

Esame di Progettazione di Sistemi Digitali
12 luglio 2021 - canale AL - prof. Pontarelli

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

Gli studenti con DSA devono svolgere solo i primi 4 esercizi

Esercizio 1 (5 punti)

Progettare un circuito che indichi quanti giorni ha un dato mese. Il mese è specificato da un input a 4 bit, $a_3a_2a_1a_0$. Ad esempio, se gli input sono (0001), il mese è gennaio e se gli input sono (1100), il mese è dicembre.

L'uscita del circuito, Y_2 , deve essere uguale a 1 solo quando il mese specificato dagli input ha 31 giorni, Y_1 , deve essere uguale a 1 quando il mese specificato ha 30 giorni e Y_0 , deve essere uguale a 1 quando il mese specificato ha 28 giorni. Scrivere le equazioni minime SOP e POS. Realizzare y_2 utilizzando i multiplexer 4-a-1.

A3	A2	A1	A0	Y2	Y1	Y0
0	0	0	0	-	-	-
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	-	-	-
1	1	1	0	-	-	-
1	1	1	1	-	-	-

		a3			
Y2	a1a0	00		01	
		11		10	
		00	-	0	1
		01	1	1	-
		11	1	1	-
		10	0	0	1

$$Y_2 = \bar{a}_3 a_0 + a_3 \bar{a}_0$$

$$Y_2 = (\bar{a}_3 + \bar{a}_0)(a_3 + a_0)$$

Y1 a3a2

a1a0 \	00	01	11	10
00	-	1	0	0
01	0	0	-	1
11	0	0	-	1
10	0	1	-	0

$$Y_1 = \bar{a}_3 a_2 \bar{a}_0 + a_3 a_0$$

$$Y_1 = (a_3 + \bar{a}_0)(a_2 + a_0)(\bar{a}_3 + a_0)$$

Y0 a3a2

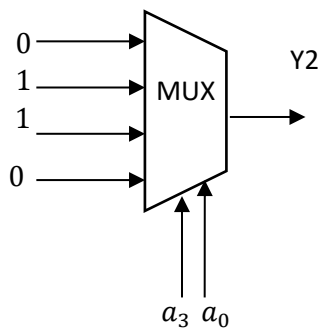
a1a0 \	00	01	11	10
00	-	0	0	0
01	0	0	-	0
11	0	0	-	0
10	1	0	-	0

$$Y_0 = \bar{a}_3 \bar{a}_2 \bar{a}_0$$

$$Y_0 = \bar{a}_3 \bar{a}_2 \bar{a}_0$$

$$Y_0 = \bar{a}_3 \bar{a}_2 \bar{a}_0$$

Mux 4-1



Esercizio 2 (4 punti)

Descrivere in SystemVerilog un buffer tristate.

```
module tristate_buffer(input_x, enable, output_x);  
  
    input input_x;  
    input enable;  
    output output_x;  
  
    assign output_x = enable? input_x : '1bz;  
  
endmodule
```

Esercizio 3 (4 punti)

- Convertire i numeri $X=111$ e $Y=78$ rappresentati in base 10 in complemento a 2 utilizzando 8 bits ed eseguire le operazioni $Z=X-Y$ e $W=X+Y$. Convertire i risultati in esadecimale.
- Eseguire l'operazione $W=X+Y$ tra i numeri $X=3EAB$ e $Y=2E73$ rappresentati in base 16. Convertire il risultato in base 10 e controllare la correttezza del risultato convertendo gli operandi iniziali.

a)

$X = 0110_1111$

$Y = 0100_1110$

$X+Y = 1011_1101$ **overflow**. (il numero 189 non può essere rappresentato in Ca2 usando 8 bits)

Per $X-Y$ faccio il Ca2 di Y :

