

Esercizio 1. Utilizzando il metodo di Gauss, studiare il seguente sistema lineare quadrato:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + y + 4z = 2 \\ 3x - 3y + z = 1 \end{cases}$$

Tale sistema ha matrice associata $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & -3 & 1 \end{vmatrix} \equiv A_2 = A_2 - 2A_1 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -2 \\ 3 & -3 & 1 \end{vmatrix} \equiv A_3 = A_3 - 3A_1 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & -9 & -8 \end{vmatrix}$

$\equiv A_3 = A_3 - 3A_2 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{vmatrix} = \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ -3y - 2z = 0 \\ -2z = -2 \end{cases} \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ -3y = 2 \\ z = 1 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{4}{3} - 3 + 1 \\ y = -\frac{2}{3} \\ z = 1 \end{cases} = \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = -\frac{2}{3} \\ z = 1 \end{cases}$

Esercizio 2. Utilizzando il metodo di Gauss, studiare il sistema di 3 equazioni in 3 incognite

$$\begin{cases} y - z = -1 \\ x + z = 1 \\ 2x + y + z = 2 \end{cases}$$

Tale sistema ha matrice associata $\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{vmatrix} \equiv A_2 = A_2 - \frac{1}{2}A_1, \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{vmatrix}$

$A_3 = A_3 + 2A_2, \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{vmatrix} \Rightarrow \text{NO SOLUZIONI.}$