Clasificarea CAD

După metoda de conversie utilizată, convertoarele **A/D** se clasifică astfel:

- convertoare A/D directe - conversia mărimii analogice se realizează direct.

- convertoare A/D indirecte - conversia mărimii analogice se realizează printr-o mărime intermediară (timp, frecvenţă) care este apoi convertită în mărimea numerică.

După succesiunea etapelor de conversie:

- convertoare programate pentru care conversia decurge într-un timp stabilit de frecvenţa de tact şi numărul etapelor de parcurs;

- convertoare neprogramate la care succesiunea etapelor este asincronă, începerea unei etape fiind determinată de terminarea precedentei, timpul de conversie depinzând de valoarea mărimii convertite.

După reacţie:

- convertoare A/D fără reacţie când nu există comparaţie între mărimea analogică şi mărimea numerică de la ieşire;

- convertoare A/D cu reacţie când cele două mărimi analogică de la intrare şi numerică de la ieşire se compară între ele.

Convertorul A/D este un circuit care transformă o mărime de intrare analogică (de regulă tensiune, dar poate fi şi curent) într-o mărime de ieşire numerică. Conversia poate fi privit ca o clasificare a mărimii de intrare analogică într-un număr de clase distincte, iar rezultatul este numărul clasei în care a fost încadrat semnalul. Astfel, domeniul maxim în care poate varia mărimea de intrare se împarte într-un număr de intervale (funcţie de n numărul de biţi sunt 2^n intervale) cu limitele (L_k , L_{k+1}). Mărimii de intrare i se atribuite valoarea k dacă:

$$L_k \leq x_i \leq L_{k+1}$$

$$L_{k+1} - L_k = \Delta x$$

constituie lăţimea clasei. Toate valorile mărimii de intrare ce îndeplinesc relaţia de mai sus, vor fi încadrate în aceeaşi clasă (vor avea aceeaşi valoare).

Rezoluţia unui convertor A/D se defineşte ca fiind egală cu variaţia semnalului de intrare necesară pentru a schimba două coduri numerice consecutive la ieşire.

Conversia A/D, așa după cum am menționat anterior este un proces care implică:

–**Esantionarea** : transforma semnalul analogic x(t) intr-un semnal analogic esantionat x(nT), caracterizat prin variatii la momente discrete de timp; Circuitul de esantionare poate contine un comutator, care se deschide pt. un timp f. scurt la dif.momente de esantionare;– element de memorare(condensator), care pastreaza valoarea inregistrata la un anumit moment pana la momentul urmator de esantionare.

–**Cuantizarea**: operatia prin care semnalul analogic esantionat este cuantizat in amplitudine, alocandu-i-se o valoare dintr-un set finit de valori discrete; este un process ireversibil;

–**Codarea**: atribuirea unui cod binar fiecarui eșantion din semnalul cuantizat.

Convertor analogic-digital (CAD)

CAD este acel dispozitiv care recepționează semnale analogice la intrare şi emite semnale digitale.

Acest proces se împarte în două operaţii independente: discretizarea și cuantizarea. Există discretizare adaptivă şi liniară. Utilizarea discretizării liniare asupra semnalelor cu un spectru limitat duce la apariţia deviaţiilor. Există două metode de micşorare a lor:

- mărirea frecvenţei de discretizare;
- folosirea înainte de CAD a unor filtre de frecvenţă joasă sau de o anumită bandă cu scopul de limitare cât mai exactă a spectrului semnalului iniţial.

Pentru semnalele cu o bandă destul de îngustă operaţia de discretizare poate fi îndeplinită cu ajutorul însăşi a CAD-ului şi să se combine astfel cu operaţia de cuantizare. Legitatea de bază a unei astfel de discretizări este ceea că din contul timpului nedefinit a terminării lui nu se reuşeşte obţinerea unei coincidenţe între valorile selectărilor şi momentelor de timp la care ele trebuie să fie raportate. Aceasta duce la apariţia unor erori specifice a discretizării care sunt dinamice după natura sa, pentru evaluarea cărora este introdus parametrul nedefinirii temporare efectul căruia se exprimă ca eroare a valorii momentane a semnalului în momente date de timp sau invers.

