MAPPA DI KARNAUGH

Le operazioni booleane possono essere minimizzate combinando i termini. La *mappa K* (Mappa di Karnaugh) minimizza le equazioni graficamente.

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Y: C \ AB	00	01	11	10
0	1	0	0	0
1	1	0	0	0

Y: C \ AB	00	01	11	10
0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}B\bar{C}$	$AB\bar{C}$	$A\bar{B}\bar{C}$
1	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}BC$	ABC	$A\bar{B}C$

Data questa tabella della verità, si trova la forma dell'equazione con meno implicanti.

In una *mappa K* per trovare l'equazione in forma *SOP* si cerchiano tutti gli 1. Essi possono essere cerchiati in gruppi di 1, 2 o potenze di 2.

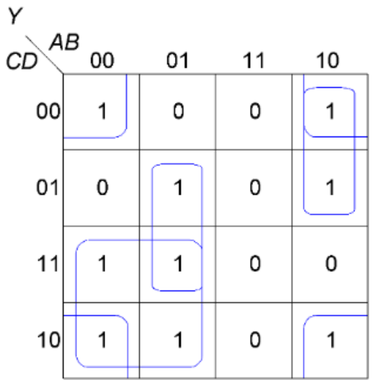
Tutti gli 1 devono essere cerchiati almeno una volta, e la loro equazione viene formata dai valori di A,B,C o D che non variano.

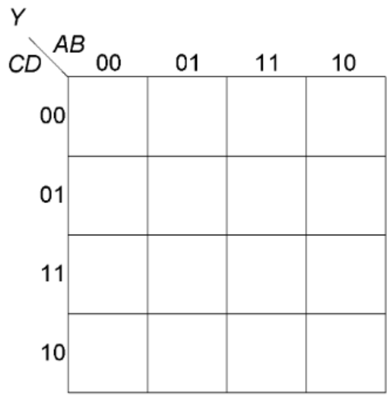
Esempio:

Y: CD \ AB	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	0	1
11	1	1	0	0
10	1	1	0	1

A	B	C	D	Y
0	0	0	0	1
0	1	0	0	0
1	0	0	0	1
1	1	0	0	0
0	0	0	1	0
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1
1	1	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	0	1	1	1
1	1	1	1	0
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	1	0	0
1	1	1	0	0

Gli angoli possono essere cerchiati in coppia con gli altri angoli. Vediamo un esempio di come viene costruita l'equazione:





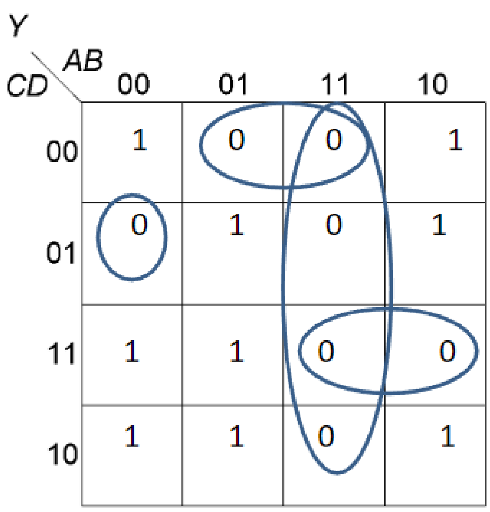
$Y = \bar{A}C + \bar{A}BD + A\bar{B}\bar{C} + \bar{B}\bar{D}$

Ogni casella è una combinazione di ABCD. Bisogna segnarsi i valori che fra più caselle cerchiate insieme restano invariati (vedersi le caselle riga 2 colonna 2 e riga 3 colonna 3) in esse il valore D rimane sempre 1, anche i valori AB rimangono 0, quindi si andrà ad aggiungere all'equazione $\overline{\mathrm{A}}\mathrm{BD}$, A negato perché il suo valore è 0.

