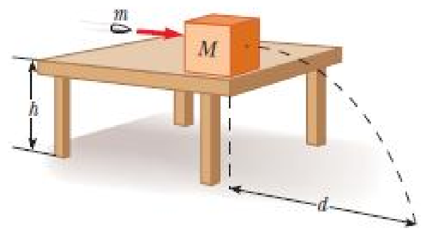
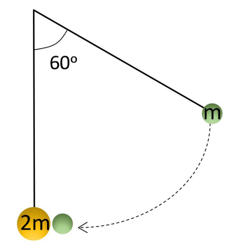
Sistemas de partículas

1. Una bala de masa m = 0.3 kg que viaja con una velocidad de 400 ms^{-1} choca contra un bloque de madera de masa M= 4 kg que se encuentra equilibrado sobre el borde de una mesa a 0.8 m por encima del suelo. Determine la distancia d a la que el bloque choca con el suelo si:



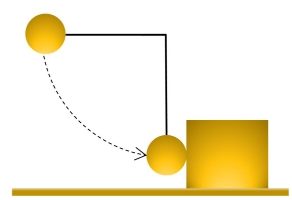
a) La bala se incrusta totalmente en el bloque.
b) La bala chola elásticamente con el bloque.

2. Dos bolas de marfil de masas *m* y 2*m* respectivamente están suspendidas de dos hilos inextensibles de 1 m de longitud. Separamos la bola de masa *m* de su posición de equilibrio 60º, manteniendo el hilo extendido y en el mismo plano vertical que el otro hilo. La soltamos y choca elásticamente con la bola de masa 2*m*. Calcule:



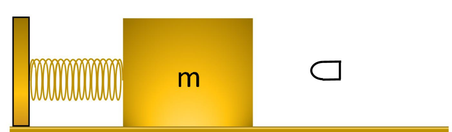
a) La velocidad de ambas bolas inmediatamente después del choque.
b) Las alturas máximas a las que ascenderán después del choque.

3. Un péndulo está formado por una bola de 1 kg atada a una cuerda de 1 m de longitud. El péndulo se deja libre en la posición horizontal y cuando está en el punto más bajo choca elásticamente contra un cuerpo de 2 kg. Después de la colisión el cuerpo se mueve por una superficie horizontal. Si el coeficiente de rozamiento cinético entre el cuerpo y la superficie horizontal es de 0.2. Determine:



a) La velocidad del cuerpo y de la bola después de la colisión.
b) La máxima altura alcanzada por la bola después de la colisión.
c) La distancia que recorre el cuerpo por la superficie horizontal hasta detenerse.

4. Se dispara una bala de masa m=10 g contra un bloque de madera de masa M=990 g que está unido a un muelle espiral de constante elástica k=9.8 Ncm^{-1}. Tras el choque la bala queda incrustada dentro del bloque desplazando el sistema de forma que el muelle se contrae una longitud x=5cm. El coeficiente de fricción entre el bloque y el suelo es μ_c = 0.4. Calcule:



a) El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.
b) La velocidad del bloque justo después del impacto.

c) La velocidad de la bala justo antes del impacto.

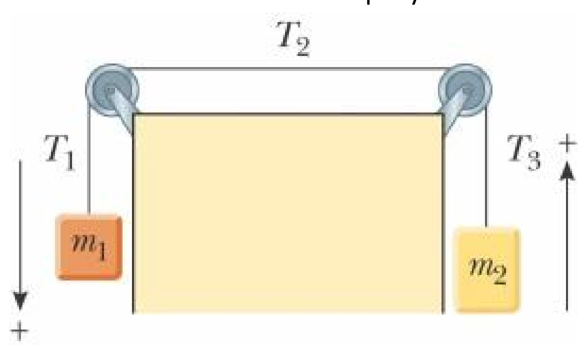
5. Una partícula α ($^4He^{++}$) que lleva una velocidad de 300 ms^{-1} choca elásticamente contra un átomo de helio que inicialmente se encuentra en reposo. Después del choque la partícula α lleva una dirección que forma un ángulo de 30º con la dirección inicial. Calcule la velocidad de la partícula α y del átomo de helio después del choque y el ángulo que forma el átomo de helio con la dirección inicial de la partícula α (suponga que las masas del átomo de helio y de la partícula α son iguales)

