TEMA 5

(Hoja ppal.)

CORRIENTE ELÉCTRICA

CIRCUITOS ELÉCTRICOS

5.1.- Un microscopio electrónico de barrido trabaja con un haz de electrones de 20 nm de diámetro con una corriente de 100 pA. Calcular la densidad de corriente del haz. Estimar la carga depositada sobre una muestra si el haz tarda 20 s en barrer la imagen. ¿Cuál es el valor del **número de portadores por unidad de volumen** que inciden sobre la muestra si el microscopio trabaja a una diferencia de potencial de 5 kV?

Sol:

Densidad de corriente:

$$\boldsymbol{J} = 3.18\times10^{5}\ \mathrm{A/m^2}$$

Carga depositada:

$$\boldsymbol{q} = 2\times10^{-9}\ \mathrm{C}$$

Velocidad:

$$\boldsymbol{v} = 4.19\times10^{7}\ \mathrm{m/s}$$

Número de portadores por unidad de volumen:

$$\boldsymbol{n} = 4.74\times10^{16}\ \mathrm{cargas/m^3}$$

EXTRA

Relación entre velocidad de los electrones y *velocidad de la luz en el vacío*:

$$\boldsymbol{v/c} = 0.14$$

Longitud de onda de De Broglie asociada:

$$\boldsymbol{\lambda} = 1.74\times10^{-11}\ \mathrm{m}$$

5.2.- Obtener la **velocidad de desplazamiento de los electrones** en un hilo de plata de 0.65 mm de radio si transporta una corriente de 2 A. Datos: ρ_{Ag} = 10.5 g/cm^3, M_{Ag} = 107.9 u.

Sol:

$\boldsymbol{n}$ = 5.86×10^{28} átomos/m^3
$\boldsymbol{v_d}$ = 1.61×10^{-4} m/s

5.3.- Para realizar la electrolisis del sulfato de cobre se dispone de dos placas de 20 cm^2 separadas una distancia de 3.5 cm inmersas en una disolución acuosa de $CuSO_4$. Calcular la **resistividad** y la **conductividad** de la disolución si al aplicar una diferencia de potencial de 15 V entre los electrodos se registra una corriente de 0.2 A.

Sol:

$\boldsymbol{R}$ = 75 Ω
$\boldsymbol{\rho}$ = = 4.29 Ω·m
$\boldsymbol{\sigma}$ = 0.233 S/m

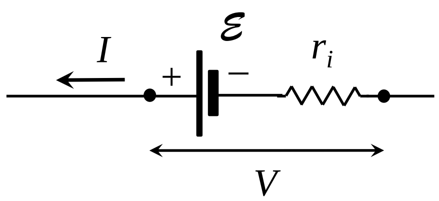
5.4.- Determinar la **movilidad eléctrica del oro** si al aplicar una diferencia de potencial de 1.5 V entre los extremos de un hilo de 0.2 mm de diámetro y 1 m de longitud circula por él una corriente de 2.14 A. Datos: ρ_{Au} = 19.3 g/cm^3, M_{Au} = 197.0 u.

Sol:

$\boldsymbol{\mu}$ = 4.81×10^{-3} m^2/V·s

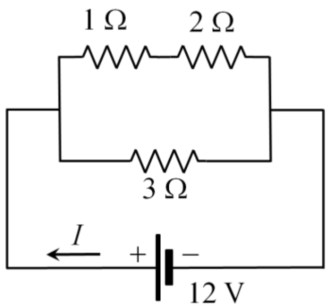
5.5.- La batería de un coche posee una *fem* de 12 V. Calcular la **resistencia interna** de la batería si la tensión en sus bornes cae a un valor de 10.5 V al poner marcha el motor de arranque que requiere una corriente de 200 A. ¿Qué **potencia** suministra la batería durante el arranque?

Sol:



$\boldsymbol{r_i}$ = 7.50×10^{-3} Ω
$\boldsymbol{Pot} = E \cdot I$ = 2.40×10^3 W

5.6.- Obtener la **intensidad total *I*** que circula por el circuito. ¿Cuál es el valor de la **potencia disipada** en la resistencia de **1 Ω**?

