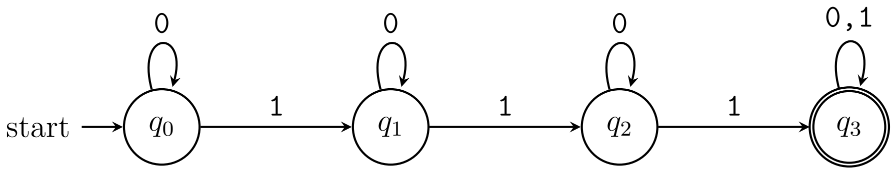
E

Esercizi

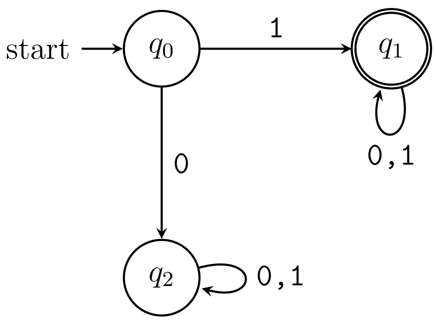
E.1 Esercizi sui linguaggi regolari

E.1.1 Costruire un automa da un linguaggio

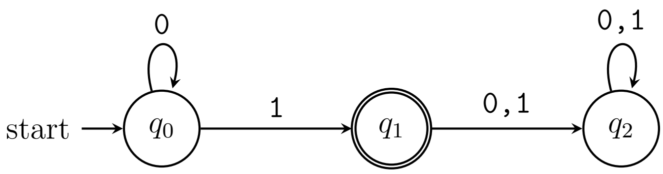
1. Dato un linguaggio $L(D) = \{x \in \{0,1\}^* | w_H(x) \geq 3\}$, per cui $w_H(x) = \{\text{numero di 1 in } x\}$, costruire un DFA che accetta questo linguaggio:



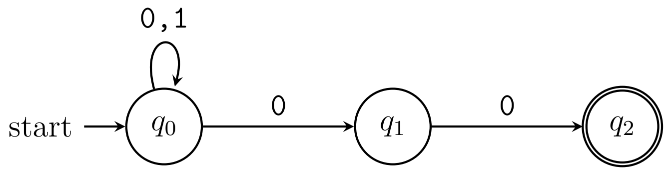
2. Dato un linguaggio $L(D) = \{x \in \{0,1\}^* | x = 1y \wedge y \in 0,1^*\}$, costruire un DFA che accetta questo linguaggio:



3. Dato un linguaggio $L(D) = \{x \in \{0,1\}^* | x = 0^n 1\}$, costruire un DFA che accetta questo linguaggio:



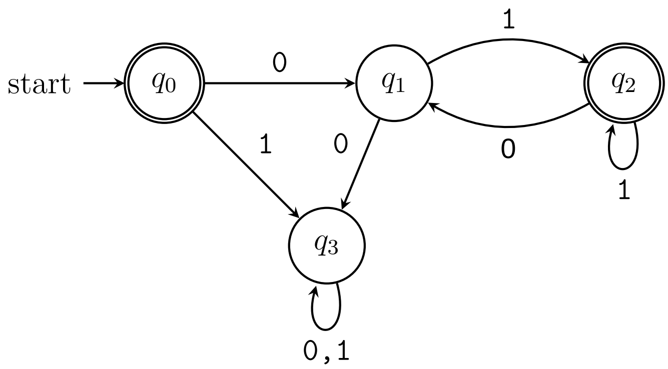
4. Dato un linguaggio $L = \{w \in \{0,1\}^* | w = x00\ x \in \{0,1\}^*\}$, costruire un NFA che accetta questo linguaggio:



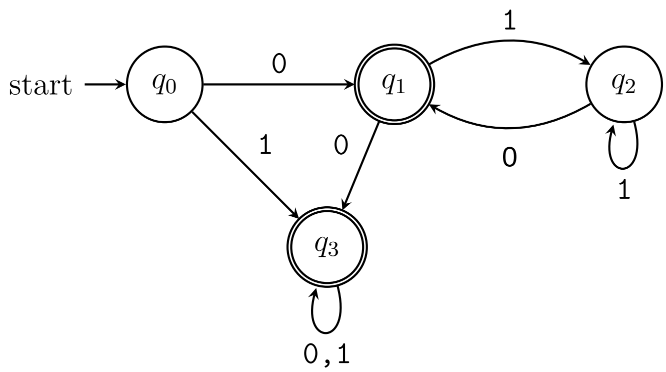
Dimostrazione per induzione:

- Caso base: $w = 00 \implies w \in L$
- Passo induttivo: $w = w'00$ $w = \{0,1\}^*$
  $w \in L$ perchè $\forall w'$ c'è sempre un ramo di computazione che si trova nello stato q_0. Quindi leggendo 00 alla fine arriva nello stato q_2, quindi $w \in L$.

5. Dato un linguaggio $L = \{w \in \{0,1\}^* | w \notin (01^+)^*\}$, costruire un DFA che accetta questo linguaggio:
   Posso creare un DFA che accetta il linguaggio complementare $\neg L = \{w \in (01^+)^*\}$:

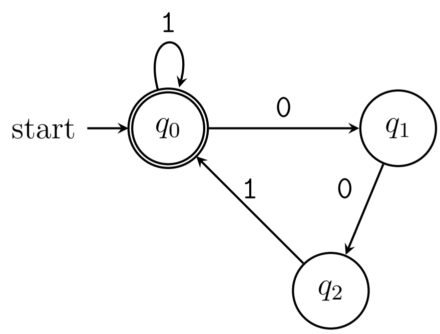


Quindi il DFA che accetta il linguaggio iniziale è quello con gli stati accettanti invertiti rispetto a quello sopra:



E.1.2 Costruire un automa da un'espressione regolare

1. Data l'espressione regolare $r = 1^*(001^+)^*$ costruire il DFA equivalente a r:



E.1.3 Dimostrare che un linguaggio non è regolare

1. Dimostrare che il linguaggio

$$L = \{ww^R | w \in \{0,1\}^*\}$$

   dove w^R è w rovesciata ($w = 100 \implies w^R = 001$) non è regolare:
   Presa la stringa $w = 0^p110^p \in L$ con $|w| \geq p$ e $|xy| < p$ allora y contiene solo 0.
   Scrivo $w = 0^k0^l0^m110^p$ con:

   - $x = 0^k \; k \geq 0$
   - $y = 0^l \; l > 0$
   - $z = 0^m110^p$
   - $k + l + m = p$

   Con $i = 2$ la stringa $xy^2z = 0^k0^{2l}0^m110^p \implies k + 2l + m > p \implies xy^2z \notin L \implies L$ non è regolare.

2. Dimostrare che il linguaggio

$$L = \{1^{n^2} | n \geq 0\}$$

   non è regolare:
   Presa la stringa $w = 1^{p^2}$ con $|w| > p$ e $|xy| < p$.
   Scrivo $w = 1^k1^l1^{p^2-k-l}$ con:

   - $x = 1^k \; k \geq 0$
   - $y = 1^l \; l > 0$
   - $z = 1^{p^2-l-k}$
   - $k + l \leq p$

   Con $i = 2$ la stringa $xy^2z = 1^k1^{2l}1^{p^2-l-k} = 1^{p^2+l} \implies p^2 < |xy^2z| < (p+1)^2 \implies xy^2z \notin L \implies L$ non è regolare.