T3 - TRABAJO Y ENERGÍA

→ TRABAJO (W)

$$dW = \vec{F}\cdot d\vec{r} = |\vec{F}|\,|d\vec{r}|\cos\theta = \boxed{F\,dr}$$ desplazamiento

$W=0$ si $\begin{cases}\theta = 90^\circ \\ F=0 \\ dr=0\end{cases}$

↳ [A LO LARGO DE UNA TRAYECT.]

$$W = \Sigma\, \Delta W \Rightarrow \boxed{W = \int_A^B F\,dr} \;(dW)\; = \int_A^B (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

[Si F = cte] $\boxed{W = F\,dr}$

- **SIGNO**
  - Si F fricción se opone al mov., $W<0$
  - Si F fricción va con el mov., $W>0$

- Con Ec.: $\boxed{W_{12} = \Delta E_c} \rightarrow \Delta\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$ $\boxed{W = -\Delta E_p}$

① $\vec{F} = 7\vec{u}_x - 6\vec{u}_y$

a.) $W_{O\to P}$. $\vec{r}_P = -3\vec{u}_x + 4\vec{u}_y + 16\vec{u}_z$ m

a.) $\vec{F} = (7,-6,0)$ N

$\vec{r}_0 = (0,0,0)$ m

$\vec{r}_P = (-3,4,16)$ m

$\Delta r = (-3,4,16) \Rightarrow W = 7(-3) + (-6)4 + 0$

$\Rightarrow W_{OP} = -45$ J

→ POTENCIA

- [PROMEDIO] $\boxed{P_{med} = \frac{W}{\Delta t}}$ (W: watios)

- [INSTANTÁNEAS]: $P_i = \lim_{t\to 0} P_{med} \Rightarrow \boxed{P = \vec{F}\,\vec{v}}$

→ ENERGÍA

- [W y E]
  - Si se transfiere E al cuerpo ⇒ W POSITIVO
  - desde el cuerpo ⇒ W NEGATIVO

→ FUERZAS CONSERVATIVAS

no dependen de tiempo o camino recorrido

$(\Delta E_m = 0)$ $\Delta(E_c + E_p) = 0$

• E POTENCIAL

Comprob. F conserv.

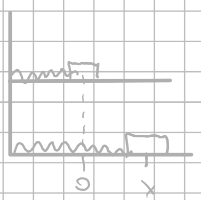
$$\left[W = -\Delta E_p\right] \quad \left[\vec{F} = -\vec{\nabla} E_p = -\left(\frac{dE_p}{dx}, \frac{dE_p}{dy}, \frac{dE_p}{dz}\right)\right]$$

GRAV.

$$\left[E_p = mgy\right]$$

En general, como $\oplus$ conserv. $E_p = \int$

ELÁSTICA



$$W_A^B = \int \vec{F} \times d\vec{r} \Rightarrow \int_A^B -kx\,dx = -k\int_A^B x\,dx$$

$d\vec{r} = (dx, 0, 0)$

$\vec{F} = (-kx, 0, 0)$

$$= -k \left[\frac{x^2}{2}\right]_{x_A}^{x_B} = -\frac{1}{2}k x_B^2 + \frac{1}{2}k x_A^2 = (E_p(A) - E_p(B)) \Rightarrow$$

$$\hookrightarrow \left[W = \frac{1}{2}kx^2 + C\right]$$

$$\left[E_p = \frac{1}{2}kx^2\right]$$

EJERCICIO

$v_A = 0$ m/s

$y_A = 30$ m

$y_B = 0$

$y_C = 29$ m

¿v_B?

$$E_{m_A} = E_{m_B}$$

$$\frac{1}{2}m\cancel{v_A^2}^{\,0} + mgy_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mg\cancel{y_B}^{\,0}$$

$$\cancel{m}gy_A = \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gy_A} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9'8 \cdot 30} = \boxed{24'3\ m/s^2}$$

¿v_C?

$$E_{m_B} = E_{m_C}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgy_C$$

$$\Rightarrow v_C = \boxed{4'2\ m/s}$$

→ F. NO CONSERVATIVAS

Separamos W en F conservat. y no cons.:

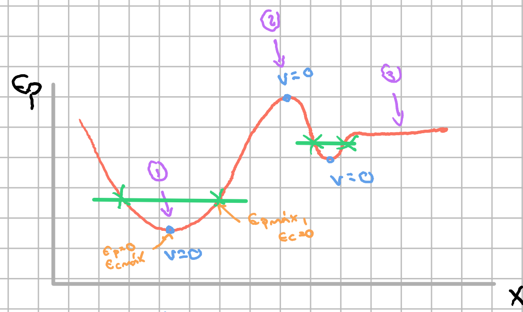
F_C = F conservativa F_{NC} = F no cons.

$$\underset{\Delta E_c}{W_{AB}} = \int(\vec{F}_C + \vec{F}_{NC})\,d\vec{r} = \underbrace{\int \vec{F}_C\, d\vec{r}}_{-\Delta E_p} + \underbrace{\int \vec{F}_{NC}\cdot d\vec{r}}_{W}$$

$$\Rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p + W \Rightarrow \left[W' = \Delta(E_c + E_p)\right]$$

W para F. no cons.