Convertoare AD integratoare

Sunt în principiu convertoare indirecte deoarece comparaţia dintre mărimea de măsurat şi cea de referinţă se face printr-o mărime intermediară, de regulă timpul sau frecvenţa. Avantajul acestor convertoare îl reprezintă rejecţia care o realizează asupra semnalelor perturbatoare suprapuse peste semnalul util. Dintre această familie fac parte convertoarele cu integrare simplă pantă (sau simplă integrare), convertoarele cu integrare dublă pantă (sau cu dublă integrare), convertoarele cu integrare cu pantă multiplă şi convertoarele tensiune – frecvenţă. Cele mai răspândite sunt cel cu dublă pantă datorită raportului performanţe / complexitate şi cel cu pantă multiplă datorită preciziei ridicate.

Convertorul cu integrare dublă pantă(rampă) foloseşte ca mărime intermediară timpul şi este un convertor A/D fără reacţie. Schema bloc a unui astfel de convertor este prezentată în figura următoare. În regim de aşteptare, care intervine între două cicluri de conversie, comutatorul S = 2, tensiunea de la ieşirea integratorului – U_1 are valoarea $v_i > 0$, comparatorul – U_2 se află în starea logică 0, deci poarta P este blocată. La apariţia comenzii de start conversie, blocul de comandă – BC încărcă numărătorul – N cu un număr N_1 egal sau apropiat cu capacitatea maximă a acestuia şi trece comutatorul în poziţia S = 1. Ca urmare, tensiunea v_i devine liniar descrescătoare cu panta dependentă de nivelul v_x, iar la trecerea prin zero poarta este validată şi numărătorul începe să se decrementeze.

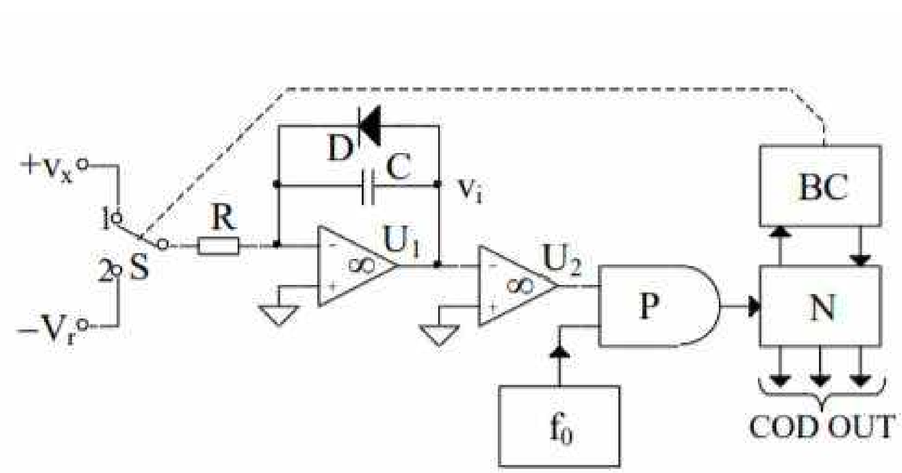


Fig. 1. Schema de principiu al convertorului cu integrare dublă pantă

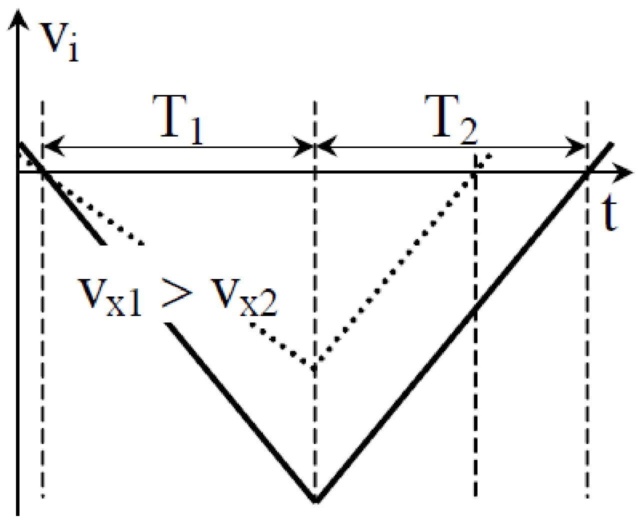


Fig.2 Formele de undă caracteristice al convertorului cu integrare dublă pantă

La trecerea numărătorului prin zero, *BC* comandă *S* = 2 şi inversarea sensului de numărare al numărătorului, ca urmare v_i îşi schimbă sensul de variaţie devenind liniar crescătoare cu pantă constantă determinată de V_r. Acest proces continuă până când v_i trece din nou prin zero spre valori pozitive şi comparatorul blochează poarta.