6. El isótopo de boro ^9B es inestable y se desintegra en un protón y dos partículas α. La energía liberada en forma de energía cinética de los productos de la reacción es $4.4 \cdot 10^{-14}$ J. Si las dos partículas α tienen energías iguales determine el módulo y la dirección de sus velocidades respecto de la del protón si la velocidad de éste es $6 \cdot 10^6$ ms^{-1} (1 uma= $1.66 \cdot 10^{-27}$ Kg)

7. Un hombre está de pie en el centro de una plataforma circular sin fricción manteniendo sus brazos extendidos horizontalmente con una pesa en cada mano. Se encuentra girando alrededor de un eje vertical con una velocidad angular de 2 r.p.s. El momento de inercia del hombre más la plataforma y los pesos extendidos es de 5 kgm^2. Cuando el hombre acerca los pesos hacia su cuerpo el momento de inercia disminuye a 2 kgm^2.

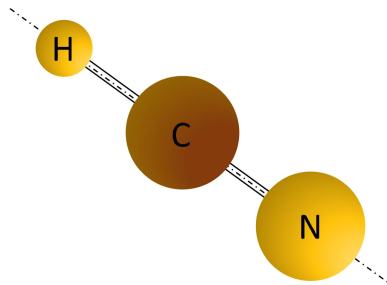
a) ¿Cuál es la nueva velocidad angular de la plataforma?
b) ¿Cuál es la variación de energía cinética experimentada por el sistema?
c) ¿De dónde procede este incremento de energía?

8. Dos bloques que tienen masa m_1 y m_2 están conectados entre sí por una cuerda ligera que pasa por dos poleas idénticas sin fricción y cada una con un momento de inercia I y radio R como se muestra en la figura. Calcule la aceleración de cada bloque y las tensiones T_1, T_2, y T_3 en la cuerda.



9. Determine la frecuencia natural de oscilación de la molécula $^{16}O_2$ considerando que está formada por dos átomos de oxígeno unidos mediante un muelle de constante de recuperación k=1155.7 N/m

10. Considere la molécula de ácido cianhídrico HCN. La masa del átomo de hidrógeno es 1 uma, la del átomo de carbono 12 uma y la del de nitrógeno 14 uma. Las longitudes del enlace son 1Å, aproximadamente. Calcule:



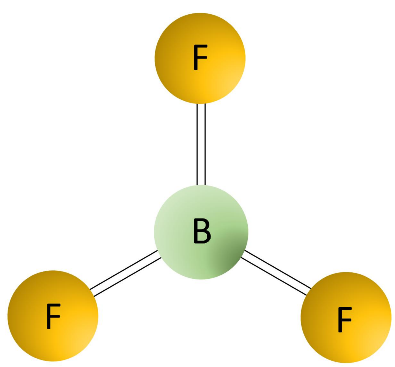
a) La posición del centro de masas de la molécula.

b) El momento de inercia de la molécula para la rotación alrededor de un eje (principal) perpendicular al eje internuclear que pase por el centro de masas.

c) Estime La energía asociada a la rotación de la molécula (en eV) y el periodo de rotación, si el momento angular vale $\hbar = h/2\pi$.

(1 Å= 10^{-10} m h=6.62 10^{-34} Js, constante de Planck)

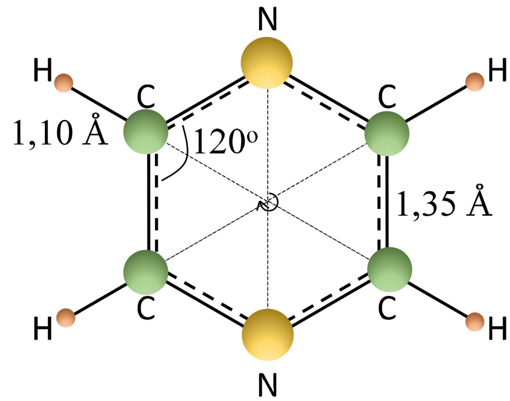
11. Considere la molécula plana de BF_3 donde los átomos de F forman un ángulo de 120º entre sí. La masa del átomo de Boro es 10.81 uma, la de Flúor es 19.00 uma y la distancia entre átomos de F y B es 1 Å. Calcule:



a) La posición del centro de masas de la molécula y el momento de inercia respecto a un eje que pasa por el centro de masas y es perpendicular al plano de la molécula.

