si vede (anche) dalla soluzione proposta, questo circuito si può realizzare semplicemente memorizzando in 2 flip-flop i valori di ingressi x1 e x0, e calcolare z1 e z0 come circuito combinatorio con ingressi Q_1, Q_0, x1 e x0

- Sebbene non necessario, è possibile aggiungere uno stato iniziale (R), in modo che per la prima coppia di valori x1 e x0, z1 e z0 siano entrambi nulli. In tal caso la codifica **S00=000, S01=001, S10=010, S11=011, R =1--** porta ad una soluzione praticamente identica a quella proposta.

Esercizio 2 (4 punti)

Descrivere in SystemVerilog un flip-flop di tipo T con reset sincrono.

```
module TFF (input  logic clk,
            input  logic res,
             input  logic T,
            output logic q);

always_ff @(posedge clk)
    begin
      if (res)
         q <= 1'b0;
      else
         q <= q ^T;
    end
endmodule
```

Esercizio 3 (3 punti)
Usando gli assiomi dell'algebra di Boole, verificare la seguente identità:

$$\left(x\bar{y} + \overline{\bar{y}z + z(\bar{x} + y)}\right) \oplus xz = xy + \bar{z}$$

$$(x\bar{y} + \overline{\bar{y}z + z\bar{x} + zy}) \oplus xz = xy + \bar{z}$$

$$\left(x\bar{y} + \overline{z(\bar{y} + \bar{x} + y)}\right) \oplus xz = xy + \bar{z}$$

$$\left(x\bar{y} + \overline{z(1 + \bar{x})}\right) \oplus xz = xy + \bar{z}$$

$$(x\bar{y} + \bar{z}) \oplus xz = xy + \bar{z}$$

$$(x\,\bar{y} + \bar{z})\overline{xz} + (\overline{x\bar{y} + \bar{z}})xz = xy + \bar{z}$$

$$(x\,\bar{y} + \bar{z})(\bar{x} + \bar{z}) + ((\bar{x} + y)z)xz = xy + \bar{z}$$

$$x\bar{y}\bar{z} + \bar{z} + (\bar{x}z + yz)xz = xy + \bar{z}$$

$$\bar{z} + xyz = xy + \bar{z}$$

$$\bar{z} + xy = xy + \bar{z}$$

Esercizio 4 (3 punti)
Dati i numeri X= **C5A00000** e Y= **45100000** espressi nella rappresentazione in virgola mobile IEEE 754:

- Eseguire l'operazione A+B usando la rappresentazione data ed esprimere il risultato secondo lo standard IEEE 754
- Verificare il risultato ottenuto eseguendo la conversione in decimale sia del risultato che degli operandi.

(a) conversione

X = 1100_0101_1010_0000_0000_0000_0000_0000
Segno = -
esponente: 1000_1011 = 128+8+2+1= 139
esponente-bias= 139-127=12
mantissa = 1.01000000000000000000000 → 1.25

X= $-1.25*2^{12}= (1+2^{-2}) *2^{12}= (2^{12}+2^{10}) =4096+1024= -5120$

Y = 0100_0101_0001_0000_0000_0000_0000_0000
Segno = +
esponente: 1000_1010 = 128+8+2= 138
esponente-bias= 138-127=11
mantissa = 1.00100000000000000000000 → 1.125

Y= $1.125*2^{11}= -(1+2^{-3}) *2^{11}= -(2^{11}+2^{8}) = -(2048+256) = 2304$

(b) somma

1. allineo gli esponenti, scrivendo
Y= $1,001_2 \cdot 2^{11} = 0,1001_2 \cdot 2^{12}$

2. eseguo il complemento a 2 della mantissa
m_X= -(01,01) = 10,11

3. eseguo la somma,

m_X	10.11000000000000000000000	+
m_Y	00.10010000000000000000000	=
m_Z	11.01010000000000000000000	

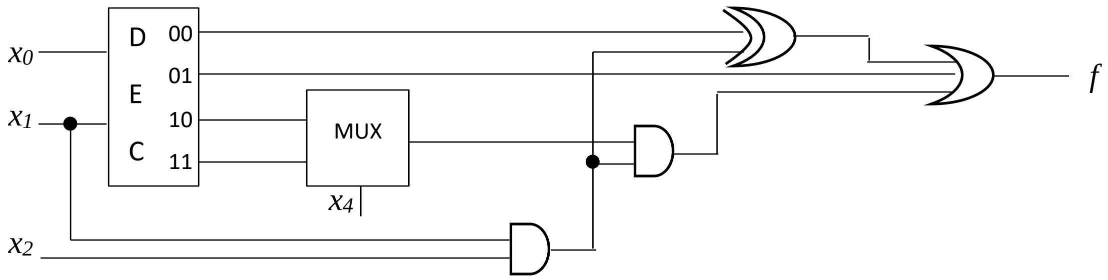
4. eseguo il complemento a 2 della mantissa di Z
m_Z = -(11.0101) = (00.1011)
Z= $0.10110000000000000000000 \cdot 2^{12} = 1.01100000000000000000 \cdot 2^{11}$

(c) conversione di Z

Segno = -
esponente-bias= 11
esponente= 127+11= 138= 1000_1010
mantissa = 1.01100000000000000000000 → 1.375

Z = 1100_0101_0011_0000_0000_0000_0000_0000 = **0xC5100000**
Z = $-1.125*2^{11}$ =-(2048+512+256)=-2816

Esercizio 5 (4 punti)
Analizzare il seguente circuito e ricavare la funzione f in uscita semplificarla ed esprimere f in forma normale POS.