Seguendo lo stesso procedimento per le restanti cerchiature, esce l'equazione:

$$Y = \bar{A}C + \bar{A}BD + A\bar{B}\bar{C} + \bar{B}\bar{D}$$

Il principio di dualità spiega come le *mappe K* possono essere usate per ricostruire l'equazione anche in forma *POS*, cerchiando gli 0 al posto degli 1, raccogliendoli come somme. In questo caso i valori saranno negati quando varranno 1 e positivi quando varranno 0. Vediamo un esempio con la stessa mappa di prima:

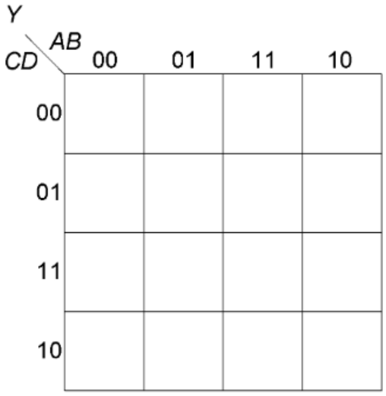


Raccogliendo gli 0 ed applicando il principio, l'equazione booleana risulta :

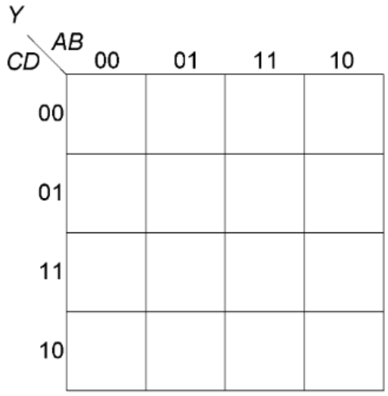
$$Y = (\bar{A} + \bar{B})(\bar{B} + C + D)(\bar{A} + \bar{C} + \bar{D})(A + B + C + \bar{D})$$

Che succede però se abbiamo bisogno realizzare una mappa K di un circuito booleano con 5 input? (quindi 5 variabili)

Semplicemente si disegnano 2 mappe K con 4 variabili, in una si presuppone che la quinta variabile valga 1 e nell'altra valga 0, inoltre 2 caselle di mappe K differenti sono cerchiabili insieme se nella stessa identica posizione.

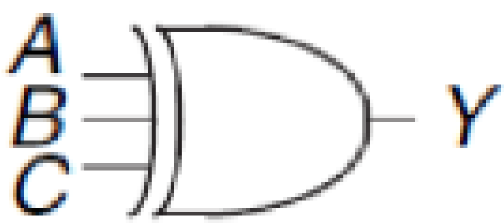


E = 0



E = 1

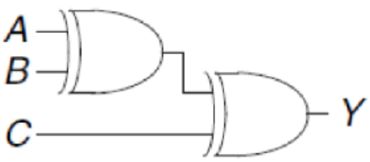
COMBINAZIONE LOGICA A PIÙ LIVELLI



$$Y = A \oplus B \oplus C$$

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

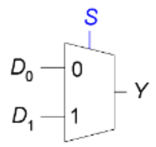
Possiamo costruire uno XOR a 3 input anche utilizzando 2 XOR a 2 input in questo modo :



in questo caso, per un numero di input uguale ad *X*, dovremmo utilizzare *X-1* porte XOR a 2 input per realizzare il circuito.

MULTIPLEXER (MUX)

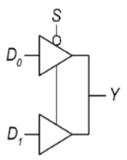
È un componente che selezione uno fra N input e lo connette con l’output.



S	D1	D0	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

S	Y
0	D_0
1	D_1

$$Y = \overline{S}D_0 + SD_1$$



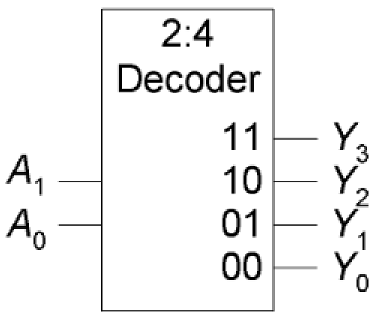
Come si realizza il circuito digitale del multiplexer? Con un Buffer tristate :

Per ogni input va utilizzato un tristate.

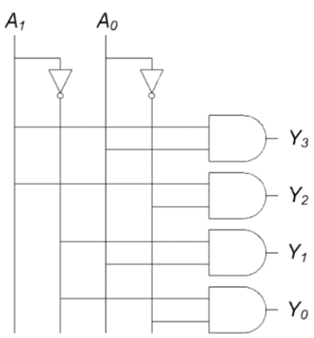
DECODER

È un componente che prende N input, e restituisce 2^N output.

Solamente un uscita vale 1 per ogni combinazione degli input.



A1	A2	Y3	Y2	Y1	Y0
0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0



IMPLEMENTAZIONE LOGICA DEL DECODER