FISICA II

Electricidad

Álvaro Jerónimo Sánchez

Definiciones

Unidades

Q (Carga) $[C]$
$\vec{E}$ (Campo eléctrico) $[\frac{N}{C}]$ o $[\frac{V}{m}]$
V (Potencial eléctrico) $[V]$ o $[\frac{J}{C}]$
Φ (Flujo eléctrico) $[V\,m]$
U_E (Energía potencial eléctrica) $[J]$
C (Capacidad) $[F]$

I (Intensidad) $[A = C/s]$
$\vec{J}$ (Densidad de corriente) $[A/m^3]$
R (Resistencia) $[\Omega]$ ρ' (Resistividad) $[\Omega/m]$
G (Conductancia) $[S = \Omega^{-1}]$
σ' (Conductividad) $[m/\Omega = S/m]$
μ (Movilidad el. de portadores) $[m^2/V]$
n (Portadores por unidad de volumen)
Σ (F. Electromotriz) $[V]$
$\vec{p}$ (Momento dipolar) $[D = 3.34 \cdot 10^{-30} C \cdot m]$
χ_e (Susceptibilidad eléctrica) $[Adim.]$
α (polarizabilidad/densidad) $[m^3]$

Geometría

Superficie círculo: πr^2
Circunferencia esfera: $2\pi r$
Superficie esfera: $4\pi r^2$
Volumen esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$
Superficie cilindro: $2\pi r l$
Densidad lineal: $\lambda = \frac{Q}{l}$ $dq = \lambda dl$
Densidad superficie:
$\sigma = \frac{Q}{A}$ $dq = \sigma dS$
Densidad volumétrica:
$\rho = \frac{Q}{V}$ $dq = \rho dV$
$\vec{u_r} = \frac{1}{r}\vec{r}$

Trigonometría

$sen\theta = \frac{cat_o}{h}$
$cos\theta = \frac{cat_a}{h}$
$tan\theta = \frac{sen\theta}{cos\theta}$
$1 = sen^2\theta + cos^2\theta$

Básico

Coulomb

$\vec{E} = k\frac{Q}{r^2}\vec{u_r}$ (para cargas puntuales)
$\vec{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u_r}$
$V = k\frac{Q}{r}$; $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_o}$

Gauss

$\Phi = \vec{E}\cdot\vec{S} \rightarrow EScos\theta$
$\Phi = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_o}$
$\Phi = \int \vec{E}\cdot d\vec{s}$

Potencial

$(E_p = \vec{F}(r)d\vec{r}; \Delta U = -\int_A^B \vec{F}(r)d\vec{r})$
$\Delta U = -W_{campo}$
$W_{\infty 2} = -k\frac{q_1 q_2}{r_{12}}$
$dV = -\vec{E}(r)dr \leftrightarrow \vec{E}(r) = \nabla V(\vec{r})$

Dist. contínuas

Hilo infinito

$E = \frac{2k\lambda}{d}$ (perpendicular)

($d =$ distancia hasta "P")

Anillo

$\vec{E} = k\frac{Q_{(a)}}{\sqrt{(a^2+R^2)^3}}\vec{u_a} \xrightarrow{(a \gg R)} \frac{KQ}{a^2}$
$V = k\frac{Q}{\sqrt{a^2+R^2}}$ $(\sqrt{a^2+R^2} = r)$

($a =$ distancia hasta "a")

Disco

$\vec{E} = 2\pi k\sigma\left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2+R^2}}\right)\vec{u_a}$
$\rightarrow \vec{E} = \frac{2kQ}{R^2}(\ldots)\vec{u_a} \begin{cases} (R \gg a) = \text{Plano} \\ (a \gg R)\ \frac{KQ}{a^2} \end{cases}$

Plano

$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_o}$

Esfera corteza

$\boxed{r > R}$

$\vec{E} = k\frac{Q}{r^2}\vec{u_r}$; $V = K\frac{Q}{r}$

$\boxed{r < R}$

$\vec{E} = 0$; $V = k\frac{Q}{R}$

Esfera homogénea

$\boxed{r > R}$

$\vec{E} = k\frac{Q}{r^2}\vec{u_r}$; $V = k\frac{Q}{r}$

$\boxed{r < R}$

$\vec{E} = k\frac{Qr}{R^3}\vec{u_r}$
$V = \frac{3}{2}k\frac{Q}{R} - \frac{1}{2}k\frac{Qr^2}{R^3}$

Cilindro

$\boxed{r > R}$

$E = \frac{\sigma R}{\epsilon_o r}$
(r = distancia a "P")

$\boxed{r = R}$

$E = \frac{\sigma}{\epsilon_o}$

$\boxed{r > R}$

$E = 0$ $Q = 0$

Conductores

$\vec{E}_{dentro} = 0 \rightarrow Q_{enc} = 0$
(Toda Q en superficie)