$Y = 0100_1110$

$-Y = 1011_0001 + 1 = 10110010$

Somma $X + (-Y)$

$X = 0110_1111$

$-Y = 1011_0010$

$X-Y = 10010_0001$ ($33_{10} \rightarrow 2 \cdot 16 + 1 \rightarrow 21_{16}$)

b)

$X=3EAB \rightarrow 11 + 16 \cdot 10 + 256 \cdot 14 + 3 \cdot 4096 = 16043$

$Y=2E73 \rightarrow 3 + 16 \cdot 7 + 256 \cdot 14 + 2 \cdot 4096 = 11891$

$X+Y=6D1E \rightarrow 14 + 16 \cdot 1 + 256 \cdot 14 + 6 \cdot 4096 = 27934$

Esercizio 4 (6 punti): Si progetti l'automa e la relativa rete sequenziale che riceve un input x e fornisce in output z.

L'output z restituisce 1 se e solo se e solo se il numero naturale dato dagli ultimi 3 bit ricevuti, dà resto 1 quando diviso per 3.

Sono ammesse sovrapposizioni. Si ignorino i primi due output (che possono essere qualunque valore).

Esempio: INPUT: 1101100011110
 Output: - - 00001010110

Automa

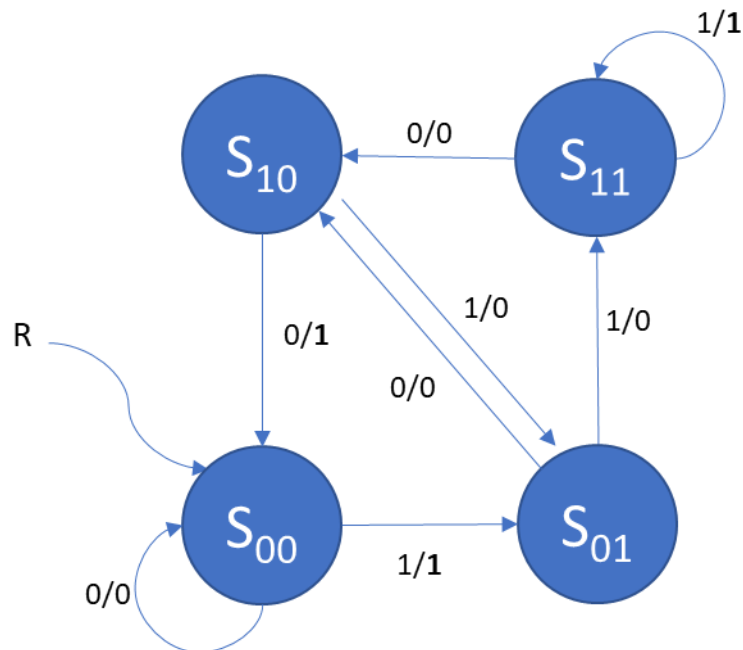


Tabella delle transizioni

PS	Q ₁	Q ₀	x	NS	Q ₁ '	Q ₀ '	z
S00	0	0	0	S00	0	0	0
S00	0	0	1	S01	0	1	1
S01	0	1	0	S10	1	0	0
S01	0	1	1	S11	1	1	0
S10	1	0	0	S00	0	0	1
S10	1	0	1	S01	0	1	0
S11	1	1	0	S10	1	0	0
S11	1	1	1	S11	1	1	1

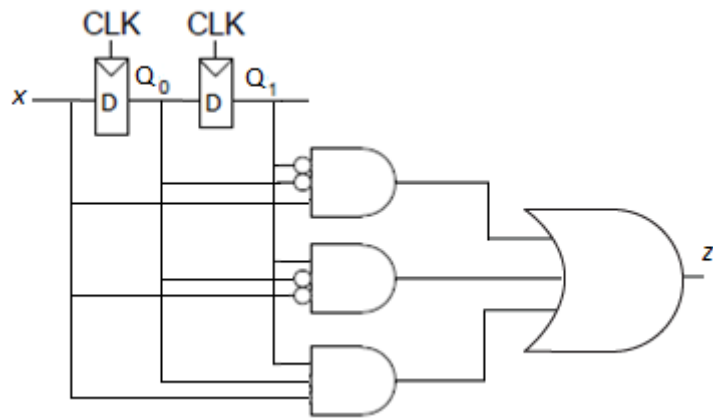
Equazioni del circuito:

