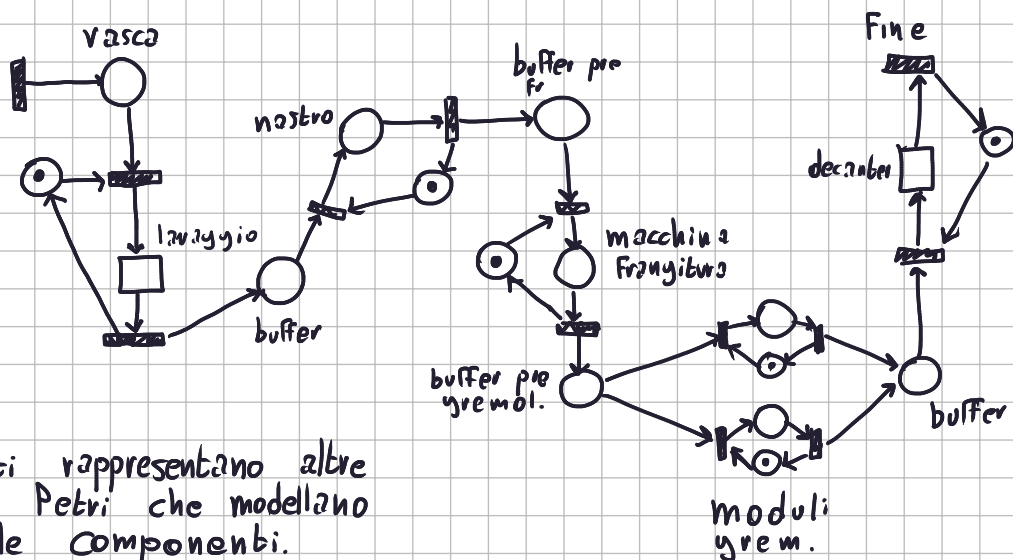
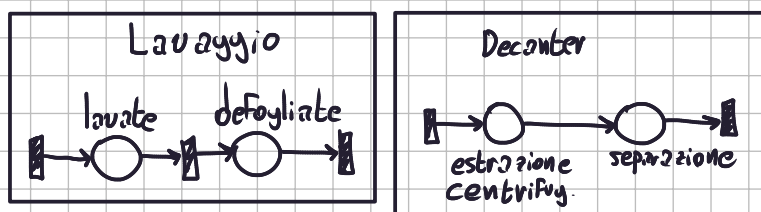


Es 2) I token rappresenteranno 1 lotto di olive.



i quadrati rappresentano altre reti di Petri che modellano le singole componenti.



Es 3)

in 1 ciclo devono susseguirsi le posizioni per  $z$

$$z(0) = M$$

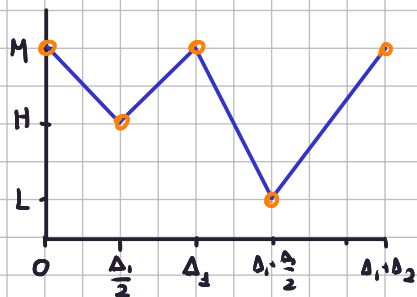
$$z\left(\frac{\Delta_1}{2}v\right) = H$$

$$z(\Delta_1 v) = M$$

$$z\left(\left(\Delta_1 + \Delta_1 \frac{1}{2}\right)v\right) = L$$

$$z(\Delta_1 + \Delta_2) = M$$

Qualitativamente:



