# [运筹学]2019.1月期末考真题及答案

原创：暮光春晓 暮光春晓 今天


本期推送是【运筹学】2019年1月期末考真题及答案

答案仅供参考，如有错误欢迎纠正

**后面是2019上课时候老师给的考点**

（不一定是全的）

**一、不定项选择题（每小题3分，共15分）**

**1. 下列说法正确的是（ACD）**

A．图解法同单纯形法虽然求解的形式不同，但从几何上解是，两者是一致的

B．线性规划问题的每一个基解对应可行域的一个顶点

C．如果线性规划问题存在最优解，则最优解一定对应可行域边界上的一个点

D．线性规划问题的任意可行解都可以用全部基解的线性组合来表示

**2. 有3个产地4个销地的平衡运输问题具有特征（D）**

A．有7个变量

B．有12个约束

C．有6约束

D．有6个基变量

**3. 互为对偶的两个问题存在关系（D）**

A．原问题无可行解，对偶问题也无可行解

B．对偶问题有可行解，原问题也有可行解

C．原问题有最优解，对偶问题可能没有最优解

D．原问题无界解，对偶问题无可行解

**4. 已知线性规划的约束条件如下，则（B）为问题的一个基本解。**

A．（0，2，3，2）

B．（3，0，-1，0）

C．（0，0，6，5）

D．（2，0，1，2）

**5. u是关于可行流f的一条增广链，则在u上有（C），其中fij为流量，Cij为容量**

A．对任意 $(i,j)\in\mu^{+}$，有 $f_{ij}\le C_{ij}$　　B．对任意 $(i,j)\in\mu^{-}$，有 $f_{ij}\le C_{ij}$

C．对任意 $(i,j)\in\mu^{+}$，有 $f_{ij}< C_{ij}$　　D．对任意 $(i,j)\in\mu^{-}$，有 $f_{ij}\ge 0$

**二、判断题（每小题2分，共10分）**

1. 若线性规划问题原问题有无穷多最优解，则其对偶问题也具有无穷多最优解。（√）
2. 如果运输问题单位运价表的某一行（或某一列）元素分别加上一个常熟k，最优调运方案将不会发生变化。（√）
3. 表上作业法实质上就是求解运输问题的单纯形法。（√）
4. 用分支定界法求解一个极大化的整数规划问题，当得到多于一个可行解时，通常可任取其中一个作为下界值，再进行比较剪枝。（×）
5. 对偶问题的目标函数总是与原问题目标函数相等。（×）

**三（15分）、考虑下列线性规划：**

$$\text{Max } z=-5x_1+5x_2+13x_3$$
$$\text{s.t.}\begin{cases}-x_1+x_2+3x_3\leqslant 20\\ 12x_1+4x_2+10x_3\leqslant 90\\ x_1,\ x_2,\ x_3\geqslant 0\end{cases}$$

1. 化标准形式，求最优解；
2. 写出最优解B和它的逆。

**答：**

**1. 标准形式为**

max z=–5x1+5x2+13x3

$$\begin{cases}-x1+x2++x3+x4=20\\ 12x1+4x2+10x3+x5=90\\ xj\geqslant 0,\ j=1,2,3,4,5\end{cases}$$

最优解为

最优解计算：

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Cj | | | -5 | 5 | 13 | 0 | 0 | θi |
| Cb | 基 | b | X1 | X2 | X3（换出） | X4 | X5 | |
| 0 | X4（换入） | 20 | -1 | 1 | 3 | 1 | 0 | 20/X3 = 20/3 |
| 0 | X5 | 90 | 12 | 4 | 10 | 0 | 1 | 90/X3 = 9 |
| | δj（检验数） | | -5 | 5 | 13 | 0 | 0 | |
| Cb | 基 | b | X1 | X2 | X3（换出） | X4 | X5 | |
| 13 | X3 | 20 | -1 | 1 | (乘以1/3) 3 | 1 | 0 | |
| 0 | X5 | 90 | 12 | 4 | 10 | 0 | 1 | |
| Cb | 基 | b | X1 | X2(换出) | X3 | X4 | X5 | |
| 13 | X3（换入） | 20/3 | -1/3 | 1/3 | 1 | 1/3 | 0 | 20 |
| 0 | X5 | 70/3 | 46/3 | [illegible]/3 | 0 | -10/3 | 1 | 35 |
| | δj（检验数） | | -2/3 | 2/3 | 0 | -13/3 | 0 | |
| Cb | 基 | b | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | |
| 5 | X2 | 20 | -1 | 1 | 3 | 1 | 0 | |
| 0 | X5 | 10 | 16 | 0 | -2 | -4 | 1 | |
| | δj（检验数） | | 0 | 0 | -2 | -5 | 0 | （检验数均≤0，为最优解） |

最优解为X=(0,20,0,0,10)T。

**2. 最优基和它的逆：**

$$B^{-1}:\begin{bmatrix}1 & 0\\ -4 & 1\end{bmatrix}$$

$$\text{最优基：}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 4 & 1\end{bmatrix}$$

