Oscilaciones y Ondas

1. Un oscilador armónico simple está descrito por la ecuación *x=0.4 sen(0.1t+0.5)*, donde *x* y *t* están expresados en metros y segundos, respectivamente. Halle:

a) La amplitud, el período, la frecuencia y la fase inicial del movimiento.

b) Las expresiones generales para la velocidad y la aceleración.

c) Las condiciones iniciales (posición y velocidad en t=0)

d) La posición, la velocidad y la aceleración para t=5 s.

2. Una partícula situada en el extremo de un brazo de un diapasón realiza un M.A.S. Pasa por su posición de equilibrio con velocidad de 2 ms^{-1} en t=0. La amplitud es de 10^{-3} m.

a) Determine la frecuencia y el período del diapasón.

b) Escriba las ecuaciones que expresan su desplazamiento y velocidad en función del tiempo.

3. En el extremo de un muelle horizontal de constante k = 2 Nm^{-1} se coloca una masa de 1 kg. En el instante inicial (t=0) su posición es x = 0.10 m y su velocidad v= - 0.15 ms^{-1}. Determine:

a) El periodo y la amplitud de la oscilación.

b) Las ecuaciones de la posición, velocidad y aceleración del M.A.S.

c) El tiempo en el que el cuerpo pasa por primera vez por el origen (x=0) y su energía cinética y potencial en dicho instante.

4. Un muelle de masa despreciable y longitud 5 cm cuelga del techo por un extremo. Al colgar un objeto de 0.1 kg por el otro extremo, la longitud final del muelle es de 5.25 cm. El muelle se separa con respecto a su nueva posición de equilibrio 0.5 cm hacia abajo y a continuación es liberado desde el reposo. En ese instante empezamos a contar el tiempo (t=0 s) Determine:

a) La constante elástica del muelle.

b) La ecuación que describe el movimiento del objeto que cuelga del muelle.

5. Un carro de 0.5 kg está conectado a un resorte ligero de constate k = 20 Nm^{-1} y oscila en una pista horizontal de aire y sin fricción. Determine:

a) La energía mecánica y la máxima velocidad del carro si la amplitud de la oscilación es 3 cm.

b) La velocidad del carro cuando la posición es 2 cm.

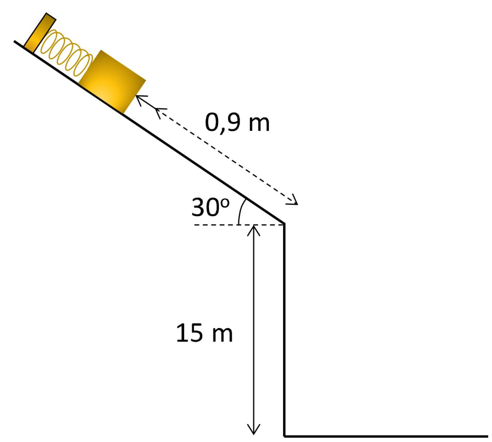
c) La energía potencial y cinética del sistema cuando la posición es 2 cm.

d) La posición para la cual la energía cinética es igual a la energía potencial.

6. Desde la ventana de un edificio de 15 m de altura se lanza un objeto de masa m = 400 g hacia la calle utilizando un muelle de constante k = 750 Nm^{-1}, como muestra la figura donde no existe fricción. El objeto, a una distancia inicial de 80 cm de la ventana, se desplaza 10 cm comprimiendo el muelle y luego, se suelta. Calcule:

a) La velocidad del objeto al final del plano inclinado.

b) La distancia entre la base del edificio y el lugar de impacto del objeto con el suelo.



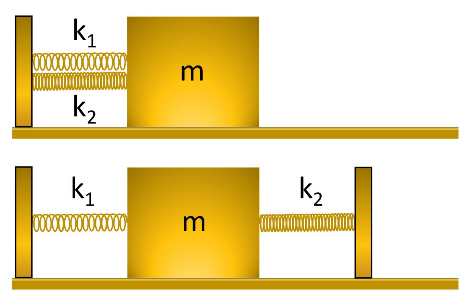
7. Un péndulo simple de longitud *L* se libera partiendo del reposo desde un ángulo Θ_0 con la vertical.

a) Determine su velocidad cuando pasa por Θ=0 asumiendo que el péndulo realiza un movimiento armónico simple (aproximación de pequeñas oscilaciones)

b) Determine su velocidad cuando pasa por Θ=0 exactamente utilizando el principio de conservación de la energía mecánica.

c) Determine la diferencia entre ambos resultados anteriores para Θ_0=1º y L=1 m.