$$
\begin{aligned}
f &= (\bar{x}_1\bar{x}_0 \oplus x_2x_1) + \bar{x}_1x_0 + x_2x_1(\bar{x}_4x_1\bar{x}_0 + x_4x_1x_0) = \\
&\bar{x}_1\bar{x}_0\overline{x_2x_1} + \overline{\bar{x}_1\bar{x}_0}x_2x_1 + \bar{x}_1x_0 + \bar{x}_4x_2x_1\bar{x}_0 + x_4x_2x_1x_0 = \\
&\bar{x}_1\bar{x}_0(\bar{x}_2 + \bar{x}_1) + (x_1 + x_0)x_2x_1 + \bar{x}_1x_0 + \bar{x}_4x_2x_1\bar{x}_0 + x_4x_2x_1x_0 = \\
&= \bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0 + \bar{x}_1\bar{x}_0 + x_2x_1 + x_2x_1x_0 + \bar{x}_1x_0 + \bar{x}_4x_2x_1\bar{x}_0 + x_4x_2x_1x_0 = \\
&= \bar{x}_1\bar{x}_0 + x_2x_1 + \bar{x}_1x_0 = \bar{x}_1 + x_2x_1 = \bar{x}_1 + x_2
\end{aligned}
$$

Esercizio 6 (3 punti)
Data l'espressione $f = \bar{z} + xy + \bar{y}\bar{z} + (xy + \bar{x}z)\bar{z}$ semplificarla e portarla in forma POS.

Realizzare f con soli operatori NAND e con soli operatori NOR.

$f = \bar{z} + xy + \bar{y}\bar{z} + (xy + \bar{x}z)\bar{z} = \bar{z} + xy + xy\bar{z} = \bar{z} + xy = (\bar{z} + x)(\bar{z} + y)$

NOR:

$f = \overline{\overline{(\bar{z} + x)(\bar{z} + y)}} = \overline{\overline{(\bar{z} + x)} + \overline{(\bar{z} + y)}} = \overline{(\bar{z} + x)}\ NOR\ \overline{(\bar{z} + y)} = (\bar{z}\ NOR\ x)\ NOR\ (\bar{z}\ NOR\ y)$

NAND:

$f = \overline{\overline{\bar{z} + xy}} = \overline{z \cdot \overline{x \cdot y}} = z\ NAND\ \overline{x \cdot y} = z\ NAND\ (x\ NAND\ y)$

Esercizio 7 (3 punti)

Dati i valori X = 3614 e Y = 6275 rappresentati in base 10:

- eseguire la conversione in base 16
- eseguire la somma X+Y usando base 16
- convertire il risultato in base 10 e verificare che sia corretto.

X= 3614= 2048+1024+512+16+8+4+2 = 1110’0001’1110 = E1E
Y= 6275= 4096+2048+128+2+1 = 1’1000’1000’0011 = 1883
X+Y= 26A1 = 2*4096+6*256+10*16+1= 8192+1536+160+1= 9889

Esercizio 8 (4 punti)
Dati gli ingressi $x_2x_1x_0$ che rappresentano valori in Ca2, vengono prodotti in uscita $y_2y_1y_0$ tali che:

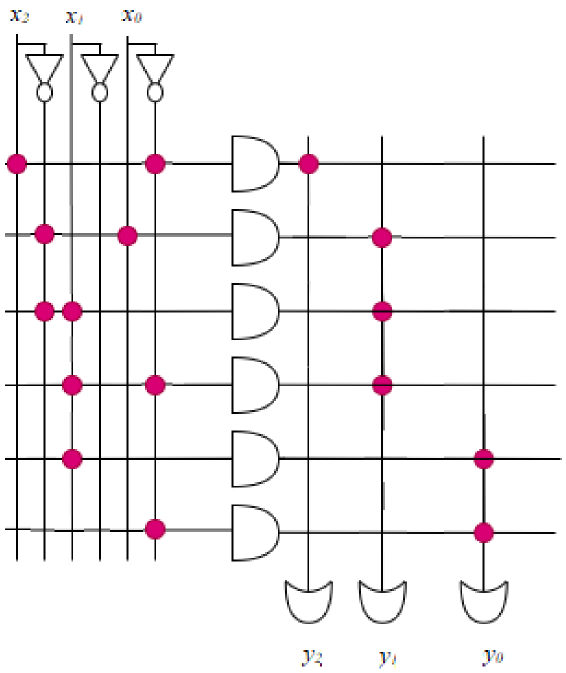
- se $x_2x_1x_0$ è pari allora $y_2y_1y_0$ rappresenta $x_2x_1x_0$ incrementato di 1
- se $x_2x_1x_0$ è dispari allora $y_2y_1y_0$ rappresenta la metà di ($x_2x_1x_0 + 3$)

Stendere la tavola di verità
Realizzare $y_2y_1y_0$ con PLA
Realizzare y_1 con MUX 4-a-1 e con MUX 2-a-1

x2	x1	x0	*y2*	*y1*	*y0*
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

$$y_2 = x_2x_1\bar{x}_0 + x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 = x_2\bar{x}_0$$
$$y_1 = \bar{x}_2\bar{x}_1x_0 + \bar{x}_2x_1\bar{x}_0 + \bar{x}_2x_1x_0 + x_2x_1\bar{x}_0 = \bar{x}_2x_0 + \bar{x}_2x_1 + x_1\bar{x}_0$$
$$y_0 = \bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0 + \bar{x}_2x_1\bar{x}_0 + \bar{x}_2x_1x_0 + x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 + x_2x_1\bar{x}_0 + x_2x_1x_0 = \bar{x}_0 + x_1$$

PLA



MUX