$$Q'_1 = Q_0$$

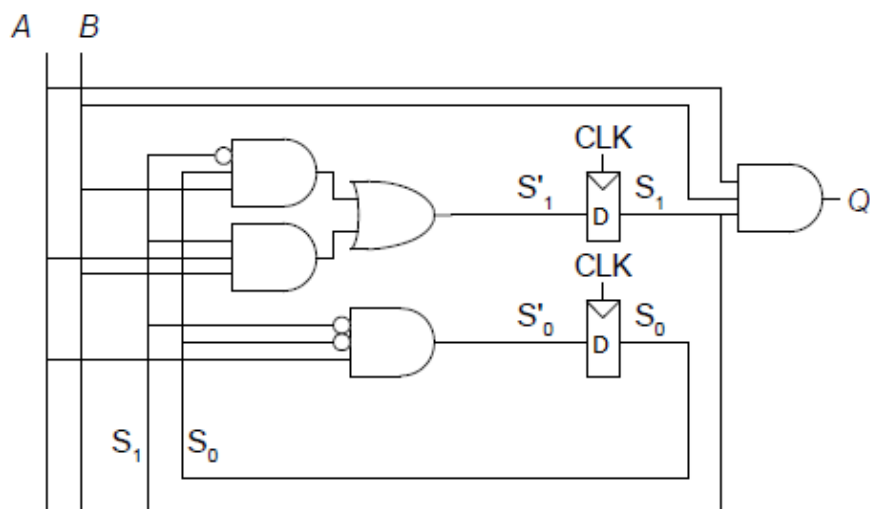
$$Q'_0 = x$$

$$z = \bar{Q}_1 \bar{Q}_0 x + Q_1 \bar{Q}_0 \bar{x} + Q_1 Q_0 x$$

Circuito sequenziale:



Esercizio 5 (4 punti): Si analizzi il circuito sequenziale in figura e si disegni la FSM corrispondente.



$$S'_1 = \overline{S_1} S_0 B + S_1 A B$$

$$S'_0 = \overline{S_1} \overline{S_0} A$$

$$Q' = S_1 A B$$

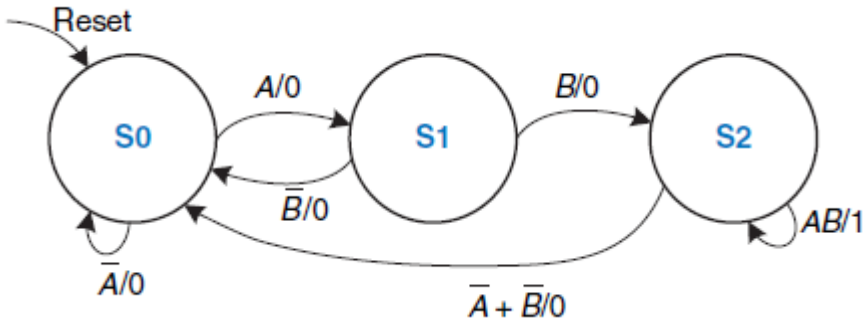
Tabella di transizione:

current state		inputs		next state		output
s_1	s_0	a	b	s'_1	s'_0	q
0	0	0	X	0	0	0
0	0	1	X	0	1	0
0	1	X	0	0	0	0
0	1	X	1	1	0	0
1	0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0

Codifica degli stati:

state	encoding $s_{1:0}$
S0	00
S1	01
S2	10

Automa:



Esercizio 6 (3 punti)