Scelgo una legge polinomiale per  $z$  in funzione di  $t$

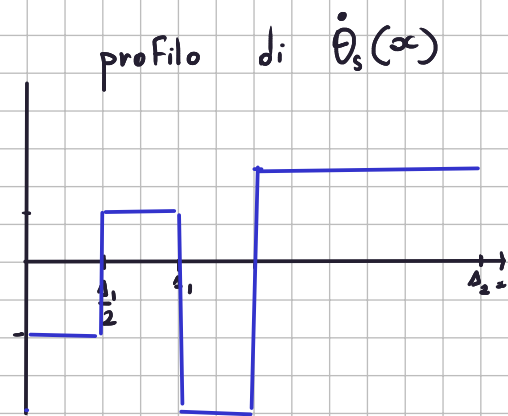
ogni ciclo la funzione  $z(x)$  e' questa. Individuo 4 intervalli  $[0, \frac{\Delta_1}{2}]$ ,  $[\frac{\Delta_1}{2}, \Delta_1]$ ,  $[\Delta_1, \Delta_1 + \frac{\Delta_1}{2}]$ ,  $[\Delta_1 + \frac{\Delta_1}{2}, \Delta_1 + \Delta_2]$

$$z(x) = \begin{cases} M - x \cdot (H-M) \frac{2}{\Delta_1} & \text{Se } x < \frac{\Delta_1}{2} \\ (M-H) \frac{2}{\Delta_1} x - M & \text{Se } x \in [\frac{\Delta_1}{2}, \Delta_1] \\ 3M - 2L - (M-L) \frac{2}{\Delta_1} x & \text{Se } x \in [\Delta_1, \Delta_1 + \frac{\Delta_1}{2}] \\ \left(\Delta_2 - \frac{1}{2}\Delta_1\right)^{-1} (M-L) (\Delta_1 + \Delta_2) + M + \left(\frac{L-M}{\frac{1}{2}\Delta_1 - \Delta_2}\right) x & \text{altrimenti} \end{cases}$$

A questo punto devo imporre  $\theta_s$ , essendo il rapporto  $N_s$ , si ha che  $N_s = \frac{z}{\theta_s} \Rightarrow \theta_s = \frac{1}{N_s} z \Rightarrow \dot{\theta}_s = \frac{1}{N_s} \dot{z}$  devo trovare  $z(t)$ . Conosco  $z(x)$  e  $x(t) = vt \Rightarrow z(x) = z(vt)$

$$\dot{\theta}_s(t) = \frac{1}{N_s} \dot{\chi}(t) = \begin{cases} \nu(H-M) \frac{2}{\Delta_1} \cdot \frac{1}{N_s} & \text{Se } t < \frac{\Delta_1}{2} \cdot \frac{1}{\nu} \\ (M-H) \frac{2}{\Delta_1} \nu \cdot \frac{1}{N_s} & \text{Se } \nu t \in [\frac{\Delta_1}{2}, \Delta_1] \\ -(M-L) \frac{2}{\Delta_1} \nu \cdot \frac{1}{N_s} & \text{Se } \nu t \in [\Delta_1, \Delta_1 + \frac{\Delta_1}{2}] \\ (L-M) (\frac{1}{2} \Delta_1 - \Delta_2)^{-1} \cdot \nu \cdot \frac{1}{N_s} & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$\dot{\theta}_s(x) = \frac{1}{N_s} \dot{\chi}(x) = \begin{cases} (H-M) \frac{2}{\Delta_1} \cdot \frac{1}{N_s} & \text{Se } x < \frac{\Delta_1}{2} \\ (M-H) \frac{2}{\Delta_1} \cdot \frac{1}{N_s} & \text{Se } x \in [\frac{\Delta_1}{2}, \Delta_1] \\ -(M-L) \frac{2}{\Delta_1} \cdot \frac{1}{N_s} & \text{Se } x \in [\Delta_1, \Delta_1 + \frac{\Delta_1}{2}] \\ (L-M) (\frac{1}{2} \Delta_1 - \Delta_2)^{-1} \cdot \frac{1}{N_s} & \text{altrimenti} \end{cases}$$



