[11/09/2023]



# Análisis vectorial

**1.** Sean $\vec{i}$ , $\vec{j}$ y $\vec{k}$ los vectores unitarios de los ejes rectangulares XYZ con origen en O. Considérense los vectores

$$\vec{r}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} \qquad |\vec{r}_1| = \sqrt{2^2+3^2+1} = +\sqrt{14}$$
$$\vec{r}_2 = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \qquad |\vec{r}_2| = \sqrt{3^2+2^2+2^2} = +\sqrt{17}$$
$$\vec{r}_3 = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k} \qquad |\vec{r}_3| = \sqrt{4^2+3^2+3^2} = +\sqrt{34}$$

a) Calcular sus módulos.

b) Calcular las componentes y los módulos de los vectores

$$\vec{A} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 \qquad \vec{r}_1 = 1\vec{u}_1,\ \vec{r}_2 = 1\vec{u}_2,\ \vec{r}_3 = 1\vec{u}_3;\ |\vec{A}| = \sqrt{1+1+1} = +\sqrt{3}$$
$$\vec{B} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 - \vec{r}_3 \qquad \vec{r}_1 = 1\vec{u}_1,\ \vec{r}_2 = 1\vec{u}_2,\ \vec{r}_3 = -1\vec{u}_3;\ |\vec{B}| = \sqrt{1+1+(-1)} = +\sqrt{3}$$

c) Determinar el vector unitario $\vec{u}$ coincidente con el vector

$$\vec{C} = \vec{r}_1 + 2\vec{r}_2 \qquad \vec{u} = (1,2,0)$$

d) Calcular los productos $\vec{r}_1 \bullet \vec{r}_2$ y $\vec{r}_1 \times \vec{r}_2$

$\vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2 = r_1 r_2 \cos \widehat{r_1 r_2}$

$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_{1x} & r_{1y} & r_{1z} \\ r_{2x} & r_{2y} & r_{2z} \end{vmatrix} = r_{1y}r_{2z}\vec{i} + r_{1x}r_{2y}\vec{k} + r_{1z}r_{2x}\vec{j} - r_{1y}r_{2x}\vec{k} - r_{1z}r_{2y}\vec{i} - r_{1x}r_{2z}\vec{j}$

**2.** Calcular las coordenadas de un vector de módulo 10 unidades cuyos cosenos directores son proporcionales a 0, 3 y 4, en función de la constante de proporcionalidad *k*. Calcular *k*.

(DATO) $|\vec{S}| = 10$

$S_x = S\cos\alpha \rightarrow \cos\alpha = 0$

$S_y = S\cos\beta \rightarrow \cos\beta = k\cdot 3$

$S_z = S\cos\gamma \rightarrow \cos\gamma = k\cdot 4$

$\vec{S} = (0,\ 10\cdot 3k,\ 10\cdot 4k)$ $(S_x, S_y, S_z)$ $\Rightarrow |\vec{S}| = \sqrt{(30k)^2 + (40k)^2} = 10$

↳ DESPEJAR $k \rightarrow k = 0'2$

**3.** Si $\vec{a} = t^2\vec{i} + (2t+1)\vec{j} + t\vec{k}$ y $\vec{b} = (t-1)\vec{i} - t\vec{j} + \vec{k}$, hallar:

a) $\frac{d}{dt}(\vec{a} + \vec{b}) = \frac{d}{dt}(t^2\vec{i} + 2t\vec{j} + \vec{j} + t\vec{k} + t\vec{i} - \vec{i} - t\vec{j} + \vec{k}) = \frac{d}{dt}(t^2\vec{i} + t\vec{i} - \vec{i} + t\vec{j} + \vec{j} + t\vec{k} + \vec{k}) = 2t\vec{i} + \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} = (2t+1)\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

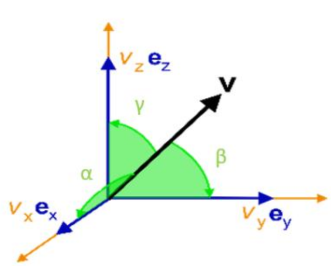
b) $\frac{d}{dt}(\vec{a} \bullet \vec{b}) = \frac{d}{dt}\left((t^3 - t^2)\vec{i} + (-2t^2 - 1)\vec{j} + t\vec{k}\right) = (3t^2 - 2t)\vec{i} - 4t\vec{j} + \vec{k}$

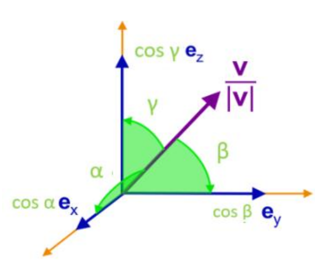
c) $\frac{d}{dt}(\vec{a} \times \vec{b}) = \frac{d}{dt}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ t^2 & 2t+1 & t \\ t-1 & -t & 1 \end{vmatrix} = \frac{d}{dt}\left((2t+1)\vec{i} - t^3\vec{k} + (t^2 - t)\vec{j} - (2t+1)(t-1)\vec{k} + t^2\vec{i} - t^2\vec{j}\right) =$

$= \frac{d}{dt}\left(2t\vec{i} + \cancel{\vec{i}} - t^3\vec{k} + t^2\vec{j} - t\vec{j} - 2t^2\vec{k} + 2t\vec{k} - t\vec{k} + \cancel{\vec{k}} + t^2\vec{i} - t^2\vec{j}\right) = 2\vec{i} - 3t^2\vec{k} + 2t\vec{j} - \vec{j} - 4t\vec{k} - \vec{k} + 2t\vec{i} - 2t\vec{j} = (2+2t)\vec{i} + (-1+2t)\vec{j} + (-1-4t-3t^2)\vec{k}$

Nota:

**Cosenos directores** de un vector son los cosenos de los ángulos (α β γ) que forma dicho vector con cada uno con los ejes coordenados.




$V_x = V\cos\alpha$

$V_y = V\cos\beta$

$V_z = V\cos\gamma$