**四（10分）、已知线性规划问题：**

$$\min\ z=8x1+6x2+3x3+6x4$$
$$\begin{cases}x1+2x2+x4\geqslant 3\\ 3x1+x2+x3+x4\geqslant 6\\ x3+x4\geqslant 2\\ x1+x3\geqslant 2\\ xj\geqslant 0,\ j=1,2,3,4\end{cases}$$

1. 写出对偶问题；
2. 已知原问题的最优解为X=（1，1，2，0）T（T为右上标），求对偶问题的最优解。

**答：**

**1. 对偶问题为**

$$\max\ w=3y_1+6y_2+2y_3+2y_4$$
$$\begin{cases}y_1+3y_2+y_4\le 8\\ 2y_1+y_2\le 6\\ y_2+y_3+y_4\le 3\\ y_1+y_2+y_3\le 6\\ y_1,y_2,y_3,y_4\ge 0\end{cases}$$

**2. 将原问题最优解代入，** 设对偶问题的最优解为Y=（y1,y2,y3,y4）T(T为右上标),根据互补松弛原理，由x1，x2，x3＞0有

$$\begin{cases}y1+3y2+y4=8\\ 2y1+y2=6\\ y2+y3+y4=3\end{cases}$$

且 y4=0，有

$$\begin{cases}y1+3y2=8\\ 2y1+y2=6\\ y2+y3=3\end{cases}$$

解得 y1=2, y2=2, y3=1, 故对偶问题最优解为

Y=(2, 2, 1, 0)T(T 为右上标), w=3×2+6×2+2=20=Z。

**五（10分）、有甲、乙、丙、丁四个人，要分别指派他们完成A、B、C、D不同的工作，每人做各项工作所消耗的时间如下表所示：**

$$\begin{Bmatrix}7 & 9 & 10 & 12\\ 13 & 12 & 15 & 17\\ 12 & 15 & 16 & 14\\ 11 & 14 & 16 & 15\end{Bmatrix}$$

问：应该如何指派，才能使总的消耗时间为最少。

**答：**

$$\begin{bmatrix}7 & 9 & 10 & 12\\ 13 & 12 & 15 & 17\\ 15 & 16 & 14 & 15\\ 11 & 12 & 15 & 16\end{bmatrix}\longrightarrow\begin{bmatrix}0 & 2 & 3 & 5\\ 1 & 0 & 3 & 5\\ 1 & 2 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 4 & 5\end{bmatrix}\longrightarrow\begin{bmatrix}0 & 2 & 3 & 4\\ 1 & 0 & 3 & 4\\ 1 & 2 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 4 & 4\end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cc}\begin{bmatrix}0 & 2 & 3 & 4\\ 1 & 0 & 3 & 4\\ 1 & 2 & 0 & \cancel{0}\\ \cancel{0} & 1 & 4 & 4\end{bmatrix} & \begin{matrix}\checkmark\\ \\ \\ \checkmark\end{matrix}\\ \checkmark & \end{array}\longrightarrow\begin{bmatrix}0 & 1 & 2 & 3\\ 2 & 0 & 3 & 4\\ 2 & 2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 3 & 3\end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cc}\begin{bmatrix}0 & 1 & 2 & 3\\ 2 & 0 & 3 & 4\\ 2 & 2 & 0 & \cancel{0}\\ \cancel{0} & \cancel{0} & 3 & 3\end{bmatrix} & \begin{matrix}\checkmark\\ \checkmark\\ \\ \checkmark\end{matrix}\\ \checkmark\ \checkmark & \end{array}\longrightarrow\begin{bmatrix}\cancel{0} & 1 & 0 & 1\\ 2 & 0 & 1 & 2\\ 4 & 4 & \cancel{0} & 0\\ 0 & \cancel{0} & 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$\text{最优解矩阵为：}\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

即：甲做C，乙做B，丙做D，丁做A。总花费的时间为48。

**六（15分）、已知运输问题的运价表及要求如下：**

| Bj / Cij / Ai | B1 | B2 | B3 | B4 | a |
|---|---|---|---|---|---|
| A1 | 5 | 12 | 4 | 11 | 16 |
| A2 | 2 | 10 | 3 | 9 | 10 |
| A3 | 8 | 5 | 11 | 6 | 22 |
| b | 8 | 14 | 12 | 14 | |

要求：

1. 求初始方案；
2. 求最佳调运方案；
3. 如B2的销量增加到20，试把问题华为平衡的运输问题。

**答：**

**1. 初始方案的检验数表为：**

| vj / Cij (δij) / ui | 3 | 10 | 4 | 11 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | （2） | （2） | 4 | 11 |
| -1 | 2 | （1） | 3 | （-1） |
| -5 | （10） | 5 | （12） | 6 |

