

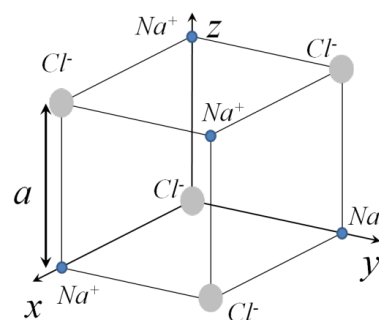
TEMA 2

(hoja 2a)

CAMPO ELÉCTRICO Y POTENCIAL ELECTROSTÁTICO

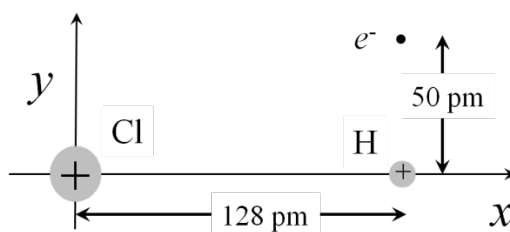
Constante de Planck: $h = 6.63 \times 10^{-34}$ J s.Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1.6 \times 10^{-19}$ CMasa del electrón: $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kgMasa del protón: $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kgConstante de masa atómica: $1 \text{ u} = 1.66 \times 10^{-27}$ kgNúmero de Avogadro: $N_A = 6.02 \times 10^{23}$.Permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N/A².

2.1.- Un **crystal de cloruro sódico** se compone de un ordenamiento regular de iones Na^+ y Cl^- en una red cúbica, donde los iones se sitúan alternos en los vértices del cubo. Calcular la fuerza de atracción entre dos iones próximos, si la arista del cubo es $a = 282$ pm.

Sol:

$$\vec{F} = K \frac{qq'}{d^2} \vec{u}_r = -2.91 \times 10^{-9} \vec{u}_r \text{ N}$$

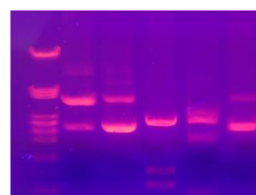
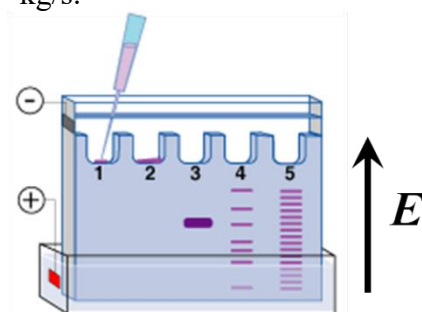
2.2.- Los núcleos de Cl y H en una **molécula de HCl** se encuentran separados una distancia de 128 pm, siendo las cargas nucleares de H y Cl de e y $17e$, respectivamente. Calcular la fuerza que ejercen los núcleos sobre un electrón que se encuentre a 50 pm justo encima del núcleo de H.

Sol:

$$\theta = \arctg\left(\frac{50}{128}\right) = 21.3^\circ \text{ (ángulo relevante en la resolución problema)}$$

$$F_{Total} = 2.56 \times 10^{-7} \text{ N}$$

2.3.- La electroforesis es una técnica para la separación de moléculas (ADN y proteínas) según la movilidad de éstas en un campo eléctrico, que depende de la carga eléctrica de las moléculas y de su masa. La velocidad límite v de una molécula en el medio viscoso depende de la fuerza eléctrica aplicada F_e y del coeficiente de fricción f según: $F_e = f v$. Calcular el campo eléctrico que debe aplicarse para que dos moléculas de ADN con cargas $-2e$ y $-3e$ (e igual coeficiente de fricción) se separen 5 mm al cabo de diez minutos. ¿Qué voltaje hay que aplicar si la longitud de la celda es de 5 cm? *Coeficiente de fricción:* $f = 1.3 \times 10^{-9} \text{ kg/s}$.



Sol:

$$E = \frac{f \Delta s}{(q_2 - q_1)t} = \frac{f \Delta s}{(3e - 2e)t} = 6.67 \times 10^4 \text{ V/m}$$

