Ejercicio 22

quiero ver que la conjuncion de las propiedades implica que la relacion es vacia

$$
\begin{aligned}
&(\\
&\quad \forall x1.\neg R(x1, x1)\ \hat{}\\
&\quad \forall x2.\forall y2.(R(x2, y2) \supset R(y2, x2))\ \hat{}\\
&\quad \forall x3.\forall y3.\forall z3.((R(x3, y3)\ R(y3, z3)) \supset R(x3, z3))\\
&) \supset \forall x4.\neg\exists y4.R(x4, y4)
\end{aligned}
$$

para demostrar que la formula es valida, veremos que su negacion es insatisfacible

al negar la formula se obtiene lo siguiente

$$
\begin{aligned}
&(\\
&\quad \forall x1.\neg R(x1, x1)\ \hat{}\\
&\quad \forall x2.\forall y2.(R(x2, y2) \supset R(y2, x2))\ \hat{}\\
&\quad \forall x3.\forall y3.\forall z3.((R(x3, y3)\ R(y3, z3)) \supset R(x3, z3))\ \hat{}\\
&\quad \neg\forall x4.\neg\exists y4.R(x4, y4)\\
&)
\end{aligned}
$$

eliminamos implicaciones

$$
\begin{aligned}
&(\\
&\quad \forall x1.\neg R(x1, x1)\ \hat{}\\
&\quad \forall x2.\forall y2.(\neg R(x2, y2)\ v\ R(y2, x2))\ \hat{}\\
&\quad \forall x3.\forall y3.\forall z3.(\neg(R(x3, y3)\ R(y3, z3))\ v\ R(x3, z3))\ \hat{}\\
&\quad \neg\forall x4.\neg\exists y4.R(x4, y4)\\
&)
\end{aligned}
$$

usamos de morgan

$$
\begin{aligned}
&(\\
&\quad \forall x1.\neg R(x1, x1)\ \hat{}\\
&\quad \forall x2.\forall y2.(\neg R(x2, y2)\ v\ R(y2, x2))\ \hat{}\\
&\quad \forall x3.\forall y3.\forall z3.(\neg R(x3, y3)\ v\ \neg R(y3, z3)\ v\ R(x3, z3))\ \hat{}\\
&\quad \neg\forall x4.\neg\exists y4.R(x4, y4)\\
&)
\end{aligned}
$$

negamos cuantificador universal

$$
\begin{aligned}
&(\\
&\quad \forall x1.\neg R(x1, x1)\ \hat{}\\
&\quad \forall x2.\forall y2.(\neg R(x2, y2)\ v\ R(y2, x2))\ \hat{}\\
&\quad \forall x3.\forall y3.\forall z3.(\neg R(x3, y3)\ v\ \neg R(y3, z3)\ v\ R(x3, z3))\ \hat{}\\
&\quad \exists x4.\exists y4.R(x4, y4)\\
&)
\end{aligned}
$$

skolemizamos

$$
\begin{aligned}
&(\\
&\quad \forall x1.\neg R(x1, x1)\ \hat{}
\end{aligned}
$$

$\forall$x2.$\forall$y2.($\neg$R(x2, y2) v R(y2, x2)) ^
$\forall$x3.$\forall$y3.$\forall$z3.($\neg$R(x3, y3) v $\neg$R(y3, z3) v R(x3, z3)) ^
R(a, b)
)

hemos obtenido las siguientes clausulas

1. {$\neg$R(x1, x1)} goal
2. {$\neg$R(x2, y2), R(y2, x2)} definicion
3. {$\neg$R(x3, y3), $\neg$R(y3, z3), R(x3, z3)} definicion
4. {R(a, b)} definicion

realizamos SLD

goal	clausula de entrada	sustitucion
5. $\neg$R(x1, x1)	3	x1/x3, x1/z3
6. $\neg$R(x1, y3), $\neg$R(y3, x1)	4	a/x1, b/y3
7. $\neg$R(b, a)	2	b/y2, a/x2
8. $\neg$R(a, b)	4	{}
9. {}		

demostradisimo.