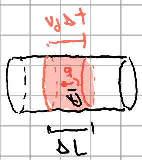
T5 – Corriente eléc., circuitos

§ Intensidad

$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ $\quad I = \frac{dq}{dt}$ $\quad \left[1A = \frac{1C}{1s}\right]$



$\Delta Q = qn\,\Delta Vol = qn\,S v_d \Delta t$, $\left[\Delta Vol = S \underbrace{v_d \Delta t}_{\Delta L}\right]$

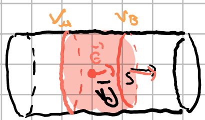
(v_d = vel de deriva
n = nº de cargas/ud. de volumen
= "densidad de portadores de carga")

$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{qn\,S v_d \Delta t}{\Delta t} = \boxed{qnSv_d}$

▸ **Densidad de corriente**

$\boxed{\vec{J} = qn\,\vec{v}_d}$ $\quad \left[I = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{S} \rightarrow I = JS \right]$ $\quad [A/m^2]$

§ Ley de Ohm

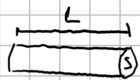


$V_A > V_B$ $\quad V = V_A - V_B = EL$

$\boxed{R \equiv \frac{V}{I}}$ $[\Omega]$ $\quad \boxed{R = \rho \frac{L}{S}}$ ← ρ = resistividad eléc. $[\Omega m]$

S: superf. de la sección

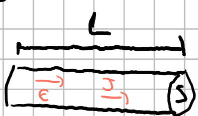
• Mat. Óhmicos → R = cte



! resistividad ≠ resistencia [-ividad]
resistividad tiene que ver con material, resistencia con longitud, etc...

§ Conductividad

$J = \sigma E$



$\left.\begin{array}{l} J = \frac{I}{S} \\ E = \frac{V}{L} \end{array}\right\}$ $\quad \frac{I}{S} = \sigma \frac{V}{L}$

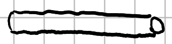
$\left.\begin{array}{l} R \equiv \frac{V}{I} = \frac{1}{\sigma}\frac{L}{S} \\ R = \rho \frac{L}{S} \end{array}\right\}$ conductividad: $\boxed{\sigma = \frac{1}{\rho}}$ tiene que ver con material [-ividad]

conductancia: $\boxed{G \equiv \frac{1}{R} = \sigma \frac{S}{L}}$ $\quad [ud.: S \text{ (siemens)} \rightarrow 1S = 1\Omega^{-1}]$ tiene que ver con circuito

movilidad eléctrica (/de los portadores)

$\left.\begin{array}{l} \vec{J} = qn\vec{v}_d \\ \vec{J} = \sigma \vec{E} \end{array}\right\}$ $\quad v_d = \frac{\sigma}{qn}\vec{E} \rightarrow v_d = \mu \vec{E}$ $\quad \rightarrow \boxed{\mu \equiv \frac{\sigma}{qn}}$ $\quad [m^2/V]$

Ejemplo



(ρ) resistividad $= 5\cdot 10^{-8}\ \Omega\cdot m$

a.) $\boxed{R = \rho \frac{L}{A}}$ — resistencia; longitud; área de la sección

$\rightsquigarrow V = IR$ (ohm)

b.) $J = I/A$ — dens. de corriente

c.) $\mu = \frac{\sigma}{nq} = \frac{1}{\rho n q}$ — conductividad; movilidad portad.; nº de portadores

(extra: $v_d = \frac{J}{qn}$ — vel. deriva)

§ Energía en circuitos

$\boxed{\Delta U = \Delta Q (V_B - V_A)}$

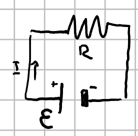
- pérdida de E.: $-\Delta U = \Delta Q V \rightarrow V = V_A - V_B$
- variación temporal: $-\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} V = IV$
- pot. disipada: $Pot = I^2 R$

§ F. electromotriz

(epsilon "grande")

f.e.m. $\equiv \mathcal{E} \equiv$ Trabajo / ud. de carga [V]

$\boxed{I = \frac{\mathcal{E}}{R}}$

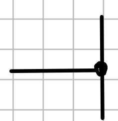


§ Asoc. de resistencias [Al revés que los condensadores !] ($V = IR_{eq}$)

- En serie: $R_{eq} = \sum R_i$
  ($V = V_1 + V_2 = IR_1 + IR_2$)
- En paralelo: $\frac{1}{R_{eq}} = \sum \frac{1}{R_i}$
  ($V_1 = V_2 = V$, $I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = \frac{V}{R_{eq}}$)

§ Reglas de Kirchhoff

① **Ley de nodos:** la suma de corrientes en un nodo $= 0$ (corr. entrante = saliente)