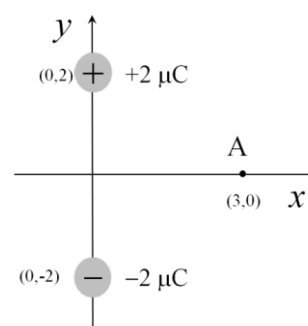
$$V = Ed = 3.38 \times 10^3 \text{ V}$$

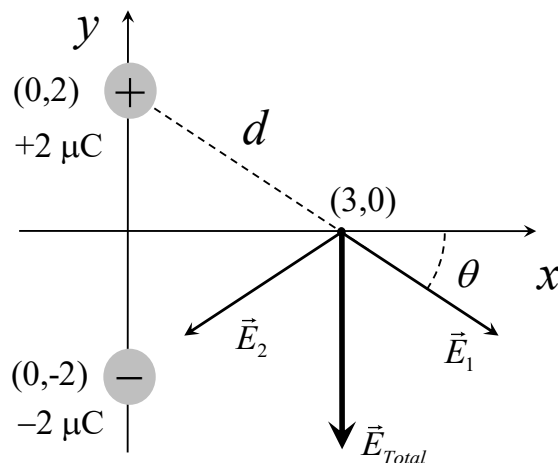
(Cálculo de voltaje se incluye para que el alumnado investigue anticipadamente el concepto de potencial)

2.4.- Dos cargas eléctricas fijas de valores $q_1 = +2 \mu\text{C}$ y $q_2 = -2 \mu\text{C}$, están situadas en los puntos $(0,2)$ y $(0,-2)$ respectivamente, estando las distancias en metros. Determine:

a) El campo eléctrico creado por esta distribución de cargas en el punto A de coordenadas $(3,0)$. (*Resuelto en clase de teoría*)

b) El potencial en el punto A. (*nuevo!*)



Sol:

$$d = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \text{ m} = 3.61 \text{ m}$$

$$E_1 = K \frac{q_1}{d^2} = 1.38 \times 10^3 \text{ N/C}$$

$$E_2 = K \frac{q_2}{d^2} = 1.38 \times 10^3 \text{ N/C}$$

$$\theta = \arctg\left(\frac{2}{3}\right) = 21.3^\circ$$

$$E_x = 0$$

$$E_y = -2E \sin \theta = -1.54 \times 10^3 \text{ N/C}$$

$$V = V_1 + V_2 = K \frac{q_1}{d} + K \frac{q_2}{d} = 0 \text{ V}$$

2.5.- La molécula de **amoníaco** tiene una forma trigonal piramidal, como predice la teoría de repulsión de los pares de electrones de la capa de valencia, con un ángulo de enlace H-N-H de $\alpha = 107.8^\circ$, y cuya distancia H-N es de $a = 101.7 \text{ pm}$. Como el átomo de **nitrógeno** es más electronegativo que el átomo de hidrógeno, atrae los electrones del enlace (“bond electrons”) más intensamente, y mantiene así una carga negativa neta de $-3\delta_q$, mientras que cada hidrógeno mantiene una carga neta de $+\delta_q$ (con $\delta_q = 0.28e$, siendo e la carga del electrón).

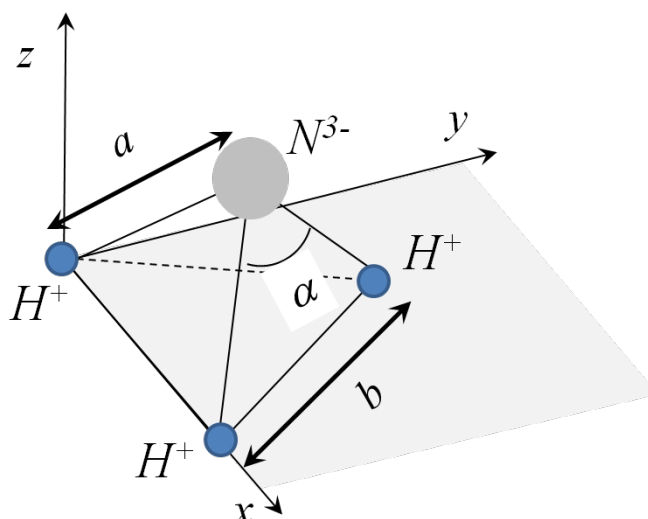
Si los tres iones $\text{H}^{+\delta_q}$ se hallan en los vértices del triángulo equilátero que forma la base (en el plano xy), y en el vértice superior de la pirámide se sitúa el ion $\text{N}^{3\delta_q-}$, calcular la fuerza que actúa sobre el ion $\text{H}^{+\delta_q}$ situado en el origen debido al resto de iones (ver figura).