b) la frecuencia angular y la energía cinética de la molécula cuando gira en el plano en torno al centro de masas con un momento angular igual a $1.05 \cdot 10^{-34}$ Js.

12. La pirazina es un compuesto heterocíclico y de anillo aromático cuya molécula está compuesta por 4 átomos de carbono (12 uma), 2 átomos de nitrógeno (14 uma) y 4 hidrógenos (1 uma) tal como muestra la figura.



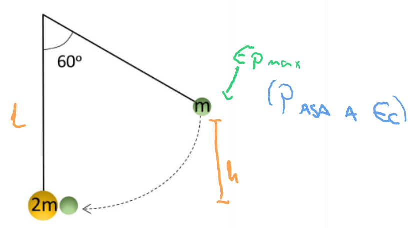
Aunque debido a la diferencia electrónica de los átomos C y N su geometría es la de un hexágono levemente estirado, ignoraremos esta desviación y supondremos que la molécula tiene la forma de un hexágono regular, con igual valor para todos sus ángulos internos: α(N-C-C) = α(C-N-C) = 120º. También supondremos que son iguales las longitudes de los enlaces C-C y C-N (1.35 Å), mientras la de los enlaces C-H es de 1.10 Å. Con esta simplificación:

a) Determine las coordenadas del centro de masa de la molécula, eligiendo un sistema de coordenadas adecuado.

b) Calcule el momento de inercia de la molécula respecto a un eje perpendicular al plano de la molécula que pasa por su centro geométrico (indicado por el punto en el centro de la figura)

c) Calcule el momento angular y la energía cinética si la molécula de pirazina gira por el eje del apartado b) con una frecuencia ν= $1.25 \cdot 10^{11}$ Hz.

2. Dos bolas de marfil de masas *m* y 2*m* respectivamente están suspendidas de dos hilos inextensibles de 1 m de longitud. Separamos la bola de masa *m* de su posición de equilibrio 60º, manteniendo el hilo extendido y en el mismo plano vertical que el otro hilo. La soltamos y choca elásticamente con la bola de masa 2*m*. Calcule:



$h = L - \cos\theta$

a) La velocidad de ambas bolas inmediatamente después del choque.

b) Las alturas máximas a las que ascenderán después del choque.

a.) Ep → Ec

Ep = Ec

$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 \Rightarrow v_0^2 = 2gL(1-\cos\theta)$

CHOQUE ELÁSTICO: CONS. Ec.

$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}2mv_2^2 \to v_0^2 = v_1^2 + 2v_2^2$

$2gL(1-\cos\theta) = v_1^2 + 2v_2^2$

$(\vec{v_0} = -v_0\vec{i})$

$\underbrace{-\cancel{m}v_0 + 0}_{\text{antes del choque}} = \underbrace{\cancel{m}v_1 + 2\cancel{m}v_2}_{\text{después del choque}} \to v_0^2 = v_1^2 + 4v_2^2 + 4v_1v_2$

$\cancel{v_1^2} + 2v_2^2 = \cancel{v_1^2} + 4v_2^2 + 4v_1v_2$

$0 = 2v_2^2 + 4v_1v_2$

$\Rightarrow v_2 = -2v_1$

SUSTITUYO LAS EC. $v_1^2 + 2\cdot4v_1^2 = 9v_1^2 = 2gL(1-\cos\theta)$

$\to v_1^2 = \frac{2}{9}gL(1-\cos\theta) \Rightarrow \boxed{v_1 = 1'04\ m/s}$

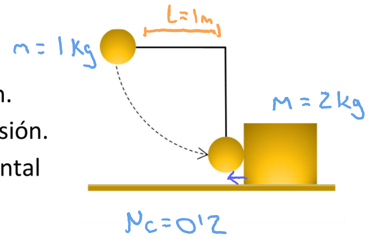
$v_2 = -2v_1 = \boxed{-2'09\ m/s}$

b.) v_1 m — $\frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_1 \to \boxed{h_1 = 0'055\ m}$