8. Dos muelles de longitud natural l_0 pero con diferentes constante elástica k_1 y k_2 están enganchados por uno de sus extremos a un bloque de 0.1 kg, que puede desplazarse sin rozamiento sobre una superficie horizontal. Determine la constante recuperadora del conjunto y el periodo de oscilación para cada configuración de la figura si k_1 = 500 Nm^{-1} y k_2 = 400 Nm^{-1}.



9. Un cuerpo de masa 40 kg, unido a un muelle de constante elástica 60 Nm^{-1}, está sumergido en un amortiguador viscoso de constante de amortiguación λ=10 Nsm^{-1}. Determine:

a) Si el sistema oscila o no.

b) En caso de que oscile ¿cuál es el valor de la frecuencia de oscilación?

c) El tiempo transcurrido hasta que la amplitud de la oscilación descienda al 36.8% de su valor inicial.

10. Un objeto de 2 kg oscila unido a un oscilador armónico amortiguado con k = 400 Nm^{-1} y constante de amortiguamiento λ = 2.0 kgs^{-1}. Se aplica una fuerza impulsora *F=10cos(10t)*, donde *F* se mide en newtons si *t* se mide en segundos.

a) Calcule la amplitud de las oscilaciones.

b) Si se puede variar la frecuencia de la fuerza impulsora, ¿a qué frecuencia se producirá la resonancia en amplitud?

11. Una onda armónica transversal en una cuerda tienen una velocidad de 8.00 ms^{-1}, amplitud de 0.07 m y longitud de onda de 0.32 m. Las ondas viajan en la dirección *-x*, y en t=0 el extremo x=0 de la cuerda tiene su máximo desplazamiento hacia arriba.

a) Calcule la frecuencia, periodo y número de onda.

b) Escriba una función de onda que describa la onda.

c) Calcule el desplazamiento transversal de una partícula en x= 0.36 m en el tiempo t=0.15 s.

d) ¿Cuánto tiempo debe pasar después de t=0.15 s para que la partícula en x=0.36 m vuelva a tener su desplazamiento máximo hacia arriba?

12. Una cuerda de masa 0.200 Kg y 4.00 m de longitud se conecta con un diapasón que oscila con una frecuencia de 20 Hz. La amplitud de las oscilaciones es de 1 cm. La onda transversal excitada en la cuerda resulta tener una longitud de onda de 10.0 cm.

a) Determine la velocidad de la onda y la tensión aplicada a la cuerda.

b) ¿Por qué factor es preciso multiplicar la tensión aplicada para que la longitud de onda se duplique?

13. Una cuerda tensa de 15 m de longitud y 320 g de masa está sometida a una tensión de 80 N.

a) ¿Cuál será la potencia máxima que se debe suministrar para generar ondas senoidales con una frecuencia de 60 Hz y con una amplitud de 6 cm?

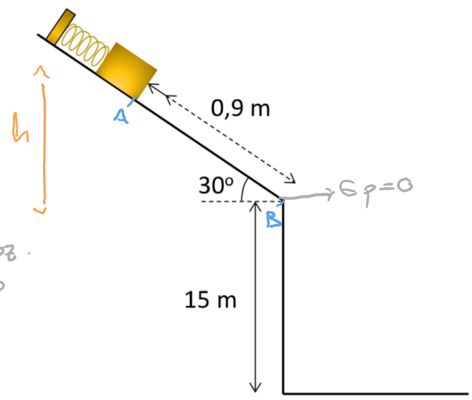
b) Si todos los parámetros permanecen constantes excepto la amplitud, determine su valor para que la potencia media transmitida sea de 1000 W.