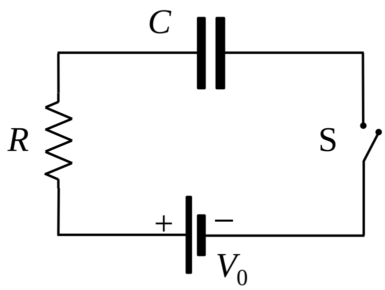


Sol:

$$\boldsymbol{I} = 8 \text{ A}$$

$$\boldsymbol{Pot_1} = 16 \text{ W}$$

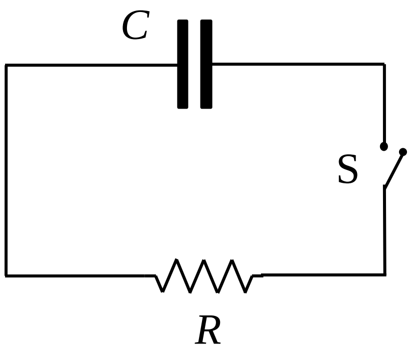
5.7.- En el circuito de la figura C = 5 μF, R = 10 kΩ y V_0 = 50 V. En el instante inicial, con el condensador descargado, se cierra el circuito mediante el interruptor S. Calcular la constante de tiempo del circuito. ¿Cuál es la intensidad inicial que circulará por la resistencia? Hallar la energía suministrada por la batería y la energía disipada en la resistencia hasta el tiempo t = 2RC, así como la energía almacenada en el condensador en ese instante.



Sol:

$$\boldsymbol{I_0} = 5.00\times10^{-3} \text{ A}$$
$$\boldsymbol{\tau} = 0.05 \text{ s}$$
$$\boldsymbol{U_{bat}} = 1.08\times10^{-2} \text{ J}$$
$$\boldsymbol{U_R} = 6.13\times10^{-3} \text{ J}$$
$$\boldsymbol{U_C} = 4.67\times10^{-3} \text{ J}$$

5.8.- En el circuito de la figura C = 5 μF y R = 10 kΩ, donde el condensador está cargado de forma que su voltaje es de 50 V. En t = 0 se cierra el circuito mediante el interruptor S. ¿Cuál es la **energía almacenada** en el condensador y la **intensidad que circulará por la resistencia** en el instante inicial?
Hallar **la energía disipada** en la resistencia hasta el tiempo $t = RC$, así como la **energía almacenada** en el condensador en ese instante.

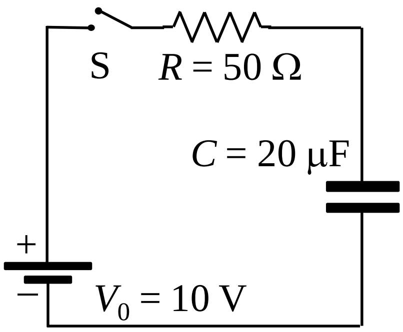


Sol:

$I_{ini} = 5\times10^{-3}$ A
$U_{C,ini} = 6.25\times10^{-3}$ J

$U_R = 5.40\times10^{-3}$ J
$U_C = 8.46\times10^{-4}$ J

5.9.- La figura muestra un circuito RC convencional con una alimentación de una batería controlada mediante un interruptor S. Considerando que el condensador está inicialmente descargado y que el interruptor cierra el circuito a t = 0, determine y represente gráficamente: a) la **evolución** con el tiempo de la **potencia suministrada** por la batería; b) la **dependencia temporal** de la **potencia disipada** en la resistencia; c) el **ritmo** de **acumulación de energía** en el condensador. ¿En **qué momento es máximo** dicho ritmo?

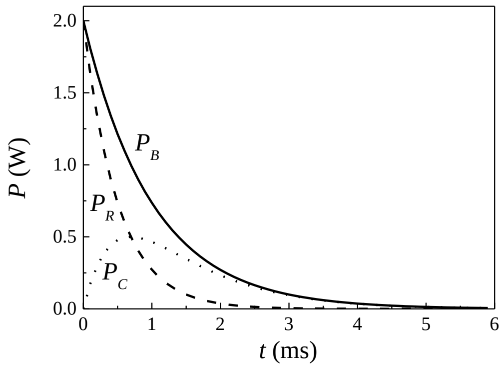


Sol:

a)

***Pista** de "inicio"*: La potencia de la batería será el producto de su tensión-voltaje nominal por la corriente que circule por la única malla del circuito. La batería funciona siempre a su voltaje nominal, pero la corriente dependerá del estado de carga del condensador. Al cerrar el interruptor, el condensador iniciará su proceso de carga, que aumentará su potencial oponiéndose así a la corriente generada por la batería.

$$\boldsymbol{P_{Bat}} = \frac{{V_0}^2}{R} e^{-t/\tau}.$$



La representación gráfica de la curva (línea continua) muestra un decaimiento exponencial en el que la potencia suministrada decae con un ritmo dado por la constante de tiempo del circuito ($\tau = 1$ ms).

b)

***Pista** de "inicio"*: La potencia disipada por la resistencia dependerá del propio valor de la resistencia y de cierto parámetro cuya evolución temporal se ha calculado (como paso intermedio) en el apartado anterior.

$$\boldsymbol{P_R} = \frac{{V_0}^2}{R} e^{-2t/\tau}.$$

De la representación gráfica de dicha curva (línea discontinua) se desprende que la potencia máxima disipada es la misma que la máxima suministrada por la batería, pero el decaimiento es aún más rápido. (Para favorecer la comparación, la curva se ha superpuesto en el mismo gráfico).

c)

***Pista** de "inicio"*: El ritmo de acumulación de carga en el condensador dependerá de la corriente que circula por la malla y del potencial entre los electrodos del condensador.

