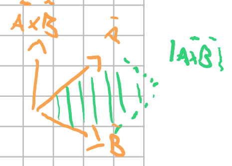
# 1 - ANÁLISIS VECTORIAL

- **CAMPO**: Distribución de valores en el espacio $\begin{cases} \text{escalar: valores} \\ \text{vectorial: valores con direcc. y sentido} \end{cases}$

- **PROD. VECTORES** $\begin{cases} \text{- Escalar: } \vec{A}\cdot\vec{B} = \text{escalar} \;/\; \text{MÓD: } \bar{A}\cdot\bar{B} = |\bar{A}||\bar{B}|\cos\alpha \\ \text{- Vectorial: } \vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \bar{x} & \bar{y} & \bar{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \text{vector} \;/\; \text{MÓD: } |\bar{A}\times\bar{B}| = |\bar{A}|\cdot|\bar{B}|\,\text{sen}\,\alpha \end{cases}$

  ↳ genera vector perp. a los dos. Su módulo es igual al paralelogramo que forman (área)



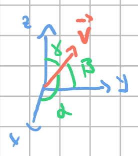

- $\vec{A}\cdot\vec{B} = 0$ cuando $\vec{A}\perp\vec{B}$ $(\alpha = 90°)$
- $\vec{A}\times\vec{B} = 0$ cuando $\vec{A}\parallel\vec{B}$ $(\alpha = 0°)$

- **VECTORES UNITARIOS**: módulo 1 (definen dirección) $\begin{cases} \bar{u}_x & \bar{u}_y & \bar{u}_z \\ \bar{i} & \bar{j} & k \end{cases}$

- **VECTOR POSICIÓN**: define pos. respecto a s. ref. $\begin{cases} \bar{r} = x\bar{u}_x + y\bar{u}_y + z\bar{u}_z \\ \bar{r} = (x, y, z) \end{cases}$

- **MÓDULO**: $|\vec{v}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$

- **COS DIRECTORES**:




$\cos\alpha = \dfrac{V_x}{|\vec{v}|}$ $\quad \cos\beta = \dfrac{V_y}{|\vec{v}|}$ $\quad \cos\gamma = \dfrac{V_z}{|\vec{v}|}$

## OPERADOR NABLA

$$\vec{\nabla} = \hat{x}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{y}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{z}\frac{\partial}{\partial z}$$

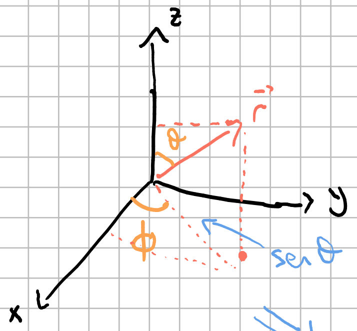
| | SOBRE QUÉ LO APLICO | CÓMO LO APLICO | RESULTADO | SIG. FÍSICO |
|---|---|---|---|---|
| GRADIENTE | $\vec{\nabla}\cdot f$ | N/A | Vector | Dirección que maximiza el cambio |
| DIVERGENCIA | $\vec{\nabla}\cdot\vec{F}$ | Prod. escalar | Escalar | Diferencia entre flujo saliente y entrante de una superficie que delimita un volumen de control |
| ROTACIONAL | $\vec{\nabla}\times\vec{F}$ | Prod. vectorial | vector | Tendencia en un punto de cambiar de rotación |

**CAMPO CONSERVATIVO**: $\underbrace{\vec{\nabla}\times\vec{F}}_{\text{(rotacional)}} = 0$

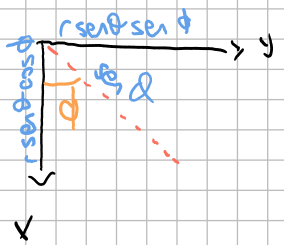
$10^{-12}$ pico
$10^{-9}$ nano
$10^{-6}$ micro