$[P = \mu v \omega^2 A^2 \cos^2(kx-\omega t)]$ $[P_{av} = \mu v \omega^2 A^2 \frac{1}{2}]$ (average)

6. Desde la ventana de un edificio de 15 m de altura se lanza un objeto de masa m = 400 g hacia la calle utilizando un muelle de constante k = 750 Nm^{-1}, como muestra la figura donde no existe fricción. El objeto, a una distancia inicial de 80 cm de la ventana, se desplaza 10 cm comprimiendo el muelle y luego, se suelta. Calcule:

a) La velocidad del objeto al final del plano inclinado.

b) La distancia entre la base del edificio y el lugar de impacto del objeto con el suelo.



a) $h = 0'9 \operatorname{sen} 30° = 0'45$ m

como no hay roz.: $E_m = cte$ ~ si hubiese roz. $W' = E_c + E_p$

$E_{mA} = E_{mB}$

$\cancel{E_{cA}}^{0} + E_{pA} = E_{cB} + \cancel{E_{pB}}^{0}$

$\underbrace{\frac{1}{2}Kx^2 + mgh}_{\text{TIENE 2 Ep}} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \boxed{v = 5'25 \ m/s}$

b)

$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \longrightarrow t = 1'5s$

$x = x_0 + V_{0x}t$

$(V_{0y} = V_0 \cos 60°)$

$(V_{0x} = V_0 \operatorname{sen} 60°)$

$\hookrightarrow x = x_0 + V_{0x} \cdot 1'5 = \boxed{6'8 \ m}$

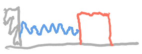
5. Un carro de 0.5 kg está conectado a un resorte ligero de constate k = 20 Nm^{-1} y oscila en una pista horizontal de aire y sin fricción. Determine:

a) La energía mecánica y la máxima velocidad del carro si la amplitud de la oscilación es 3 cm.

b) La velocidad del carro cuando la posición es 2 cm.

c) La energía potencial y cinética del sistema cuando la posición es 2 cm.

d) La posición para la cual la energía cinética es igual a la energía potencial.



$A = 0'03$m

$m = 0'5$kg

$K = 20$ N/m

MAS

a) $E_m = E_c + E_p$

$E = \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2} 20 \cdot 0'03^2 = \boxed{9 \cdot 10^{-3} J}$

$V_{máx}$

$V(t) = -A\omega \underbrace{\operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)}_{\text{tiene que ser 1}} \rightarrow V_{max} = \pm A\omega = \pm (0'03 \cdot \sqrt{40}) = \boxed{0'19 \ m/s}$

$K = \omega^2 m \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

TAMBIÉN SE PUEDE HALLAR

$E = E_c + \cancel{E_p}^{0}$ $(E_{c\,máx})$

$9 \cdot 10^{-3} = \frac{1}{2}mv^2$

$[V_{máx} = 0'19 \ m/s]$

b) $E = E_c + E_p = 9 \cdot 10^{-3} J = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2 \Rightarrow V = \boxed{\pm 0'14 \ m/s}$

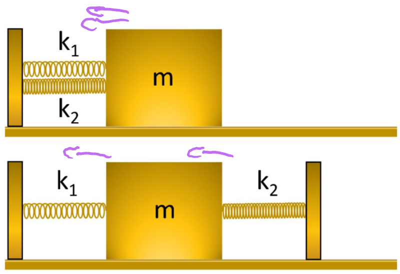
c) $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \boxed{5 \cdot 10^{-3} J}$ $E_p = \frac{1}{2}Kx^2 = \boxed{4 \cdot 10^{-3} J}$

d) $E = E_c + E_p$

como valen lo mismo, $E_c = E_p$

$\Rightarrow E = E_p + E_p = \cancel{2}\frac{1}{\cancel{2}}Kx^2 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{E}{k}} = \boxed{\pm 2'12 \cdot 10^{-2} \ m}$

8. Dos muelles de longitud natural l_0 pero con diferentes constante elástica k_1 y k_2 están enganchados por uno de sus extremos a un bloque de 0.1 kg, que puede desplazarse sin rozamiento sobre una superficie horizontal. Determine la constante recuperadora del conjunto y el periodo de oscilación para cada configuración de la figura si $k_1 = 500\ Nm^{-1}$ y $k_2 = 400\ Nm^{-1}$.