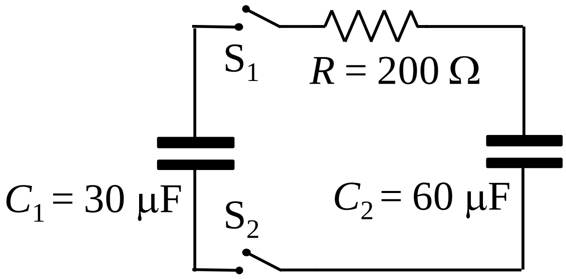
$$\boldsymbol{P_C} = \frac{{V_0}^2}{R} e^{-t/\tau}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) e^{-t/\tau}.$$

\- - - - - - - - - - - -

Valor de "t" para el cuál el *ritmo de acumulación de energía* en el condensador es máximo:

$$\boldsymbol{t} = 0.69\text{ms}.$$

5.10.- Dos condensadores C_1 y C_2 están conectados en un circuito por una resistencia y dos interruptores en serie, tal como se muestra en la figura. Inicialmente, con los interruptores abiertos, el condensador C_1 está cargado con un voltaje de 20 V, mientras que el condensador C_2 está descargado. En el momento $t = 0$ s se cierran simultáneamente los interruptores S_1 y S_2. a) Determine cuál será la **carga final** en **cada uno** de los **condensadores** si esperamos un tiempo suficientemente largo. b) Calcule la **energía potencial acumulada inicialmente** y **tras distribuirse la carga** entre los condensadores. ¿Cuál es la **causa de la disminución de la energía almacenada** en los condensadores? c) ¿Cuál es la **dependencia temporal del potencial de los condensadores** y de la **corriente** durante el proceso de distribución de carga?



Sol:

a)

$$\boldsymbol{Q_2^\infty} = 400\mu\text{C},$$
$$\boldsymbol{Q_1^\infty} = 200\mu\text{C}.$$

Con estos resultados podemos calcular el *potencial final de equilibrio*:

$$\boldsymbol{V^\infty} = 6.66V$$

b)

$$\boldsymbol{U^0} = 6\text{mJ}.$$

$$\boldsymbol{U^\infty} = 2\text{mJ}.$$

(Parte de) la *energía almacenada inicialmente* se ha perdido debido a la **disipación** por efecto Joule en la resistencia.

c)

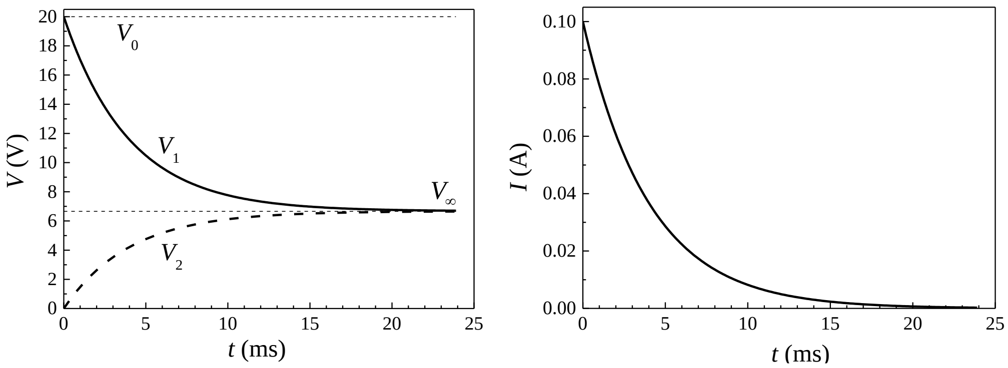
$$\boldsymbol{V_2} = V^\infty\left(1 - e^{-t/\tau}\right),$$
$$\boldsymbol{V_1} = V^0 - \frac{C_2}{C_1}V^\infty\left(1 - e^{-t/\tau}\right).$$

La corriente puede determinarse de la evolución de la carga en el condensador dos, y calculando la derivada respecto al tiempo:

$$\boldsymbol{I} = \frac{dQ_2}{dt} = \frac{C_2V^\infty}{\tau}e^{-t/\tau}.$$

(*Se puede comprobar que se obtiene el mismo resultado para la corriente derivando con respecto al tiempo el estado de carga del primer condensador*).