$10^{15}$ tera
$10^{12}$ peta
$10^{9}$ giga
$10^{6}$ mega

# COORDENADAS ESFÉRICAS




$$\text{sen}\,\theta = \frac{\text{cat. op.}}{\text{hip.}}$$




$$\longrightarrow \vec{r} = r\,\text{sen}\,\theta \cos\phi\,\hat{x} + r\,\text{sen}\,\theta\,\text{sen}\,\phi\,\hat{y} + r\cos\theta\,\hat{z}$$

INTEGRAL DE LÍNEA | INTEGRAL DE STOKES | INTEGRAL DE LA DIVERG.

$$\int_{\text{curva}} \vec{F}\cdot \partial\vec{l} = \int_a^b \vec{F}(\vec{r}(t))\cdot \vec{r}\,'(t)\,\partial t$$


## T. STOKES

$$\oint_{\text{curva}} \vec{F}\cdot\partial\vec{l} = \int_{\text{superf.}} \vec{\nabla}\times\vec{F}\,\partial\vec{A} \longmapsto$$

Para que se cumpla:

- $\vec{F}$ con deriv. continua en toda la superf.
- Curva = borde de superf.
- el vector normal de superf. es: HORARIO $\otimes\hat{n}$ ANTIH. $\odot\hat{n}$

## T. DIVERGENCIA

$$\oint_{\text{superf.}} \vec{F}\,\partial\vec{A} = \int_{\text{vol.}} (\vec{\nabla}\vec{F})\,\partial v \longmapsto$$

- $\vec{F}$ con deriv. continua en toda la superf.
- superf. = borde del volumen
- normal de la superficie apunta hacia fuera del volumen.

# Coulomb

## Cargas puntuales

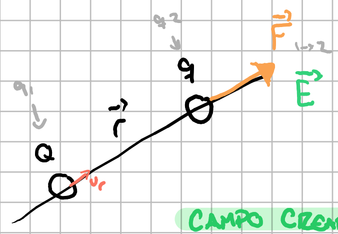
$$\boxed{\vec{F}_{12} = k\,\frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2}\,\vec{u}_r}$$

$[Q]=C$ $[F]=N$ $[r]=m$

$[k]= Nm^2/C^2$

→ También puede medirse en función de $\varepsilon_0$.

$$\frac{Nm^2}{C^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

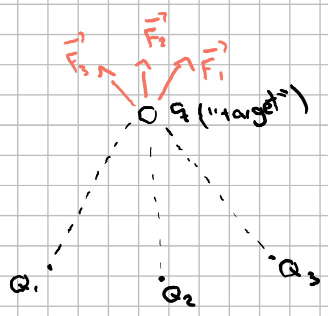



CAMPO CREADO POR Q

$$\vec{F} = \frac{Qq}{r^2}\vec{u}_r = \boxed{q\vec{E}}$$

$$\rightarrow \left[\vec{E} = k\,\frac{Q}{r^2}\,\vec{u}_r\right]$$

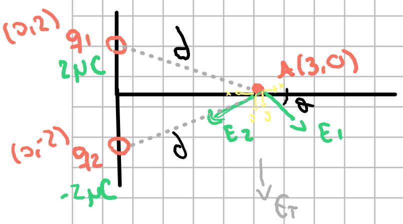
## Superposición




$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

## Ejercicio

Calcular campo eléctrico en A(3,0).




$$d = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$$

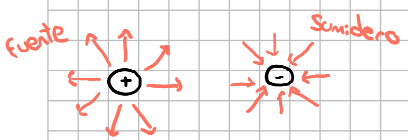
Las componentes x se cancelan, ya que una carga es $2\mu C$ y otro $-2\mu C$.