Notas: La distancia b entre átomos de H en función de la distancia del enlace H-N y el ángulo α entre enlaces H-N-H viene dado por: $b = a\sqrt{2(1 - \cos \alpha)}$. La altura del átomo de N respecto la base del triángulo viene dado por:

$$h = a \sqrt{\frac{1 + 2 \cos \alpha}{3}}.$$

Con estos parámetros, las posiciones de los átomos son:

$$\begin{aligned} H(1): & (0,0,0) \\ H(2): & (b,0,0) \\ H(3): & \left(\frac{b}{2}, \frac{b\sqrt{3}}{2}, 0\right) \\ N: & \left(\frac{b}{2}, \frac{b}{2\sqrt{3}}, h\right) \end{aligned}$$



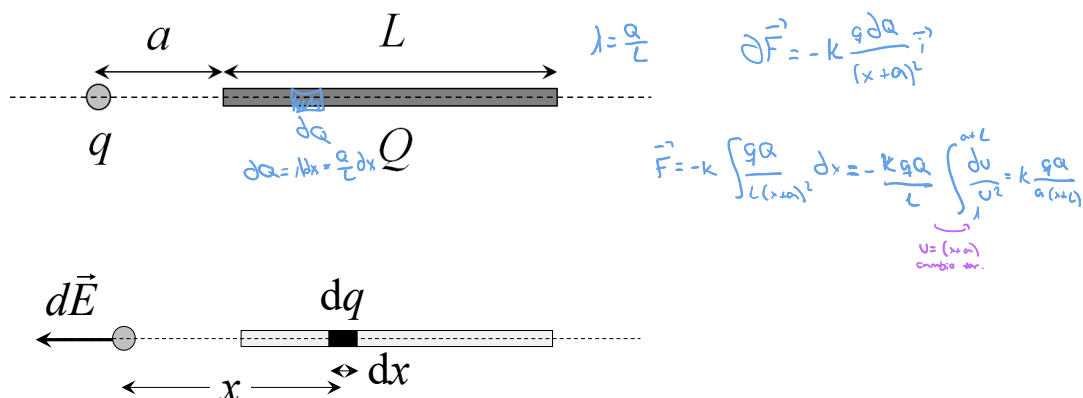
NOTA: el esquema gráfico se incluye para facilitar la visualización de la geometría del problema; las cargas -de cada ion- implicadas son las que se detallan en el enunciado escrito más arriba.

Sol:

La fuerza que ejercen los iones sobre el ion en la posición (0, 0, 0) es:

$$\vec{F}_{Tot} = q\vec{E}_{Tot} = \delta_q(\vec{E}_{H(2)} + \vec{E}_{H(3)} + \vec{E}_N) = (3.35, 1.93, 1.96) \times 10^{-9} \text{ N}$$

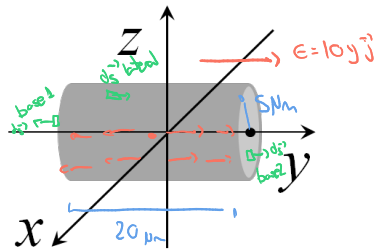
2.6.- Una carga puntual q está situada cerca de una varilla delgada y homogéneamente cargada con una carga Q y longitud L , alineada a una distancia a . Hallad la fuerza eléctrica ejercida por la varilla sobre la carga puntual.



Sol:

$$\vec{F} = q\vec{E} = -K \frac{qQ}{a(a+L)} \vec{i}$$

2.7.- Un cilindro de longitud $L = 20 \mu\text{m}$ y radio $R = 5 \mu\text{m}$ está alineado a lo largo del eje y tal y como muestra la figura adjunta, y se encuentra inmerso en un campo eléctrico dado por $\vec{E}(\mathbf{r}) = 10y\vec{j}$ (en unidades del SI). Obtend la carga encerrada en el cilindro.

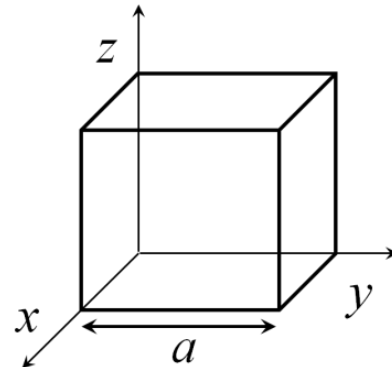


$$\begin{aligned} \Phi &= \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} \\ \Phi &= \Phi_{b_1} + \Phi_{b_2} + \Phi_{b_3} + \Phi_{b_4} + \Phi_{b_5} + \Phi_{b_6} \\ \Phi_{b_1} &= \int \int \int 10y \vec{j} \cdot d\vec{s} = 10 \int \int y dy = 10 \int \left[\frac{y^2}{2} \right]_{y=-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dy = 10 \int \left[\frac{L^2}{8} - \frac{L^2}{8} \right] dy = 0 \\ \Phi_{b_2} &= \int \int \dots = \pi R^2 10y \Big|_{y=\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \end{aligned} \quad \left[\Phi_{b_1} = \Phi_{b_2} = 786 \cdot 10^{-6} \text{ Nm}^2/\text{C} \right]$$

Sol:

$$Q = \epsilon_0 \Phi = 1.39 \times 10^{-25} \text{ C}$$

2.8.- Calcular el flujo del campo eléctrico $\vec{E}(\mathbf{r}) = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$ (en unidades SI) a través de cada una de las caras de un cubo de arista $a = 3 \text{ m}$, situado según se muestra en la figura adjunta.