Las figuras siguientes muestran la evolución temporal de los potenciales de los condensadores y de la corriente para los valores de los componentes indicados en el enunciado.



5.11.- Una resistencia de calefacción consumiendo 100 W se proyecta para funcionar cuando se le apliquen en sus extremos 120 V (*a*) ¿Cuál es el valor de dicha resistencia y que corriente circula por ella? (*b*) Demostrar que si la diferencia de potencia a través de la resistencia varía en una cantidad pequeña ΔV la potencia varía también en una pequeña cantidad ΔP, siendo $\Delta P/_P \approx 2\Delta V/_V$ (*Indicación*: aproxímense las variaciones por diferenciales). (*c*) Hallar la potencia aproximada disipada en la resistencia si la diferencia de potencial disminuye a 115 V.

Sol:

a) $R = 144\ \Omega$

b) Realícese a través de la dependencia de P respecto a V

c) $P \approx 91.7\ W$

5.12.- Un condensador de 6 μF está cargado inicialmente, a 100 V. Posteriormente se unen sus bornes a través de una resistencia de 500 Ω (*a*) ¿Cuál es la carga inicial del condensador? (*b*) Cuál es la corriente inicial en el instante inmediatamente después de que se conecte el condensador a la resistencia? (*c*) ¿Cuál es la constante de tiempo de este circuito? (*d*) ¿Cuanta carga almacenaría el condensador 6 *ms* después?

Sol:

a) $Q_0 = 600\ \mu C$ *b)* $I_0 = 0.200\ A$ *c)* $\tau = 3.00\ ms$

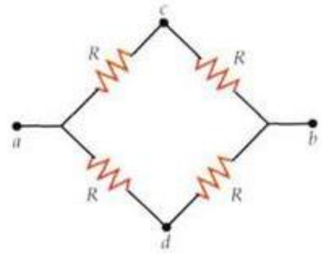
$Q(t) = Q_0 e^{-t/_\tau}$ *e)* $Q(6\ ms) = 81.2\ \mu C$

5.13.- Una barra de carbón de radio 0.1 mm se utiliza para construir una resistencia. La resistividad de este material es $3.5 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot m$ ¿Qué longitud de la barra se necesita para obtener una resistencia de 10 Ω?

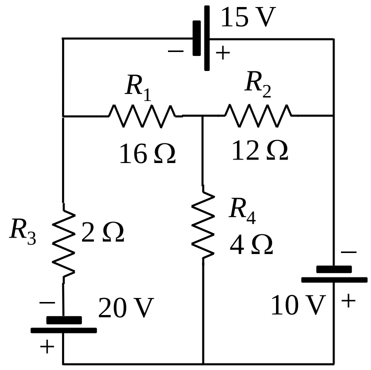
Sol:

$L = 8.98\ mm$

5.14.- (*a*) Demostrar que la resistencia equivalente entre los puntos *a* y *b* del circuito aquí esquematizado es R (*b*) ¿Qué ocurriría si se añadiese una resistencia *R* entre los puntos *c* y *d*?



5.15.- Dado el circuito de tres mallas de la figura y asignando corrientes a cada una de las mallas, obtenga: (*a*) el valor de la corriente que circula por la resistencia R_1; y (*b*) la potencia disipada en las resistencias R_2 y R_4.



Sol:

a) $I_{R1} = 0.4$ A

b) $P_{R2} = 6.2W$ $P_{R4} = 0.43W$

Constantes de interés

Constante de la ley de Coulomb: $K = 1/4\pi\varepsilon_0 = 9\times10^9$ N m^2 C^{-2}
Permitividad eléctrica del vacío: $\varepsilon_0 = 8.84\times10^{-12}$ C^2 N^{-1} m^{-2}.
Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1.6\times10^{-19}$ C
Masa del electrón: $m_e = 9.1\times10^{-31}$ kg
Masa del protón: $m_p = 1.67\times10^{-27}$ kg
Radio de Bohr: $r_B = 5.29\times10^{-11}$ m.
Ruptura dieléctrica del aire: 3 MV/m
Número de Avogadro: $N_A = 6.02\times10^{23}$ átomos/mol.
Constante de Boltzmann: $k_B = 1.38\times10^{-23}$ J/K.
Constante de los gases: $R = 8.31$ J/K mol.
Debye: 1 D = 3.336×10^{-30} Cm.