← $E_{1y}$, $E_{2y}$ mismo sentido y mismo módulo

$$E_y(3,0) = E_{1y}(3,0) + E_{2y}(3,0) =$$

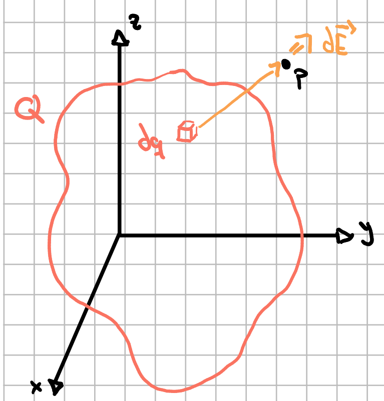
$$= -2E_q \operatorname{sen}\theta = -2\cdot k\,\frac{q}{d^2}\,\vec{j}\cdot\operatorname{sen}\theta = \boxed{-1'54\cdot 10^3\,\vec{j}\ N/C} \text{ ó } V/m$$

## Líneas de fuerza/campo




- $\vec{E}$ es tangente a las líneas de campo.
- $|\vec{E}|$ es proporcional a la densidad de líneas.

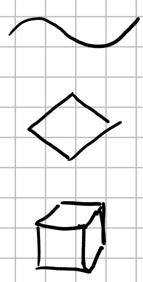
# DIST. CONTÍNUAS




$$\boxed{d\vec{E} = k\,\frac{dQ}{r^2}\,\vec{u_r}}$$

$$\hookrightarrow \left[\vec{E} = \int d\vec{E}\right] \qquad \vec{E} = \sum_{i=1} \vec{E}_i$$

## DENSIDADES DE CARGA

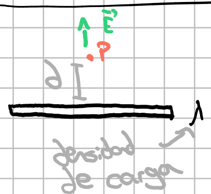


$dq = \lambda\, dl$ C/m

$dq = \sigma\, ds$ C/m²

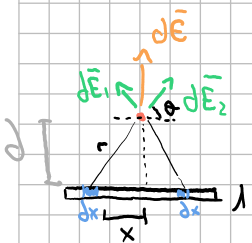
$dq = \rho\, dV$ C/m³

## HILO RECTILÍNEO ∞




$$\boxed{\vec{E} = \int k\,\frac{dq}{r^2}\,\vec{u_r}} \rightarrow$$

→ HILO




hemos cogido dos dx

$$dE = K\,\frac{dq}{r^2}\,\sin\theta \cdot 2 =$$

$$= 2k\,\frac{\lambda dx}{x^2+d^2}\cdot\frac{d}{\sqrt{x^2+d^2}}$$

r

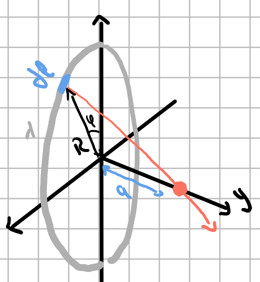
son ctes.

$$E = \int dE = \int 2k\,\frac{\lambda dx}{x^2+d^2}\,\frac{d}{\sqrt{x^2+d^2}} = 2k\lambda d\int_0^\infty \frac{dx}{(x^2+d^2)^{3/2}} = 2k\lambda d\cdot\frac{1}{d^2}$$

lim son el hilo infinito

$$\rightsquigarrow \boxed{E = \frac{2k\lambda}{d}}$$

→ ANILLO

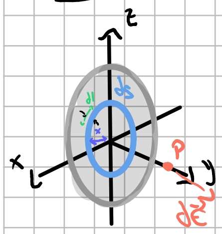



$$\begin{cases} dq = \lambda\, dl \\ \cos\theta = \frac{a}{r} \\ dl = R\, d\varphi \end{cases} \rightarrow \quad dE = k\,\frac{dq}{r^2}\cos\alpha = R$$

$$\rightsquigarrow \boxed{\vec{E} = k\,\frac{Qa}{[a^2+R^2]^{3/2}}\,\vec{u_y}}$$

si asumimos la Q en el centro ($d \ggg R$) $\approx$ $\boxed{\vec{E} = k\,\frac{Q}{a^2}\,\vec{u_y}}$

→ **Disco**



$$E = \int dE = \int \frac{k\,dq\,a}{(a^2+x^2)^{3/2}} = ka \int \frac{2\pi x \sigma}{\cdots} dx = ka 2\pi\sigma \int_0^R \frac{x}{\cdots} dx$$

→ **Aplicaciones Gauss**