Dacă se notează cu $f_0 = 1/T_0$ frecvenţa impulsurilor de tact, se pot scrie relaţiile, valabile pentru prima rampă (S = 1):

$$v_i(t) = -\frac{v_x}{RC}t \quad ;$$

$$v_i(T_1) = -\frac{v_x}{RC}T_1 \quad ;$$

iar pentru a doua rampă (S = 2):

$$v_i(t) = v_i(T_1) - \frac{V_r}{RC}t \; ;$$

$$v_i(T_2) = 0$$

De unde se obține relația:

$$v_x = V_r\frac{T_2}{T_1} \quad ;$$

Dacă pe intervalul T_2 numărătorul a înregistrat N_2 impulsuri, având în vedere că $T_1 = N_1T_0$ şi $T_2 = N_2T_0$, din relația de mai sus rezultă expresia caracteristicii de transfer a ADC:

$$N_2 = \frac{N_1}{V_r}v_x \quad ;$$

Prin urmare, N_2 este proporţional cu v_x, constanta de proporţionalitate fiind N_1/V_r. Se observă că în relaţia de mai sus nu intervin mărimile f_0, R şi C, fapt ce contribuie substanţial la eliminarea unor surse importante de erori.

Din considerente de rejecţie a perturbaţiilor, durata T_1 de integrare a tensiunii de intrare se alege egală cu un multiplu al perioadei tensiunii de reţea, 20 ms în cazul reţelelor de 50 Hz. Frecvenţa reţelei, deoarece nu este riguros constantă, afectează negativ rejecţia perturbaţiilor.

Din considerentul de mai sus, *ADC* cu dublă rampă mai performante pot avea durata de integrare T_1 egală riguros cu un multiplu de perioade ale tensiunii de reţea, prin sincronizarea frecvenţei de tact cu frecvenţa reţelei, cu ajutorul unei *bucle cu calare de fază, PLL* (**P***hase*-**L***ocked*- **L***oop*), conform fig. 3 Bucla *PLL* este constituită dintr-un comparator de fază, *COMP.FAZĂ*, care comandă *VCO* (**V***oltage* **C***ontrolled* **O***scialtor*), astfel încât semnalele de intrare să fie în fază.

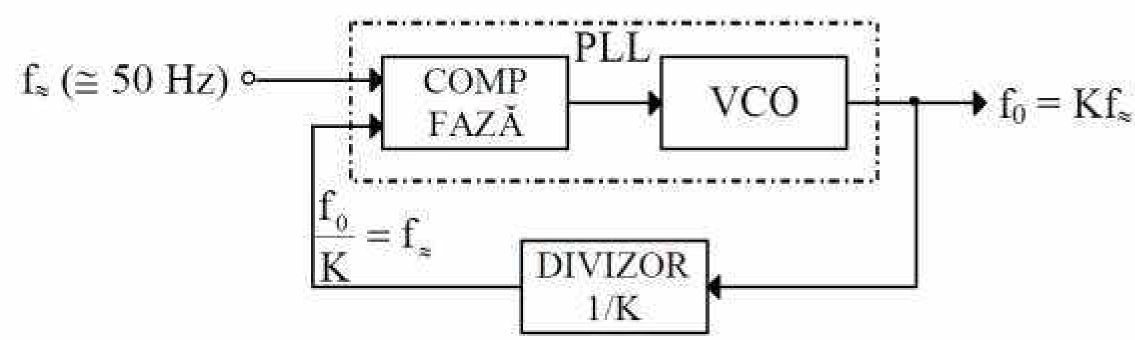


Fig.3 Sincronizarea frecvenţei de tact cu frecvenţa reţelei de c.a.