Lámina

$(E_{dentro} = 0$; $ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_o})$
$E = \frac{\sigma}{\epsilon_o}$

Esf. hueca

$[r > R] \equiv [r < R]$ (continuidad)

Electroes. y Circuitos

Ohm

$I = \frac{V}{R}$
$R = \rho'\frac{L}{S}$
$\sigma' = \frac{1}{\rho'}$
$G = \frac{1}{R} = \frac{S}{L}$

Corriente

$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = n \cdot eSv_d$
$\Delta Q = n \cdot e\Delta Vol = n \cdot eSv_d\Delta t$
$\rightarrow \Delta Vol = Sv_d\Delta t = S\Delta L$ (sección)
$\vec{J} = n \cdot e\vec{v_d} \rightarrow J = \frac{I}{S}$
$J = \sigma' E$
$\mu = \frac{\sigma'}{n \cdot e}$
$v_d = \frac{\sigma'}{n \cdot e}\vec{E} = \mu\vec{E}$
$\epsilon = IR$
$\frac{1}{2}m_e v_e^2 = eV$

Energía

$\Delta U = \Delta Q(V_B - V_A)$
pérdida E: $-\Delta U = \Delta QV = Q(V_A - V_B)$
variac. temp.: $-\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}V = IV$
V disipado: $V = I^2 R$

Condensadores

$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Q_o/\epsilon_o A} = \epsilon_o\frac{A}{d}$
$U = \frac{1}{2}CV^2$
Campo dentro:
$E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{\epsilon_o}$; $V = E \cdot d$

<u>Vacío</u> $\rightarrow V_C = \frac{q}{C} = 0$
<u>Lleno</u> $\rightarrow I_C = 0$

Dieléctrico:

$C = \epsilon\frac{A}{d}$ $\epsilon_r = 1 + \chi_e$
$\kappa = \frac{\epsilon}{\epsilon_o}$
$C_\kappa = C_o \cdot \kappa$
$\epsilon_o = \frac{1}{\mu_o c^2}$
$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_o}$

Carga condensador

$V_o = iR + \frac{q}{C}$
$\tau = RC$
$q = V_oC\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ $(max = V_oC)$
$i = \frac{dq}{dt} = \frac{V_o}{R}e^{-t/\tau}$

$\boxed{\textbf{Balance}}$

E_+ Batería:
$U_{bat}(t) = V_o^2C\left(1-e^{-t/\tau}\right)$
E_- Resist.:
$U_R(t) = \frac{V_o^2C}{2}\left(1-e^{-2t/\tau}\right)$
$E_{almac(-)}$ Cond.:
$U_C(t) = \frac{q^2}{2C} = \frac{V_o^2C}{2}\left(1-e^{-t/\tau}\right)^2$
$\rightarrow U_{bat} = U_R + U_C$

Descarga condensador

$(Q \equiv Q_{max \text{con la que empezamos}})$
$q(t) = QE^{-t/\tau}$
$i(t) = \frac{dq}{dt} = -\frac{Q}{\tau}e^{-t/\tau} = -\frac{V_o}{R}e^{-t/\tau}$

$\boxed{\textbf{Balance}}$

E_- Resist.: $U_R(t) = \frac{Q^2}{2C}\left(1-e^{-2t/\tau}\right)$
Var. E en Cond.:
$U_C(t) = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C}e^{-2t/\tau}$ $(U_{ini} = \frac{Q^2}{2C})$
$\rightarrow U_{ini} = U_R + U_C$

Asociación

$\boxed{\textbf{En paralelo}}$

$Q_1 + Q_2 = Q$; $V_1 = V_2 = V_o$
$C_1 + C_2 = C$
$U_in = U_f$ (si $V_2 = 0 \rightarrow U_f \leq U_in$)

$\boxed{\textbf{En serie}}$

$Q_1 = Q_2 = Q$; $V_1 + V_2 = V_o$
$\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C}$ $\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \frac{Q}{C}$

Inverso para **Resistencias**.

Kirchhoff

Nodos

$\sum I_i = 0$
$(I_1 - I_2 + I_3 ... = 0)$
Entra $\equiv I > 0$, Sale $\equiv I < 0$

Mallas

$\sum \epsilon_i = \sum V_i$
$(-\epsilon_1 + \epsilon_2 ... = -R_1I_1 + R_2I_2 ...)$
Borne $\oplus \rightarrow \ominus \equiv \epsilon > 0$
Direcc. $I =$ malla $I > 0$