- **TRAYECTORIA**



$F_x = -\dfrac{dE_p}{dx}$ (= - pendiente)

① pto. equilibrio estable → una perturbación la devuelve al mín
② pto. equilibrio inestable → una perturbación cambia la posición drásticamente
③ pto. equilibrio neutro

ⓧ en este pto. $E_c = 0$, tras llegar aquí, el objeto perturbado vuelve a caer (ganando E_c y perdiendo E_p) → BARRERA DE POTENCIAL

Las posiciones superiores no son posibles, ya que:

$$E = E_c + E_p \Rightarrow E_c - E_p > 0 \Rightarrow E > E_p$$

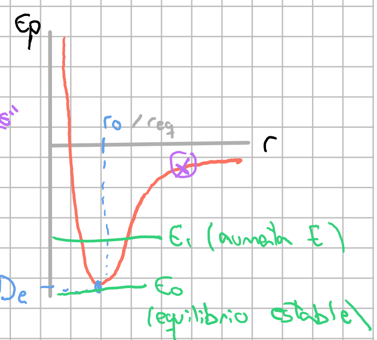
(este pto. es un dato que te deben dar)

→ POTENCIALES MOLECULARES

Son fuerzas conservativas, sólo dependen de $r \to E_p = E_p(r)$

$$\left[\vec{F} = \frac{dE_p}{dr}\vec{u}_r\right] \qquad \left[E_p = -D_e + D_e\left[1 - e^{-\alpha(r-r_0)}\right]^2\right] \text{ "MORSE"}$$

D_e: E disociación / activación



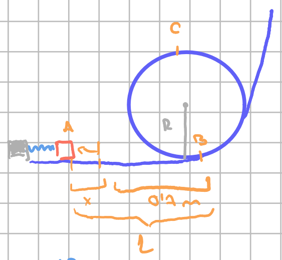
Pozo: se proporciona E_1 y en el punto en el que $E_c = 0$ (E_p = máx) se dibuja una línea que describe un pozo.
No pasará por encima de la línea.

Pozo de potencial [

ⓧ Cuando E aportada tiende a r, los átomos tienden a separarse (D_e).

"LENNARD – JONES" $\left[E_p = -D_e \left[2\left(\frac{r_{eq}}{r}\right)^6 - \left(\frac{r_{eq}}{r}\right)^{12} \right] \right]$

• EJERCICIO MUELLE Y LOOP.



$R = 0'5$ m
$m = 1$ Kg
$\mu_c = 0'3$
NO HAY ROZ. EN LOOP
¿F para que dé la vuelta?

① TRAMO HORIZONTAL – tiene rozamiento

muelle comprime x $\longrightarrow E_{p(A)} = \frac{1}{2}kx^2$

$\downarrow$

$E_{c(B)} = \frac{1}{2}mv_B^2$

$F_R = -\mu_c N = -\mu_c mg$

(trabajo rozamiento)

$\Delta E = (E_c + E_p)_B - (E_c + E_p)_A = W' = -\mu_c mgL$ $(L = 0'7 + x)$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}mv_B^2 + 0\right) - \left(0 + \frac{1}{2}kx^2\right) = -0'3 \cdot 1 \cdot 9'8 \cdot (0'7 + x)$

$\left[\frac{1}{2}kx^2 = 2'94(0'7 + x) + \frac{1}{2}mv_B^2 \right]$

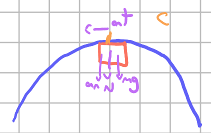
② LOOP – no tiene rozamiento: $E_{mB} = E_{mC}$

$E_{mB} = E_{mC}$ $(h = 2R)$

$\left[\frac{1}{2}mv_B^2 + 0 = mgh + \frac{1}{2}mv_C^2 \right]$

Para que haga el loop, $N_c = 0$:

$mg + \cancel{N} = m\,a_n$, $a_n = \frac{v^2}{R}$ $\Rightarrow v = \sqrt{gR}$



$= mg2R + \frac{1}{2}mgR = mgR\left(2 + \frac{1}{2}\right)$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{5}{2}mgR$

$\rightsquigarrow \frac{1}{2}kx^2 = \mu_c gm(0'7 + x) + \frac{5}{2}mgR$

$\Rightarrow \boxed{x = 0'245 \text{ m}}$