

[11/09/2023]

Unidades y Análisis dimensional

1. En las ecuaciones siguientes, la distancia x está en metros, el tiempo t en segundos, y la velocidad v en metros/segundo. ¿Cuáles son las unidades SI de las constantes C_1 , y C_2 ?

- ✓ a) $x = C_1 + C_2 t$ $C_1: m, C_2: m/s$
- ✓ b) $x = \frac{1}{2} C_1 t$ $C_1: m/s$
- ✓ c) $v^2 = 2 C_1 x$ $C_1: m/s^2$
- ✓ d) $x = C_1 \cos \theta$ $C_1: m$
- ✗ e) $v = C_1 e^{-C_2 t}$ $C_1: m/s, C_2: 1/s$ (exp. tiene que ser adimensional)

$$v = \frac{C_1}{C_2 t} = \frac{m/s}{s} = m/s$$

Indicación: Los argumentos de las funciones trigonométricas y exponenciales deben ser adimensionales. El «argumento» de $\cos \theta$ es θ y el de e^x es x .

2. Comprobar si existe consistencia dimensional de las ecuaciones siguientes:

- ✓ a) $v^2 + v^3 = 2ax$ $\frac{m^2}{s^2} + \frac{m^3}{s^2} \neq \frac{m^2}{s^2}$ NO
- ✓ b) $x = v^2/a$ $m = \frac{m^2/s^2}{m/s^2} = m$ SI
- ✓ c) $v = at^2 \sin[(x/t^2)/a]$ $m/s \neq \frac{m}{s^2} \cdot \frac{m}{s^2} \cdot \frac{m}{m/s^2}$ NO
- ✓ d) $v = 3at + x/t$ $m/s = \frac{m}{s^2} \cdot s + \frac{m}{s} = \frac{m}{s}$ SI
- ✓ e) $v^2 = 2a(x - x_1) + v_1^2$ $\frac{m^2}{s^2} = \frac{m}{s^2} \cdot m + \frac{m^2}{s^2} = \frac{m^2}{s^2}$ SI

donde v , a , x , t denotan velocidad, aceleración, espacio y tiempo, respectivamente.

3. Un objeto situado en el extremo de una cuerda se mueve según un círculo. La fuerza ejercida por la cuerda depende de la masa del objeto, de su velocidad y del radio del círculo. ¿Qué combinación de estas variables ofrece las dimensiones correctas (ML/T^2) de la fuerza?

$$F = \frac{\text{masa} \cdot \text{radio}}{\text{velocidad}^2}$$

4. La fórmula de la fuerza de viscosidad que actúa sobre una esfera de radio r que cae en un fluido con velocidad v es $F = 6\pi \eta r v$, donde η es el coeficiente de viscosidad. ¿Cuáles son sus dimensiones?

$$F_v = 6\pi \eta r v = m \cdot m/s^2 \cdot m = m^2/s^2 \cdot m \Rightarrow \eta = \frac{kg}{m \cdot s} \quad \checkmark$$

5. La densidad del agua se mide en kgm^{-3} , indica su fórmula.

$$\rho_{\text{agua}} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$$

6. En la ecuación $v^n = ka^j x$ ¿qué se puede averiguar de las dimensiones de k a partir del análisis dimensional? ¿qué valores de n y j hacen dimensionalmente correcta la ecuación?

$$v^n = k a^j x \Rightarrow \left(\frac{m}{s}\right)^n = k \left(\frac{m}{s^2}\right)^j m \quad \begin{matrix} n=2 \\ j=1 \end{matrix} \quad k \text{ ES UN N}^\circ \text{ ADIMENSIONAL} \quad \checkmark$$

• PROBAR SI k FUESE s O m