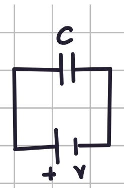
[1] Alle armature di un condensatore piano di capacità C tra le quali vi è il vuoto, è applicata una tensione, V, variabile nel tempo con legge $V = V_0 \cos^2 \omega t$, con V_0 e ω costanti. Si determini l'espressione della corrente all'interno del condensatore.



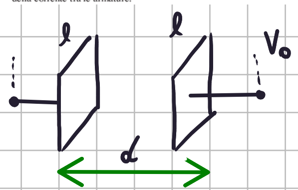
$$V - \frac{1}{C}Q(t) = 0 \Rightarrow V_0\cos^2(\omega t) - \frac{1}{C}Q(t) = 0$$

$$\frac{dQ}{dt} = I \qquad Q(t) = CV_0\cos^2(\omega t)$$

$$I(t) = -2CV_0\,\omega \sin(\omega t)\cos(\omega t)$$

---

[2] Nel vuoto, in un condensatore a facce piane, parallele e quadrate di lato l, la distanza tra le armature, d, varia periodicamente nel tempo con legge cosinusoidale: $d = d_0 + h\cos\omega t$, essendo d_0 e h due costanti. Il condensatore è collegato a un generatore di forza elettromotrice che mantiene costante al valore V_0 la differenza di potenziale tra le armature. Si determini l'espressione della corrente tra le armature.



corrente di sp. : $I = l^2\varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$

$$E = \frac{V_0}{d} = \frac{V_0}{d_0 + h\cos(\omega t)}$$

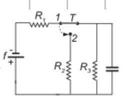
---

[3] Si determini la resistenza interna, r, di un generatore di corrente continua sapendo che la potenza dissipata da un utilizzatore esterno al generatore è la stessa quando la resistenza dell'utilizzatore è $R_1 = 4\,\Omega$ o $R_2 = 25\,\Omega$.

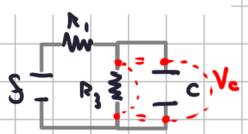
$$P_1 = 4I_1^2 = 4\cdot\frac{V^2}{(4+r)^2}$$
$$P_2 = 25I_2^2 = 25\frac{V^2}{(25+r)^2}$$
$$\Rightarrow \frac{2V}{4+r} = \frac{5V}{25+r} \Rightarrow 2 + \frac{r}{2} = 5 + \frac{r}{5} \Rightarrow \frac{3}{10}r = 3 \Rightarrow r = 10\,\Omega$$

---

[6] Il circuito in figura è a regime quando, all'istante $t = 0$, il commutatore T viene portato dalla posizione 1 alla posizione 2. Ricavare l'espressione della differenza di potenziale ai capi del condensatore per $t > 0$.



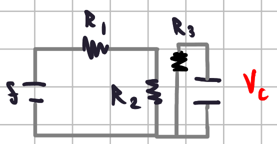
per $t < 0$



$$V_c = R_3 I$$
$$\mathcal{E} - I(R_1 + R_2) = 0 \quad \text{2° legge di Kir}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_c = R_3 I \\ I = (R_3 + R_1)^{-1}\mathcal{E} \end{cases} \Rightarrow V_c(0) = \frac{R_3\cdot\mathcal{E}}{(R_3 + R_1)}$$

per $t > 0$



$$V_c = R_3 I \qquad \frac{Q(t)}{C} + IR_{eq} = 0 \Rightarrow$$

$$R_{eq} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{1}{C}Q + \frac{dQ}{dt}R_{eq} = 0 \Rightarrow Q = RC\frac{dQ}{dt} \Rightarrow \frac{dQ}{Q} = \frac{1}{RC}dt$$

$$\Rightarrow \int_{Q_0}^{Q(t)} \frac{1}{Q}dQ = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt \Rightarrow \ln(Q(t)) - \ln(Q_0) = -\frac{t}{RC}$$

$$\Rightarrow Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow V_c(t) = V_c(0)e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\Rightarrow V_c(t) = \frac{R_3\mathcal{E}}{(R_3 + R_1)}e^{-\frac{t}{R_{eq}C}}$$