Plecând de la principiul CAD cu dublă rampă sau dezvoltat o serie de CAD cu integrare şi mai multe pante, care urmăresc atingerea a două obiective principale şi anume, fie reducerea timpului de conversie, fie creşterea rezoluţiei de conversie.

ADC CU MAI MULTE PANTE PENTRU CREŞTEREA VITEZEI

Durata T_1 a ciclului de conversie al unui *ADC* cu dublă rampă nu poate fi redusă sub 20 ms, din motive de rejecţie. Ca urmare, singura posibilitate de reducere mai departe a timpului de conversie rămâne reducerea duratei T_2. În acest scop, se cunosc *ADC* cu dublă integrare în trei pante, care pentru aducerea integratorului la zero utilizează iniţial o descărcare cu pantă de zece ori mai mare, pentru reducerea duratei T_2, iar în final se revine la o panta normală pentru a se asigura rezoluţia dorită. Pe durata descărcării cu pantă mare, impulsurile de tact sunt introduse într-un rang superior al numărătorului, iar pe durata descărcării cu pantă normală impulsurile de tact sunt introduse la intrarea numărătorului (rangul cel mai puţin semnificativ). Schema *ADC* cu mai multe pante este asemănătoare cu a celui cu dublă rampă, cu deosebirea că, comutatorul are mai multe poziţii, iar tensiunea de referinţă (sau rezistenţa *R*) are mai multe valori pozitive şi negative.

ADC CU MAI MULTE PANTE PENTRU CREŞTEREA PRECIZIEI

O soluţie utilizată în scopul creşterii preciziei de conversie constă în introducerea unor cicluri suplimentare de integrare, pentru reducerea influenţei erorilor statice ale circuitelor componente. Schema de principiu a unui astfel de *ADC* este cunoscută şi sub denumirea de *ADC cu integrare în patru pante* sau *ADC cu dublă integrare şi corecţie în patru pante*.

CONVERTOARE TENSIUNE-FRECVENŢĂ

Convertoarele tensiune-frecvenţă, *VFC* (**V***oltage to* **F***requency* **C***onverter*) intră în categoria *ADC* cu conversiune intermediară în frecvenţă. *VFC* pot fi foarte utile acolo unde viteza de conversie nu este critică. Un mare avantaj al *VFC* îl constituie posibilitatea de prelucrare locală a informaţiei şi transmiterea rezultatului la distanţă, fără sau cu izolare galvanică. Frecvenţa este o mărime mult mai insensibilă la perturbaţii, comparativ cu nivelul. Izolarea galvanică, atunci când este necesară, se poate realiza simplu prin transformator de impulsuri sau prin optocuplor.

Există o mare varietate de scheme şi posibilităţi de realizare a *VFC*. Însă toate acestea funcţionează în general după următoarele două principii de bază:

- încărcarea şi descărcarea unui condensator de integrare, între două nivele de referinţă, la un curent proporţional cu tensiunea de măsurat;

- compararea tensiunii de măsurat cu valoarea medie a unui şir de impulsuri de arie constantă şi perioadă de repetiţie variabilă; aceste *VFC* au la bază metodele de compensare sau echilibrare, deci reacţie negativă, fiind cunoscute şi sub denumire de *VFC cu acumulare* sau *echilibrare de sarcină*.

Conversia analog numerică de tip paralel

Prin conversia analog-numerică tip paralel se determină simultan toţi biţii reprezentării numerice. Este cea mai rapidă metodă, dar necesită pentru punerea în aplicare un număr mare de circuite electronice. Practic, semnalul de intrare este comparat cu un set de nivele de referinţă prin intermediul unui ansamblu de circuite comparatoare. Diferenţa între nivelele de referinţă este egală cu treapta de cuantificare (lăţimea canalului de conversie) adică cu BSMin . În urma comparării se stabileşte numărul canalului în care se găseşte semnalul de intrare. În figura 4 este reprezentat un exemplu foarte simplu de circuit de conversie analog-numerică de tip paralel.