Dipolo

$\vec{p} = q\vec{d}$ $(\vec{p} = qd\,\vec{u_x})$
$V = k\frac{1(r_2 - r_1)}{r_1r_2}$
$\xrightarrow{r \gg d} k\frac{\vec{r}\vec{p}}{r^3} = k\frac{p\cos\alpha}{r^2}$
d=distancia entre polos
E sobre eje x:
$\vec{E_x} = \frac{2xqd}{\left[x^2-(d/2)^2\right]^2}\vec{u_x} \xrightarrow{x \gg \frac{d}{2}} k\frac{2qd}{x^3}\vec{u_x}$
E sobre eje y:
$\vec{E} = -2k\frac{q\;d/2}{\left[y^2+(d/2)^2\right]^{3/2}} \xrightarrow{y \gg \frac{d}{2}} -k\frac{qd}{y^3}\vec{u_x}$

Campo homogéneo

$\vec{F_+} = -\vec{F_-}$; $q\vec{E_o} = -q\vec{E_o}$
Momento giro: $M = \vec{p} \times \vec{E_o}$
$dU = M\,d\theta \Rightarrow U = -pE_o\cos\theta + C$
$\xrightarrow[E_p=0]{\mu=0} U = -pE_o\cos\theta = -\vec{p}\cdot\vec{E_o}$

Polarización

$\vec{P} = \frac{1}{\Delta Vol}\sum\vec{p_i} \xrightarrow{=dip.} \vec{P} = n\vec{p}$
$\vec{P} = \chi_e\epsilon_o\vec{E} = \epsilon_o(\epsilon_r - 1)E = \chi_e\epsilon_oE$

$\boxed{\textbf{Campos}}$

$\vec{E}_{dentro} = \vec{E_o} - \vec{E_p}$
$\Rightarrow E = \epsilon_rE - \frac{\sigma_p}{\epsilon_o}$ $(E_p \equiv E\ polariz.)$
$\epsilon_r = \frac{E_o}{E}$

$\boxed{\textbf{Macro}}$

$Q_P = \sigma_PA$
$p_{tot} = Q_pL$
$P = \frac{p_{tot}}{Vol} = \sigma_P$ $[C/m^2]$
$D = \epsilon_oE + P = \epsilon_o\epsilon_rE = \epsilon E$ $(\epsilon = \epsilon_o\epsilon_r)$

Polarización elec.

$\vec{p} = \alpha\epsilon_o\vec{E}_{(local)}$
$\chi_e = n\alpha$ $(\alpha = \frac{\text{nº dipolos}}{Vol})$
$\vec{E}_{nube} = \vec{E_o} \rightarrow E_{nube} = k\frac{qd}{R^3}$
$\left.\begin{array}{l} P = 4\pi\epsilon_oR^3\vec{E_o} \\ \vec{P} = \alpha\epsilon_o\vec{E_o} \end{array}\right\} \Rightarrow \alpha_e = 4\pi R^3$
$(R \equiv$ nube $e^-)$

Polarización iónica

$\vec{p} = \alpha\epsilon_o\vec{E_o}$
$\alpha_{\text{orientación}} = \frac{p_o^2}{3\epsilon_ok_BT}$; $\chi = n\alpha_{ori.}$

E interacc. dip.

$U = -\vec{p_2}\vec{E_1} = -p_2E_{1x}$
$\rightarrow U = -k\frac{p_1p_2}{r^3}(3\cos^2\theta - 1)$
dipolos paralelos
$\Rightarrow$**Mínima E:** $\pm K\frac{2p_1p_2}{r^3}$
dependiendo de $\theta = \pi/2\,,\ 0...$
$\frac{dU}{dVol} = \frac{1}{2}\epsilon_r\epsilon_oE^2 = \frac{1}{2}\epsilon E^2$ $[J/m^3]$

$\boxed{\textbf{Campo y potencial}}$

(Coord. polares)
$V = k\frac{\vec{r}\vec{p_1}}{r^3} = k\frac{p_1}{cos\theta}$
$E_r = -\frac{dV}{dr} = k\frac{2p\cos\theta}{r^3}$
$E_\theta = -\frac{\lambda 2v}{r\;d\theta} = k\frac{p\sin\theta}{r^3}$

$\boxed{\textbf{Perm. + Ind.}}$

$(p_1 \equiv perm.$; $p_2 \equiv ind.)$
$U = -\vec{p_2}E_1$; $E_1 = E_{1x} = -K\frac{2p_1}{r^3}$
$\vec{p_2} = \alpha\epsilon_o\vec{E_1}$
$\Rightarrow U = -\frac{k}{\pi}\frac{\alpha p_1}{r^6} = -\frac{C}{r^6}$

$\boxed{\textbf{Ind. + Ind.}}$

$U = -\frac{C}{r^6}$
$C = \frac{3}{2}\alpha_1\alpha_2\frac{I_1I_2}{I_1+I_2}$
$I_{1,2} \equiv$ E ionización

Gauss

Sustituir ϵ_o en "k" por ϵ.