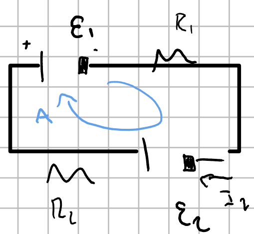
$\boxed{\sum I_i = 0}$

Si entra en nodo $\rightarrow I > 0$
Si sale de nodo $\rightarrow I <$
$\Big\}\ I_1 - I_2 + I_3 = 0$

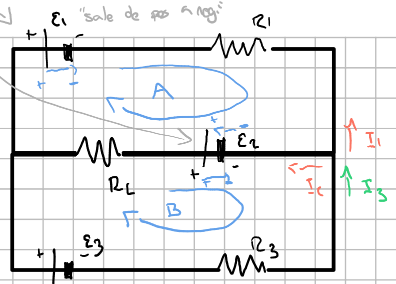
② **Ley de mallas** la suma de dif. de potencial en una malla $= 0$.

$\boxed{\sum \mathcal{E}_i = \sum V_i}$

- Si el sentido de la malla va de ⊕ a ⊖ $\rightarrow \mathcal{E} > 0$
- Si I coincide con el sentido de malla $\rightarrow V = IR > 0$



distinto signo en malla A



~~* Si la corriente en ε va de $\oplus \to \ominus$, el signo de I es POSITIVO; y el de ε es NEG.~~

Si: $\oplus \to \ominus$: Fem posit.
Corr. posit. si coincide con direcc. de malla

(Ley de Mallas)

→ MALLA A: $\varepsilon_1 < 0$, $\varepsilon_2 > 0$, $I_1 < 0$, $I_2 > 0$

→ MALLA B: $\varepsilon_2 < 0$, $\varepsilon_3 > 0$, $I_2 < 0$, $I_3 < 0$

$$\rightarrow \begin{cases} -\varepsilon_1+\varepsilon_2 = -R_1I_1 + R_2I_2 \\ -\varepsilon_2+\varepsilon_3 = -R_2I_2 - R_3I_3 \end{cases}$$

→ NODO: $I_1 < 0$, $I_2 < 0$, $I_3 > 0$ → $-I_1 - I_2 + I_3 = 0$

[RESOLUCIÓN CIRCUITOS]

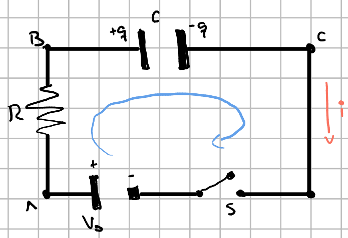
1.) Asociar todas las resistencias. (paralelo, serie → Req.)

2.) Establecer sentidos de intensidades de corrientes-nodos. (elegir un nodo y elegir sentido de "flechitas")

3.) Establecer sentidos de mallas (elegir sentido "círculos")

4.) Aplicar Kirchoff. (sacar ec. lineales)

CARGA DE CONDENSADOR



Análisis de malla:

$$\varepsilon = V_{AB} + V_{BC} \quad \begin{cases} \varepsilon = V_0 \\ V_{AB} = iR \\ V_{BC} = \frac{q}{C} \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{V_0 = iR + \frac{q}{C}}$$

$$\left.\begin{aligned} V_0 &= iR + \frac{q}{C} \\ i &= \frac{dq}{dt} \end{aligned}\right\} \quad V_0 = \frac{dq}{dt}R + \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dq}{}$$

cte. de tiempo $[\tau = RC]$

** $$\boxed{q = V_0C\left(1 - e^{-t/RC}\right)}$$

CARGA DE CONDENSADOR ("tras cerrar el circuito")

voltaje de pila

$\rightarrow$ {CARGA$_{máx}$ = V_0C}

$$\rightarrow \boxed{i = \frac{dq}{dt} = \frac{V_0}{R}e^{-t/\tau}}$$

▸ ENERGÍA Balance energético

aporta [▸ APORTADA POR BATERÍA: $U_{Bat}(t) = \int_0^t V_0 i\, dt = \left[V_0^2C\left(1 - e^{-t/RC}\right)\right]$

gasta [

▸ DISIPADA EN R: $U_R(t) = \int_0^t i^2 R\, dt = \left[\frac{V_0^2C}{2}\left(1 - e^{-2t/RC}\right)\right]$

▸ ALMACENADA EN C: $U_C(t) = \left[\frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{V_0^2C}{2}\left(1 - e^{-t/RC}\right)^2\right]$

$$\rightarrow \left[U_{Bat} = U_R + U_C\right]$$

DESCARGA CONDENSADOR

abro circuito, condensador se descarga

$$iR + \frac{q}{C} = 0 \rightarrow -\frac{dq}{dt} = \frac{q}{RC} \Rightarrow RC\int_Q^q \frac{dq}{q} = -\int_0^t dt \rightarrow \boxed{q(t) = Q\,e^{-t/RC}}$$