v_2 $2m$ — $\frac{1}{2}2mv_2^2 = 2mgh_2 \to \boxed{h_2 = 0'222\ m}$

3. Un péndulo está formado por una bola de 1 kg atada a una cuerda de 1 m de longitud. El péndulo se deja libre en la posición horizontal y cuando está en el punto más bajo choca elásticamente contra un cuerpo de 2 kg. Después de la colisión el cuerpo se mueve por una superficie horizontal. Si el coeficiente de rozamiento cinético entre el cuerpo y la superficie horizontal es de 0.2. Determine:

a) La velocidad del cuerpo y de la bola después de la colisión.
b) La máxima altura alcanzada por la bola después de la colisión.
c) La distancia que recorre el cuerpo por la superficie horizontal hasta detenerse.



a.) Bola $E_{c1}+E_{p1}=E_{c2}+E_{p2}$ (conserv. Em)

① $0+mgL=\frac{1}{2}mv^2+0$ ②

$\Rightarrow v=4'45\ m/s$ (antes del choque)

(conserv. momento) v después del choque

$mv_1+0=mv_1'+Mv_2' \longrightarrow \left[v_2'=\frac{m(v_1-v_1')}{M}\right]$

conserv. Ec (choque elástico)

$\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}mv_1'^2+\frac{1}{2}Mv_2'^2$

$m(v_1^2-v_1'^2)=Mv_2'^2 \longrightarrow v_2'^2=\frac{m(v_1^2-v_1'^2)}{M}=\overbrace{\frac{m(v_1-v_1')}{M}}^{v_2'}(v_1+v_1')$

$\longrightarrow v_2'(v_1+v_1')=v_2'^2 \Rightarrow \left[v_2'=v_1+v_1'\right]$

$\longrightarrow v_1'=\frac{m-M}{m+M}v_1=\frac{m-2m}{3m}v_1=\boxed{-1'48\ m/s}$

↳ (sustituy.) $\boxed{v_2'=2'95\ m/s}$

b.) Tras el choque se vuelve a pasar $E_c \longrightarrow E_p$.

$\frac{1}{2}mv_1'^2+0=0+mgh \Rightarrow \boxed{h_{máx}=\quad}$

c.) $\left[\Delta E_m=\underset{\vec{F}\cdot\vec{r}}{W'}_{no\ conserv.}\right]$ $\quad (\cancel{E_{c2}}^{0}+\cancel{E_{p2}}^{0})-(\underset{\frac{1}{2}Mv_2'^2}{E_{c1}}+\cancel{E_{p2}})=-\overbrace{\mu_c\cdot Mg}^{F_r=\mu_c N}\cdot d$

$\rightarrow \frac{1}{2}Mv_2'^2=\mu_c Mg d \Rightarrow \boxed{d=2'22\ m}$

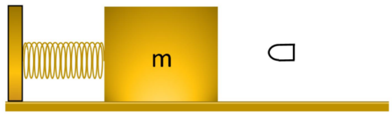
pasar a kg

4. Se dispara una bala de masa m=10 g contra un bloque de madera de masa M=990 g que está unido a un muelle espiral de constante elástica k=9.8 Ncm^{-1}. Tras el choque la bala queda incrustada dentro del bloque desplazando el sistema de forma que el muelle se contrae una longitud x=5cm. El coeficiente de fricción entre el bloque y el suelo es μ_c = 0.4. Calcule:

(totalm. inelástico)

a) El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.

b) La velocidad del bloque justo después del impacto.



metros

a.) $W_R = -\mu_c (m+M) g \cdot x$

b.) Conserv. momento.

Conserv. E_{TOTAL}. $(\Delta E = W')$