Sol:

Cara en el plano xz :

$$\Phi_1 = 3a^2$$

Cara paralela al plano xz :

$$\Phi_2 = -3a^2$$

Cara en el plano xy :

$$\Phi_3 = 0$$

Cara paralela al plano xy :

2'

$$\Phi_4 = 0$$

Cara en el plano zy:

$$\Phi_5 = -2a^2$$

Cara paralela al plano zy:

$$\Phi_6 = 2a^2$$

Flujo total:

$$\Phi = 0$$

Constante de Planck: $h = 6.63 \times 10^{-34}$ J s.

Valor absoluto de la carga del electrón: $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C

Masa del electrón: $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg

Masa del protón: $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg

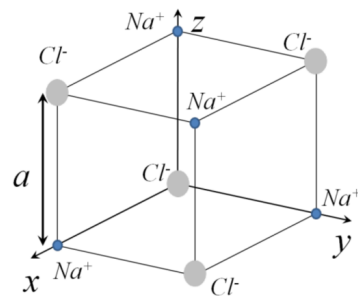
Constante de masa atómica: $1 \text{ u} = 1.66 \times 10^{-27}$ kg

Número de Avogadro: $N_A = 6.02 \times 10^{23}$

Permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N/A².

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

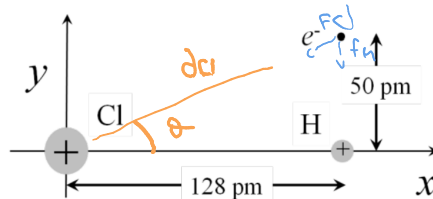
2.1.- Un cristal de cloruro sódico se compone de un ordenamiento regular de iones Na^+ y Cl^- en una red cúbica, donde los iones se sitúan alternos en los vértices del cubo. Calcular la fuerza de atracción entre dos iones próximos, si la arista del cubo es $a = 282$ pm.



$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\vec{F} = k \frac{q_{\text{Na}^+} q_{\text{Cl}^-}}{a^2} \vec{u}_r = 9 \cdot 10^9 \frac{(1.6 \cdot 10^{-19}) \cdot (1.6 \cdot 10^{-19})}{(282 \cdot 10^{-12})^2} \vec{u}_r = 2.9 \cdot 10^{-9} \vec{u}_r \text{ N}$$

2.2.- Los núcleos de Cl y H en una molécula de HCl se encuentran separados una distancia de 128 pm, siendo las cargas nucleares de H y Cl de e y $17e$, respectivamente. Calcular la fuerza que ejercen los núcleos sobre un electrón que se encuentre a 50 pm justo encima del núcleo de H.



$$\theta = \arctan \frac{50}{128} = 21.34^\circ$$

$$d_H = 50 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$d_{Cl} = \sqrt{50^2 + 128^2} = 137.42 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$q_H = e, \quad q_{Cl} = 17e$$

$$\vec{F}_H = k \frac{q_H e}{d_H^2} (-\vec{j}') = 9 \cdot 10^9 \frac{e^2}{(50 \cdot 10^{-12})^2} (-\vec{j}') = -9.22 \cdot 10^{-8} \vec{j}' \text{ N}$$

$$\vec{F}_{Cl} = k \frac{q_{Cl} e}{d_{Cl}^2} (-\vec{i}' \cos \theta - \vec{j}' \sin \theta) = 9 \cdot 10^9 \frac{17e^2}{(137.42 \cdot 10^{-12})^2} (-0.193 \vec{i}' - 0.36 \vec{j}') = 2.1 \cdot 10^{-3} (-0.193 \vec{i}' - 0.36 \vec{j}') = -(19.53 \vec{i}' + 7.56 \vec{j}') \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

6

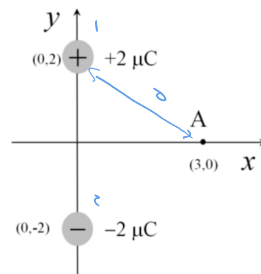
$$\vec{F}_T = (-19.53 \vec{i}' - 10.78 \vec{j}') \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

(dar mód. y vector si es ambiguo)