**2. 求最佳调运方案：**

由1知，因为δ24=–1＜0，故应引入x24，在原方案中标出调整回路，得调整后方案二：

| Bj / Xij / Ai | B1 | B2 | B3 | B4 | a |
|---|---|---|---|---|---|
| A1 | | | 12 | 4 | 16 |
| A2 | 8 | | | 2 | 10 |
| A3 | | 14 | | 8 | 22 |
| b | 8 | 14 | 12 | 14 | |

方案二的检验数表为：

| vj / Cij (δij) / ui | 4 | 10 | 4 | 11 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | （1） | （2） | 4 | 11 |
| -1 | 2 | （2） | （1） | 9 |
| -5 | （9） | 5 | （12） | 6 |

故方案二为最优方案。

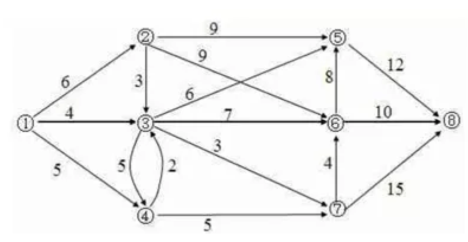
**3. 如B2的销量增加到20** 这时$\Sigma a_i=48$, $\Sigma b_j=54$, 假想一产地 $A_4$，其产量 $a_4=\Sigma b_j-\Sigma a_i=6$，则相应的模型化为：

| Bj / Cij / Ai | B1 | B2 | B3 | B4 | a |
|---|---|---|---|---|---|
| A1 | 5 | 12 | 4 | 11 | 16 |
| A2 | 2 | 10 | 3 | 9 | 10 |
| A3 | 8 | 5 | 11 | 6 | 22 |
| A4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| b | 8 | 20 | 12 | 14 | 54 |

**七（15分）、给出有向图如下：**

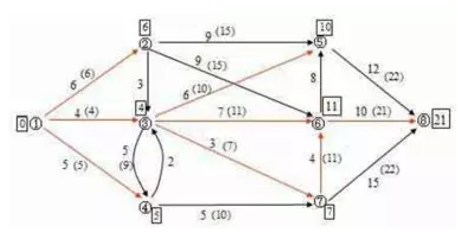
如果弧上的数字表示路的距离，求点1到8的最短路；

如果弧上的数字表示有向弧的容量，求从点1到8的最大流。



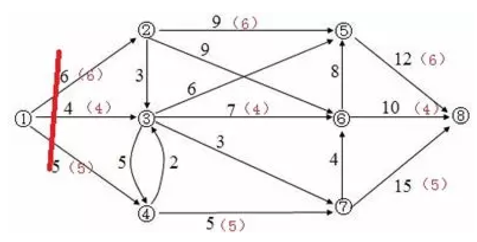
**答：**

**最短路：**



v1到v8的最短路径有两条，P18={v1,v3,v7,v6,v8}及P18={v1,v3,v6,v8}，最短路长为21。

**最大流：**



最大流为6+4+5=15。

**八（10分）、用图解法说明求解线性规划问题单纯形法的解题思想。**

**答：**

一般步骤：

1）以变量x1为横轴坐标轴，x2为纵坐标轴，适当选取单位坐标长度建立平面坐标直角坐标系。由变量的非负性约束性可知，满足该约束条件的解均在第一象限内。

2）图示约束条件，找出可行域（所有约束条件共同构成的图形）。

3）画出目标函数等值线，并确定函数增大（或减小）方向。

4）可行域中使目标函数达到最优的点即为最优解。

**2019考点**

第一章：1. 什么是标准形？ 添加松弛变量或剩余变量变标准形
2. 用单纯形法求解

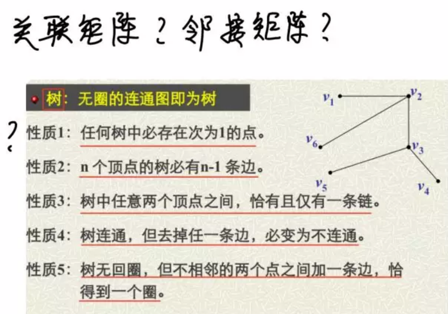
第二章：1. 对偶理论
求线性规划的对偶
2. 5个性质及应用判定

第三章：1. 运输问题：先判断是否平衡
否 → 转化为平衡 → 表上作业法
是 → 表上作业法

定理：设有$m$个产地$n$个销地且产销平衡的运输问题，则基变量数为$m+n-1$。 有$m\times n$个变量，$m+n$个等式约束

第四章：1. 整数规划求解：分支定界法
2. 指派问题求解：匈牙利法

第五章：1. 什么是度？关联矩阵？邻接矩阵？
2. 握手定理
3. 什么是树？




4. 求最小支撑树？避圈法、破圈法
5. 求最短路？
6. 什么是可行流？
7. 求最大流？

2017上学年[运筹学]考试重点

1. 线性规划的标准形式
2. 单纯形法的计算
3. 对偶问题，知道最优解，求对偶问题的最优解
4. 运输问题
5. 指派问题的匈牙利法
6. 最小生成树和最短路径

**祝大家考试都一次通过，早日拿证毕业**

**回复“关键字” or “资源**

**获得所有资源**