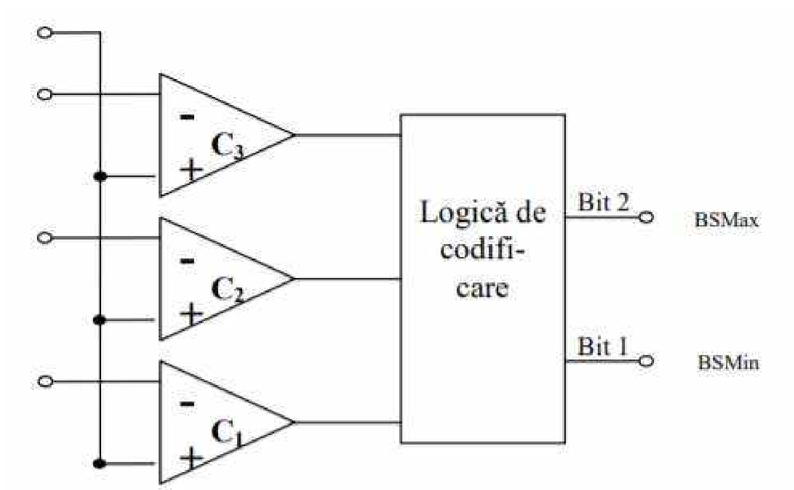


Fig. 4. Circuit de conversie analog-numeric de tip paralel.

Semnalul de intrare se compară simultan cu nivelele de referinţă fixate la : $\frac{Vmax}{4}$, $\frac{2Vmax}{4}$, $\frac{3Vmax}{4}$ unde V_{max} este limita superioară a diapazonului de intrare, limita inferioară a acestuia fiind zero. Astfel întreg diapazonul a fost divizat în patru „canale” (0÷ $V_{max}/4$; $V_{max}/4$ ÷ $2V_{max}/4$; $2V_{max}/4$ ÷ $3V_{max}/4$; $3V_{max}/4$ ÷ V_{max}) corespunzătoare unei rezoluţii de 2 biţi. Circuitele de comparaţie (C_1 , C_2 , C_3) au intrările neinversoare conectate împreună, pe acestea aplicându-se semnalul analogic supus conversiei. Intrările inversoare ale comparatoarelor sunt conectate la tensiuni de referinţă scalate corespunzător canalelor. Dacă semnalul supus conversiei este mai mare decât nivelul de referinţă, ieşirea comparatorului respectiv se află în starea logică „1”, iar în caz contrar ieşirea este în starea logică „0”.

Dacă toate comparatoarele au ieşirea în zero logic înseamnă că semnalul analogic este mai mic decât nivelul de referinţă minim($V_{max}/4$), respectiv se găseşte în canalul zero. Dacă primul comparator (C_1) se află în starea logică „1”, iar celelalte două în starea „0” semnalul de intrare se găseşte în intervalul $V_{max}/4$ ÷ $2V_{max}/4$. Dacă toate trei comparatoarele se află în starea logică „1” semnalul de intrare este mai mare decât $3V_{max}/4$.

Acest circuit simplu de conversie atribuie semnalului analogic de intrare unul din cele patru numere ale canalelor în care se face conversia (0,1,2,3), numere care se pot codifica sub formă binară, generând doi biţi de informaţie binară. Asemănător, şapte comparatoare pot diviza diapazonul semnalului de intrare în opt intervale (0,1,2,…,7) care se pot reprezenta (codifica) sub formă binară pe trei biţi. Pentru obţinerea unei rezoluţii de N biţi, rezoluţie ce înseamnă 2^N canale distincte de conversie sunt necesare 2^N-1 comparatoare . Nivelele de referinţă care trebuie aplicate sunt:

$$\frac{V_{max}}{2^N}, \frac{2V_{max}}{2^N}, \dots, 2^{N-1}\frac{V_{max}}{2^N}.$$

Viteza mare de conversie este asigurată prin comparaţiile făcute simultan. Durata de conversie este egală cu timpul de stabilire (timpul de răspuns) al unui comparator la care se adună întârzierea datorată logicii de conversie. Circuitele integrate cu structuri ECL sau TTL Schottky permit obţinerea unor durate de conversie de ordinul nanosecundelor.

