

## CALCUL NUMERIC – TEMA #5

**Ex. 1** Să se afle polinomul de interpolare Lagrange  $P_2(x)$  a funcției  $f(x) = \sin(x)$  relativ la diviziunea  $(-\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2})$ , utilizând metodele Neville și Newton cu diferențe divizate. Să se evalueze eroarea  $|P_2(\frac{\pi}{6}) - f(\frac{\pi}{6})|$ .

**Ex. 2** Fiind date funcția  $f(x) = 3^x$  și diviziunea  $(-2, -1, 0, 1, 2)$ , să se aproximeze  $\sqrt{3}$  folosind metoda Neville.

**Ex. 3** Fiind date  $x_j = j, j = \overline{1, 4}$ ,  $P_{1,2}(x) = x + 1$ ,  $P_{2,3}(x) = 3x - 1$ ,  $P_{2,3,4}(\frac{3}{2}) = 4$ , să se calculeze  $P_{1,2,3,4}(\frac{3}{2})$ .

**Ex. 4** Fie polinomul  $P_2(x) = f[x_1] + f[x_1, x_2](x - x_1) + a_3(x - x_1)(x - x_2)$ . Folosind  $P_2(x_3)$  arătați că  $a_3 = f[x_1, x_2, x_3]$ .

**Ex. 5** 1) Să se construiască în Matlab următoarele proceduri conform sintaxelor:

- a)  $y = \text{MetNeville}(X, Y, x)$  ( $y = P_n(x)$ );
- b)  $y = \text{MetNDD}(X, Y, x)$ , ( $y = P_n(x)$ );
- c)  $[y, z] = \text{MetHermite}(X, Y, Z, x)$ , ( $y = H_{2n+1}(x), z = H'_{2n+1}(x)$ ),

folosind metodele Neville, Newton cu diferențe divizate și Hermite. Vectorii  $X, Y, Z$  reprezintă nodurile de interpolare, respectiv valorile funcțiilor  $f, f'$  în nodurile de interpolare.

2) Să se construiască în Matlab în aceeași figură, graficele funcției  $f$  pe intervalul  $[a, b]$ , punctele  $(X_i, Y_i), i = \overline{1, n+1}$  și polinomul  $P_n$  obținut alternativ prin una din cele trei metode. Datele problemei sunt:  $f(x) = \sin(x), n = 3, a = -\pi/2, b = \pi/2$ . Se va considera diviziunea  $(X_i)_{i=\overline{1, n+1}}$  echidistantă. Pentru construcția graficelor funcției  $f$  și  $P_n$ , folosiți o discretizare cu 100 noduri. Intr-o altă figură să se construiască derivata  $f'$  și derivata polinomului Hermite calculat numeric conform procedurii **MetHermite**.

3) Reprezentați grafic într-o altă figură eroarea  $E = |f - P_n|$ .

**Ex. 6** Fiind dată funcția  $f(x) = 3xe^x - e^{2x}$ , să se aproximeze  $f(1.03)$  folosind polinomul Hermite de gradul cel mult 3 și nodurile  $x_1 = 1, x_2 = 1.05$ . Evaluați eroarea  $|f(1.03) - H_3(1.03)|$ .

**Ex. 7** Fiind dată funcția  $f(x) = 3xe^x - e^{2x}$ , să se aproximeze  $f(1.03)$  folosind polinomul Hermite cu DD de gradul cel mult 3 și nodurile  $x_1 = 1, x_2 = 1.05$ . Evaluați eroarea  $|f(1.03) - H_3(1.03)|$ .

**Ex. 8** Se va implementa în Matlab procedura  $[y, z] = \text{MetHermiteDD}(X, Y, Z, x)$ , conform algoritmului (Polinomul Hermite cu diferențe divizate), folosind datele și cerințele de la Ex. 5.