

3. Calcolare l'ordine e l'inverso di  $[223]$  nel gruppo  $\mathbb{Z}_{360}^*$ .

Voglio trovare  $x$  |  $223 \cdot x = 1 \pmod{360}$   $\Rightarrow 223x + 360y = 1$  Trovo un'identità di Bézout:

$$360 = 223 \cdot 1 + 137 \rightarrow 1 = 16 - 3 \cdot 5$$

$$223 = 137 \cdot 1 + 86 \quad 1 = 16 - (35 - 16 \cdot 2) \cdot 5$$

$$137 = 86 + 51 \quad 1 = 16 - 35 \cdot 5 + 16 \cdot 10$$

$$86 = 51 + 35 \quad 1 = 16 - 11 \cdot 35 + 5$$

$$51 = 35 + 16 \quad 1 = (51 - 35) - 11 \cdot 35 + 5$$

$$35 = 16 \cdot 2 + 3 \quad 1 = 51 - 11 - 35 \cdot 16$$

$$16 = 3 \cdot 5 + 1 \quad 1 = 51 - 11 - (86 - 51) \cdot 16$$

$$1 = 51 \cdot 27 - 86 \cdot 16$$

$$1 = (137 - 86) \cdot 27 - 86 \cdot 16$$

$$1 = 137 \cdot 27 - 86 \cdot 43$$

$$1 = 137 \cdot 27 - (223 - 137) \cdot 43$$

$$1 = 137 \cdot 70 - 223 \cdot 43$$

$$1 = (360 - 223) \cdot 70 - 223 \cdot 43$$

$$1 = 360 \cdot 70 - 223 \cdot 113$$

$$\text{in } \mathbb{Z}_{360}, 223^{-1} = -113 = 247$$