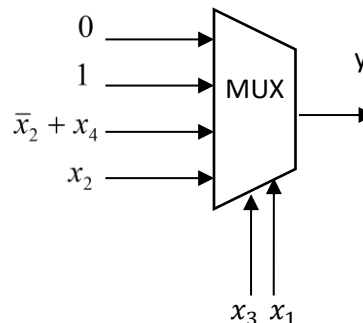
Data l'espressione $f = (\bar{a} + \overline{b(b + \overline{cde})}) \oplus (\bar{a} + cd)$ semplificarla e portarla in forma canonica SOP.
Realizzare f con soli operatori NAND

$$\begin{aligned} f &= (\bar{a} + \overline{b(b + \overline{cde})}) \oplus (\bar{a} + cd) = (\bar{a} + \bar{b}) \oplus (\bar{a} + cd) = \\ &= ab(\bar{a} + cd) + (\bar{a} + \bar{b})(\overline{\bar{a} + cd}) = abcd + (\bar{a} + \bar{b})(a(\bar{c} + \bar{d})) = \\ &= abcd + (\bar{a} + \bar{b})(a\bar{c} + a\bar{d}) = abcd + a\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}\bar{d} = \\ &= abcd + a\bar{b}\bar{c}\bar{d} + a\bar{b}\bar{c}d + a\bar{b}c\bar{d} \text{ (canonica SOP)} \end{aligned}$$

Forma NAND-NAND

$$\begin{aligned} \overline{abcd + a\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}\bar{d}} &= \overline{abcd} \cdot \overline{a\bar{b}\bar{c}} \cdot \overline{a\bar{b}\bar{d}} = \\ &= \text{NAND}(\text{NAND}(a, b, c, d), \text{NAND}(a, \bar{b}, \bar{c}), \text{NAND}(a, \bar{b}, \bar{d})) \end{aligned}$$

Esercizio 7 (4 punti) Si consideri il seguente circuito combinatorio:



- si scriva l'espressione booleana associata a y
- si trasformi l'espressione trovata in forma normale POS, usando gli assiomi dell'algebra di Boole
- da quest'ultima, si scriva la tavola di verità e si ricavi una SOP minimale.

$$\begin{aligned} f &= 0 \cdot \bar{x}_3\bar{x}_1 + 1 \cdot \bar{x}_3x_1 + (\bar{x}_2 + x_4) \cdot x_3\bar{x}_1 + x_2 \cdot x_3x_1 = \\ \bar{x}_3x_1 + (\bar{x}_2 + x_4)x_3\bar{x}_1 + x_3x_2x_1 &= x_1(\bar{x}_3 + x_3x_2) + (\bar{x}_2 + x_4) \cdot x_3\bar{x}_1 = x_1(\bar{x}_3 + x_2) + (\bar{x}_2 + x_4) \cdot x_3\bar{x}_1 = \\ &\text{[applicando la proprietà distributiva]} \\ &= (x_1 + \bar{x}_2 + x_4) \cdot (x_1 + x_3\bar{x}_1) \cdot (\bar{x}_3 + x_2 + \bar{x}_2 + x_4) \cdot (\bar{x}_3 + x_2 + x_3\bar{x}_1) = \\ &= (x_1 + \bar{x}_2 + x_4) \cdot (x_1 + x_3) \cdot (\bar{x}_3 + 1 + x_4) \cdot (\bar{x}_3 + x_2 + \bar{x}_1) = \\ &= (x_1 + \bar{x}_2 + x_4) \cdot (x_1 + x_3) \cdot (\bar{x}_3 + x_2 + \bar{x}_1) \text{ [forma POS]} \end{aligned}$$

Tabella della verità

x4	x3	x2	x1	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

f x_4x_3

x_2x_1 \	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	0	0	1
11	1	1	1	1
10	0	0	1	0

$$f = x_3\bar{x}_2\bar{x}_1 + x_4x_3x_2 + \bar{x}_3x_1 + x_2x_1$$