2.4.- Dos cargas eléctricas fijas de valores $q_1 = +2\mu\text{C}$ y $q_2 = -2\mu\text{C}$, están situadas en los puntos (0,2) y (0,-2) respectivamente, estando las distancias en metros. Determine:

a) El campo eléctrico creado por esta distribución de cargas en el punto A de coordenadas (3,0). (Resuelto en clase de teoría)

b) El potencial en el punto A. (nuevo!)



$$a.) \vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \Rightarrow \vec{E}_T = \vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A} =$$

$$= -E_2 \sin \theta = -2 \cdot k \frac{q}{r^2} \cdot \vec{j} \cdot \sin \theta = \boxed{-1'54 \cdot 10^3 \vec{j} \text{ N/C}} \quad \checkmark$$

$$d = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \text{ m}$$

$$b.) V_T = \sum V_i = V_1 + V_2 = 2k \frac{q}{r} = \cancel{8k \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{13}}} = \frac{q \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{\sqrt{13}} = \boxed{2'5 \cdot 10^3 \text{ V}} \quad \text{no } q \text{ apuestas} \quad \text{no } \boxed{0} \times$$

$$\left(= \frac{k}{r} (q_1 + q_2) \right)$$

23



$$m\vec{a} = \vec{F} - \vec{F}_e = q\vec{E} - Fv = m\vec{a}$$

$$qE = Fv$$

$$V_i = \frac{\Delta s_i}{t} = \frac{q_i E}{F}$$

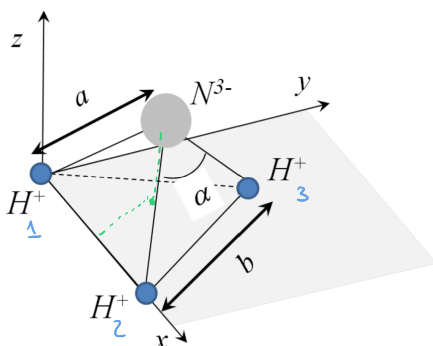
(i = cada partícula)

$$\begin{cases} S_1 = \frac{q_1 E t}{F} \\ S_2 = \frac{q_2 E t}{F} \end{cases} \rightarrow \boxed{\Delta S = S_1 - S_2 = (q_1 - q_2) \frac{Et}{F}}$$

2.5.- La molécula de **amoníaco** tiene una forma trigonal piramidal, como predice la teoría de repulsión de los pares de electrones de la capa de valencia, con un ángulo de enlace H-N-H de $\alpha = 107.8^\circ$, y cuya distancia H-N es de $a = 101.7 \text{ pm}$. Como el átomo de **nitrógeno** es **más electronegativo** que el átomo de hidrógeno, atrae los electrones del enlace ("bond electrons") más intensamente, y mantiene así una carga negativa neta de $-3\delta_q$, mientras que cada hidrógeno mantiene una carga neta de $+\delta_q$ (con $\delta_q = 0.28e$, siendo e la carga del electrón).

Si los tres iones $\text{H}^{+\delta q}$ se hallan en los vértices del triángulo equilátero que forma la base (en el plano xy), y en el vértice superior de la pirámide se sitúa el ion $\text{N}^{3\delta q-}$, calcular la fuerza que actúa sobre el ion $\text{H}^{+\delta q}$ situado en el origen debido al resto de iones (ver figura).

Notas: La distancia b entre átomos de H en función de la distancia del enlace H-N y el ángulo α entre enlaces H-N-H viene dado por: $b = a\sqrt{2(1 - \cos \alpha)}$. La altura del átomo de N respecto la base del triángulo viene dado por:



► Calcular campo el. en H_1 :

$$\vec{E}_T = \vec{E}_{H_2} + \vec{E}_{H_3} + \vec{E}_N = k \left(|q_{H_2}| \frac{\vec{r}_{H_2}}{r_{H_2}^2} + |q_{H_3}| \frac{\vec{r}_{H_3}}{r_{H_3}^2} + |q_N| \frac{\vec{r}_N}{r_N^3} \right)$$

$$\begin{cases} r_{H_2} = (-b, 0, 0) \\ r_{H_3} = (-\frac{b}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}b, 0) \\ r_N = (\frac{b}{2}, \frac{1}{2\sqrt{3}}b, h) \end{cases}$$

$$\left[\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \vec{u}_r = k \frac{q}{r^3} \vec{r} \right]$$

$$H(1) = (0, 0, 0)$$

$$H(2) = (b, 0, 0)$$

$$H(3) = \left(\frac{b}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}b, 0 \right)$$

$$N = \left(\frac{b}{2}, \frac{1}{2\sqrt{3}}b, h \right) \quad h = a \sqrt{\frac{1 + 2\cos \alpha}{3}}$$