Es 4) Voglio risolvere in funzione di  $\chi = \theta$  e trovare la risposta

indiale:  $\frac{d\chi}{dt} + \frac{B}{J} \chi - \frac{K_T}{J} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = (B\chi - K_T) \frac{1}{J} \\ \frac{d\chi}{dt} \Rightarrow dx = -\frac{B}{J} d\chi \Rightarrow d\chi = -\frac{J}{B} dx \end{cases}$

$$\Rightarrow -\frac{J}{B} \frac{dx}{dt} = x \Rightarrow -\frac{J}{B} \frac{dx}{x} = dt \Rightarrow -\frac{J}{B} \int_{x(0)}^{x(t)} \frac{1}{x} dx = \int_0^t dt \Rightarrow \ln\left(\frac{x(t)}{x(0)}\right) = -\frac{B}{J} t$$

$$\chi(t) = \frac{K_T}{B} (1 - e^{-\frac{B}{J} t}) \Rightarrow \text{applico il 1° metodo Z-N valutando la risposta si}$$

trovano

$$\dot{\chi}(0) = \frac{K_T}{J} \Rightarrow \frac{K_T}{J} t \text{ incontra } \frac{K_T}{B} : \frac{K_T}{J} t^* = \frac{K_T}{B} \Rightarrow t^* = \frac{J}{B} = \tau$$

$$K = \frac{K_T}{B} \quad \theta = 0 \quad \tau = \frac{J}{B} \Rightarrow K = \frac{K_T}{B} \quad \theta = \alpha \frac{J}{B} \quad \tau = (1-\alpha) \frac{J}{B}$$

provo un regolatore PI:

$$\frac{K_T}{B} \cdot K_P = \frac{9}{10} \cdot \frac{(\alpha-1)}{\alpha} \Rightarrow K_P = \frac{B}{K_T} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{(\alpha-1)}{\alpha}$$

$$T_i = 3.33 \cdot \alpha \cdot \frac{J}{B} \Rightarrow K_I = \frac{B^2}{K_T} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{(\alpha-1)}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{J}$$

La f.d.t del processo e'  $P(s) = \frac{K_t}{Js+B}$ , ad anello aperto c'e' un polo in  $s = -\frac{B}{J}$ , ad anello chiuso  $W(s) = \frac{P(s)}{1+P(s)} = \frac{K_t}{Js+B+K_t}$  il sistema e' ancora stabile e per avere errore nullo serve un'azione integrale.

Considero un controllore PI:  $C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} \Rightarrow F(s) = \frac{(K_P + \frac{K_I}{s}) K_t}{s(Js+B)} = \frac{K_P K_t s + K_I K_t}{s(Js+B)}$  il den.

di  $W(s)$  e'  $s^2(Js+B) + K_P K_t s + K_I K_t = Js^3 + Bs^2 + K_P K_t s + K_I K_t$ . La tabella del criterio di Routh e':

J	$K_p K_t$
B	$K_z K_t$
$\frac{K_t(BK_p - JK_z)}{B}$	0
$K_z K_t$	0

$\Rightarrow$  il sistema e' stabile finche'  $K_z > 0$

e  $\frac{1}{B} K_t (BK_p - JK_z) > 0 \Rightarrow BK_p - JK_z > 0 \Rightarrow K_p > \frac{J}{B} K_z$ . Inoltre l'errore

a regime e' nullo:  $\lim_{s \rightarrow 0} W(s) = 1$ :

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{K_p K_t s + K_z K_t}{s^2 (Js + B) + K_p K_t s + K_z K_t} = \frac{K_z K_t}{K_z K_t} = 1$$

Non essendo note  $K_t, B$  e  $J$  e' difficile

scegliere  $K_z$  e  $K_p$  che annullino

oscillazioni ed abbiano un transitorio veloce.

Supponiamo siano noti, consideriamo l'azione di Feedforward invertendo

la dinamica del sistema  $\varepsilon = \dot{\theta} \Rightarrow J\ddot{\varepsilon} + B\dot{\varepsilon} = K_t i \Rightarrow K_t i - J\ddot{\varepsilon} = B\dot{\varepsilon} \Rightarrow \frac{K_t i}{B} - \frac{J}{B} \ddot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}$

$$\dot{\theta}_d = \frac{K_t i}{B} \Rightarrow i = \frac{B}{K_t} \dot{\theta}_d$$

$$\ddot{\theta}_d = 0$$