Q máx con la que empezamos

CARGA QUE QUEDA EN TIEMPO (t)

$$\rightarrow \boxed{i(t) = \frac{dq}{dt} = -\frac{Q}{RC}e^{-t/RC} = -\frac{V_0}{R}e^{-t/\tau}}$$

▸ ENERGÍA ALMACENADA INICIAL EN C: $\left[U_{C,i} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\right]$

▸ ENERGÍA DISIPADA EN R: $U_R(t) = \int_0^t i^2 R\, dt = \boxed{\frac{Q^2}{2C}\left(1 - e^{-2t/RC}\right)}$

▸ EVOL. E. EN C: $U_C(t) = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \boxed{\frac{Q^2}{2C}e^{-2t/RC}}$

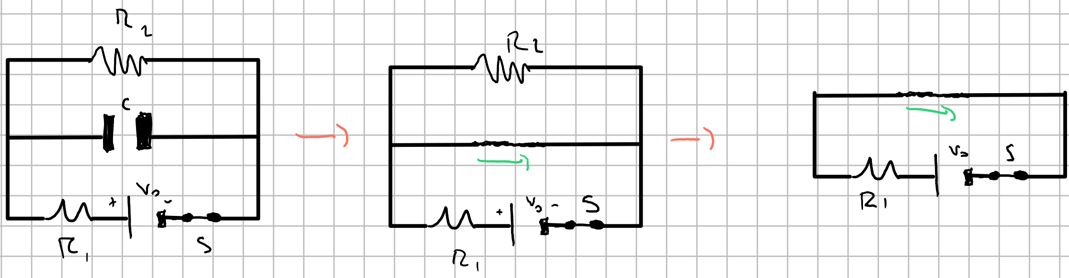
$\rightarrow$ $U_{ini} = U_R + U_C$ $(t \to \infty)$

§ "EXTREMOS"

CONDENS VACÍO

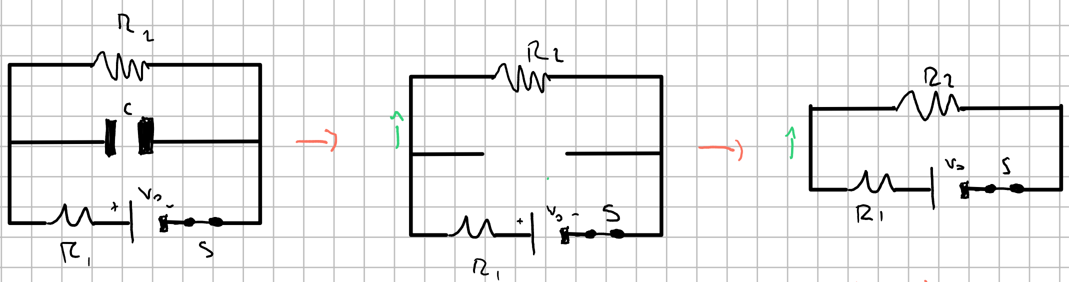
• A $t=0$ → condensador descargado no supone resistencia $V_C = \frac{q}{C} = 0$ → cortocircuito

→ corriente prefiere ir donde no hay R



CONDENS. LLENO

• A $t=\infty$, condensador lleno ($I_C = 0$) → circuito abierto (no pasa corriente)



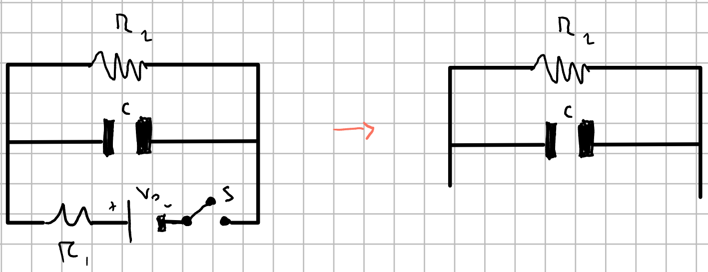
$$\boxed{I_{t=\infty} = \frac{V_0}{R_1+R_2}} \qquad \boxed{V_C = \frac{Q_{máx}}{C} = IR_2}$$

$Q_{máx}$ que puede aceptar condensador

← (sigue habiendo diferencia de pot. en los extremos del condensador)

▸ Vuelvo a abrir

• C suministra su carga



en este ej: →

$$\begin{cases} i(t) = -\frac{V_0}{R_2} e^{-t/\tau} \\ q(t) \end{cases}$$

no es igual en todos los casos !