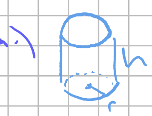
(OPTIMIZACIÓN → minimización)

HOJA 5

9) a)



$V_0 = \frac{1}{3}$

$\pi r^2 h = V_0 \rightarrow h = \frac{V_0}{\pi r^2}$

¿dimensiones para que cant. metal sea mínimo?

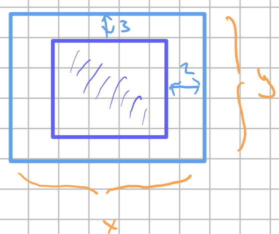
$f(r) = 2\pi r^2 + 2\pi r \underline{h} \Rightarrow 2\pi r^2 + \frac{2V_0}{r}$

$f'(r) = 4\pi r - \frac{2V_0}{r^2}$

$\Rightarrow 0 = 4\pi r - \frac{2V_0}{r^2} \Rightarrow r^3 = \frac{2V_0}{4\pi}$

$\Rightarrow \left[r = \sqrt[3]{\frac{V_0}{2\pi}} \right]$

10)



$A = 408\,cm^2 = (x-4)(y-6)$

$\left(\begin{array}{ll} x > 4 & (2+2) \\ y > 6 & (3+3) \end{array} \right)$

MINIMIZAR $x \cdot y$.

(se puede escoger despejar y ó x)

$y - 6 = \frac{408}{x-4}$

$y = \frac{408}{x-4} + 6 \longrightarrow f(x) = x \cdot y$

$f(x) = x\left(\frac{408}{x-4} + 6\right)$

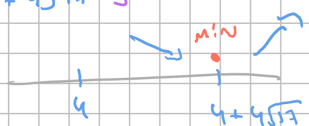
$f'(x) = 6 + \frac{408}{x-4} + x\left(-\frac{408}{(x-4)^2}\right)$

$f'(x) = \frac{6(x-4)^2 - 4 \cdot 408}{(x-4)^2} = 0$

$\left[x = 4 + 4\sqrt{17} \right]$

$x = \cancel{4 - 4\sqrt{17}}$ ES < 4, Y x TIENE QUE SER > 4

$\rightsquigarrow \left[x = 4 + 4\sqrt{17} \right]$



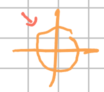
después, sacar "y" sustituyendo.

PARCIAL I - 2022

(1) Calcular z^{15} (expresar como $a+ib$). $[z=-\sqrt{3}+i]$

↳ PASO A POLAR: saco $|z|$ $|z| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2} = 2$

saco θ $\Rightarrow z = 2\cdot e^{i\theta} \Rightarrow \operatorname{tg}\theta = \frac{1}{-\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{-\sqrt{3}}\right)$ *

* CALCULADORA SÓLO DICE ENTRE $\pi/2$ Y $-\pi/2$, Y z ESTÁ EN: ,

POR LO QUE SERÁ $\rightarrow$ $\theta = -\pi/6 + \pi$

completo polar $\Rightarrow z = 2e^{i\left(-\frac{\pi}{6}+\pi\right)}$

HAGO z^{15} $\rightarrow z^{15} = 2^{15}\cdot e^{i\cdot 75\pi/6}$ $\rightarrow \frac{75\pi}{6} = \frac{(12\cdot 6+3)\pi}{6} = 12\pi + \frac{\pi}{2} =$

$= \underbrace{6\cdot 2\pi}_{(6 \text{ vueltas})} + \frac{\pi}{2}$

↳ PASO A ÁNGULO IDENTIFICABLE

$= 2^{15}\cdot e^{\pi/2\, i}$

↳ PASO A BINOMIO $[z = 2^{15}\, i]$

(2) Nº raíces reales $\operatorname{sen}x = 2x-1$.

$f(x) = \operatorname{sen}x - 2x + 1$

$f'(x) = \cos x - 2$

$\rightarrow$ Por Bolzano

Encontrar x para $f(x)$ neg. y otra pos. $\left\langle \begin{array}{ll} 0 & (f(x)>0) \\ \pi/2 & (f(x)<0) \end{array}\right.$

Sólo existe $(0, \pi/2)$ para que $f(c)=0$

[UNA RAÍZ]

(4) $\left\langle \begin{array}{l} \text{deriv. log.} \\ \text{deriv. impl.} \end{array}\right.$

(5) Calculo tg en un pto.

↳ calculo intersección con x $(y=0)$ e y $(x=0)$.

$f'(x) = -2x$

↳ $y - y_1 = -2x_1(x-x_1)$ $[\text{pto } (x_0, y_0) = (x_0, 6-x_0^2)]$

$y = -2x_0(x-x_0) + 6 - x_0^2$

$A = (0, x_0^2+6)$

$B = \left(\frac{x_0^2+6}{2x_0}, 0\right)$ $\rightarrow$ Área $= f(x) = \left(\frac{x^2+6}{2x}\right)\left(x^2+6\right)\frac{1}{2}$

↳ calcular $f'(x)=0$