

CALCUL NUMERIC – TEMA #3

Ex. 1 Să se rezolve manual conform algoritmilor: metoda Gauss fără pivotare, metoda Gauss cu pivotare parțială și metoda Gauss cu pivotare totală următoarele sisteme:

$$\begin{cases} x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = 5 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 - 2x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - x_3 = 2 \end{cases} \quad (1)$$

Ex. 2 Să se construiască în Matlab procedura **SubsDesc** conform sintaxei $x = \text{SubsDesc}(A, b)$ care rezolvă numeric sisteme liniare superior triunghiulare conform Algoritmului (metoda substituției descendente).

Ex. 3 a. Să se construiască în Matlab trei proceduri **GaussFaraPiv**, **GaussPivPart** și **GaussPivTot** conform sintaxelor:

$$\begin{aligned} [x] &= \text{GaussFaraPiv}(A, b) \\ [x] &= \text{GaussPivPart}(A, b) \\ [x] &= \text{GaussPivTot}(A, b) \end{aligned}$$

care returneaza soluția sistemului $Ax = b$ conform metodelor de eliminare Gauss fără pivotare, Gauss cu pivotare parțială și respectiv, Gauss cu pivotare totală;

b. Să se apeleze procedurile pentru sistemele de la Ex. 1, apelând cele trei fișiere create la subpunctul a.;

c. Să se aplice:

- Metodele Gauss fără pivotare și cu pivotare parțială pentru sistemul

$$\begin{cases} \varepsilon x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases} \quad (2)$$

unde $\varepsilon = O(10^{-20}) \ll 1$.

- Metodele Gauss cu pivotare parțială și cu pivotare totală pentru sistemul

$$\begin{cases} x_1 + C x_2 = C \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases} \quad (3)$$

unde $C = O(10^{20}) \gg 1$.

- Ce observați?

Ex. 4* Să se construiască în Matlab procedura **InvGPP** conform sintaxei $[\text{inv}A, \text{det}A] = \text{InvGPP}(A)$, unde $\text{inv}A$ reprezintă inversa matricei A , iar $\text{det}A$ semnifică $\det(A)$. Să se apeleze procedura

InvGPP pentru datele de intrare: $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 10 & 4 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$. Să se rezolve în Matlab, apelând procedura **InvGPP**, sistemul $Ax = b, b = (12 \ 30 \ 10)^T$.

Ex. 5 Fie sistemul

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 13 \\ -x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 10 \end{cases}$$

- a) Să se afle manual descompunerea LU utilizând metodele Gauss cu pivotare parțială.
- b) Să se afle soluția sistemului conform metodei de factorizare LU .

Ex. 6 Să se construiască în Matlab procedura $[L, U, w] = \text{FactLU}(A)$ conform algoritmului de la curs și să se rezolve Ex. 5 apelând procedura $[L, U, w] = \text{FactLU}(A)$.

Ex. 7 Fie $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 8 & 14 \end{pmatrix}$

- a) Verificați dacă A este simetrică și pozitiv definită;
- b) În caz afirmativ, determinați factorizarea Cholesky conform celor două metode prezentate la curs;
- c) Să se rezolve sistemul $Ax = b, b = (-5 \ -14 \ -25)^T$, folosind factorizarea Cholesky.

Ex. 8 Să se construiască în Matlab procedura **FactCholesky** conform sintaxei

$[L] = \text{FactCholesky}(A)$ (vezi algoritmul din Laborator #3) și să se aplice această procedură pentru rezolvarea sistemului $Ax = b$ cu datele de la Ex.7.

Ex. 9* Să se implementeze factorizarea Cholesky conform metodei a doua prezentată la curs.

Obs.: Pentru rezolvarea exercițiilor cu simbolul * se va acorda un bonus suplimentar la nota finală.