$K = k_1 + K_2 = 900\ N/m$

$K = m\omega^2 = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \Rightarrow \boxed{T = 0'066\ s}$ En ambos casos

11. Una onda armónica transversal en una cuerda tienen una velocidad de 8.00 ms^{-1}, amplitud de 0.07 m y longitud de onda de 0.32 m. Las ondas viajan en la dirección *-x*, y en t=0 el extremo x=0 de la cuerda tiene su máximo desplazamiento hacia arriba.

a) Calcule la frecuencia, periodo y número de onda.

b) Escriba una función de onda que describa la onda.

c) Calcule el desplazamiento transversal de una partícula en x= 0.36 m en el tiempo t=0.15 s.

d) ¿Cuánto tiempo debe pasar después de t=0.15 s para que la partícula en x=0.36 m vuelva a tener su desplazamiento máximo hacia arriba?

a.) $v_p = 8\ m/s$

$A = 0'07\ m$

$\lambda = 0'32\ m$

$y(0,0) = A$

a) $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \boxed{0'64\pi}$ $\quad v_p = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v_p} = \boxed{0'04\ s}$ ✓

$\nu = \frac{1}{T} = \boxed{25\ s^{-1}}$ $\quad \omega = 2\pi\nu = 50\pi\ rad/s$

b.) $y(x,t) = A\cos(\omega t \overset{v_p<0}{+} kx + \varphi_0)$

$y(0,0) = A \Rightarrow 1 = \cos(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = \begin{cases} 0 \\ \cancel{\pi} \end{cases}$

$V_0(0,0) = -A\omega\,\text{sen}(\varphi_0)$

(Como está en el máx por arriba, vel irá hacia abajo, por lo que $\text{sen}\,\varphi_0 > 0$)

$\boxed{y(x,t) = 0'07\cos(50\pi t + 0'64x + \varphi)}$ ✓-

c.) $y(0'36,\ 0'15) = 0'07\cos(50\pi \cdot 0'15 + 0'64 \cdot 0'36) = \boxed{0'04\ m}$

d.) $y(0'36,\ 0'15+t) = A \Rightarrow \arccos\frac{0'7}{0'7} = 50\pi(0'15+t) - 0'64 \cdot 0'36 = 2\pi$

$\Rightarrow 2\pi = 7'5\pi + 50\pi t + 0'23 \Rightarrow t = \frac{0'23 + 7'5\pi + 2\pi}{\pi}$ DA NEG. USO OTRO VALOR

$8\pi \rightsquigarrow t = \frac{0'23 + 7'5\pi + 4\pi}{\pi} = \boxed{0'157\ s}$

$y(0'36, t) = 0'07\cos(19'63x + 157t) \Rightarrow 1 = \cos(19'63 + 157t)$

$\rightarrow 2\pi = 19'63 + 157t \xrightarrow{t=0'15} n = 4'8$ (SIGO EN n=4, ASÍ QUE EL SIGUIENTE ES n=5)

añado "n" (¿cuántas veces ha pasado?)

$2\pi \cdot 5 = 19'63 + 157t \Rightarrow t = 0'155\ s$

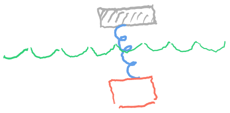
$\hookrightarrow \Delta t = 0'155 - 0'15 = \boxed{0'005\ s}$

9. Un cuerpo de masa 40 kg, unido a un muelle de constante elástica 60 Nm^{-1}, está sumergido en un amortiguador viscoso de constante de amortiguación λ=10 Nsm^{-1}. Determine:

a) Si el sistema oscila o no.

b) En caso de que oscile ¿cuál es el valor de la frecuencia de oscilación?

c) El tiempo transcurrido hasta que la amplitud de la oscilación descienda al 36.8% de su valor inicial.



$k = 60 \; N/m$

$\lambda = 10 \; Ns/m$

a) $x(t) = A_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega_1 t + \varphi)$

$k = m\omega_0^2 \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{60}{40} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{3}{2}} = 1'225 \; s^{-1}$

$\gamma = \frac{\lambda}{2m} = \frac{10}{2 \cdot 40} = 0'125 \; s^{-1}$

$\omega_0 > \gamma \rightarrow$ $\boxed{\text{SÍ OSCILA}}$ (subamortiguado)

b) $\nu = \frac{\omega_1}{2\pi} = \boxed{0'199 \; s^{-1}}$

$(\omega_1^2 = \omega_0^2 + \gamma^2)$

c) Cuando $t=0$ $A_0 = A_{máx}$

$x(0) = A_{máx} = A_0 e^{-\gamma t} \cancel{\cos(\ldots)}^{1}$

$\frac{36'8}{100} \rightarrow 0'368 \cdot A_0 \mapsto 0'368 \cdot \cancel{A_0} = \cancel{A_0} e^{-\gamma t}$

$\Rightarrow \ln 0'368 = \ln e^{-\gamma t} \Rightarrow t = \frac{\ln 0'368}{-\gamma} = \boxed{8 s}$