CAN de tip paralel se utilizează în cazul prelucrării semnalelor care provin de la procese rapide. Uneori viteza de achiziţie este mai importantă decât rezoluţia utilizată. Se face un compromis permanent între aceste două caracteristici definitorii pentru acest tip de CAN. Oricum, în toate cazurile, convertorul este precedat de un circuit de eşantionare şi memorare care fixează valoarea supusă conversiei. Acesta introduce un timp suplimentar prin timpul propriu de stabilire. Se observă că există un număr important de componente care creşte exponenţial cu rezoluţia. Chiar în cazul unei rezoluţii de 8 biţi , numărul de componente necesare este de 2^8 -1 = 255. Chiar cu avantajul major în ceea ce priveşte viteza de conversie, folosirea acestui tip de circuit este limitată la rezoluţii mici, în cazul sistemelor ultrarapide.

In figura 5 este prezentată schema unui astfel de convertor, având o rezoluţie de 3 biţi.

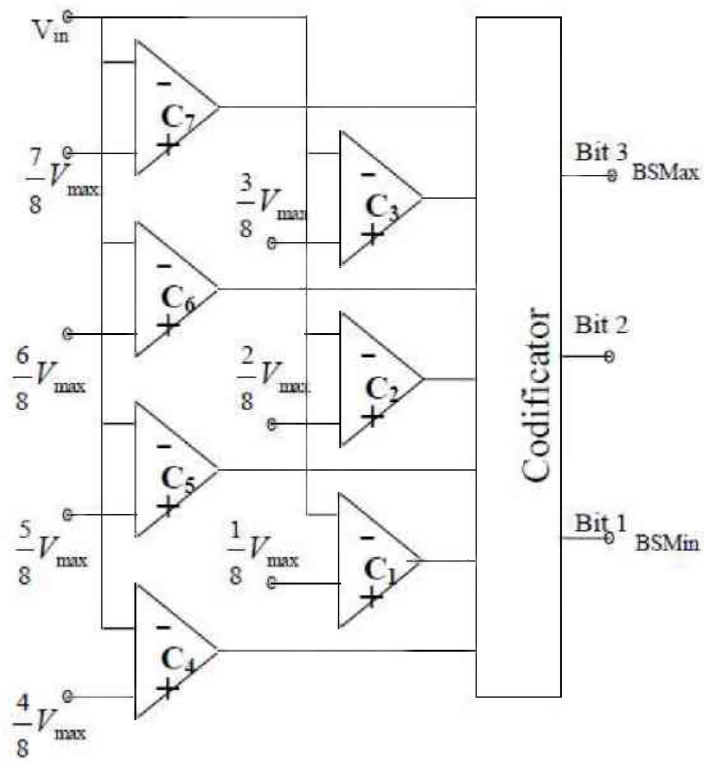


Fig. 5. CAN Paralel de 3 biţi cu comparatoare

Conversia numeric-analogică

Conversia numeric analogică are ca principiu sumarea unor trepte de tensiune. Sumarea se face utilizând sumatoare cu amplificatoare operaționale, iar treptele de tensiune care se însumează sunt în număr de *n* biți, anume câți biți are reprezentarea digitala în format binar aplicată la intrare. Prezența uneia dintre treptele de tensiune în sumă finală este validată sau inhibată de către bitul corespunzător din combinația binară de la intrare, prin intermediul unor chei electronice. Se pot realiza fie trepte de tensiune proporționale cu n (puterile lui 2) și rezistentele de intrare egale ale sumatorului, fie se pot realiza trepte de tensiune și rezistențele de intrare proporționale cu n.

De obicei se folosește a doua variantă deoarece la intrare se poate aplica direct combinația binară ce urmează a fi convertită în mărime analogică. La ieșire se obține o tensiune proporționala cu valoarea numerică a combinației binare de la intrare. Deci elementele importante ale unui convertor numeric-analogic (CNA) sunt blocul de chei electronice, rețeaua de rezistențe de intrare în sumator și sumatorul analogic propriu-zis, așa cum se poate observa din figura următoare.

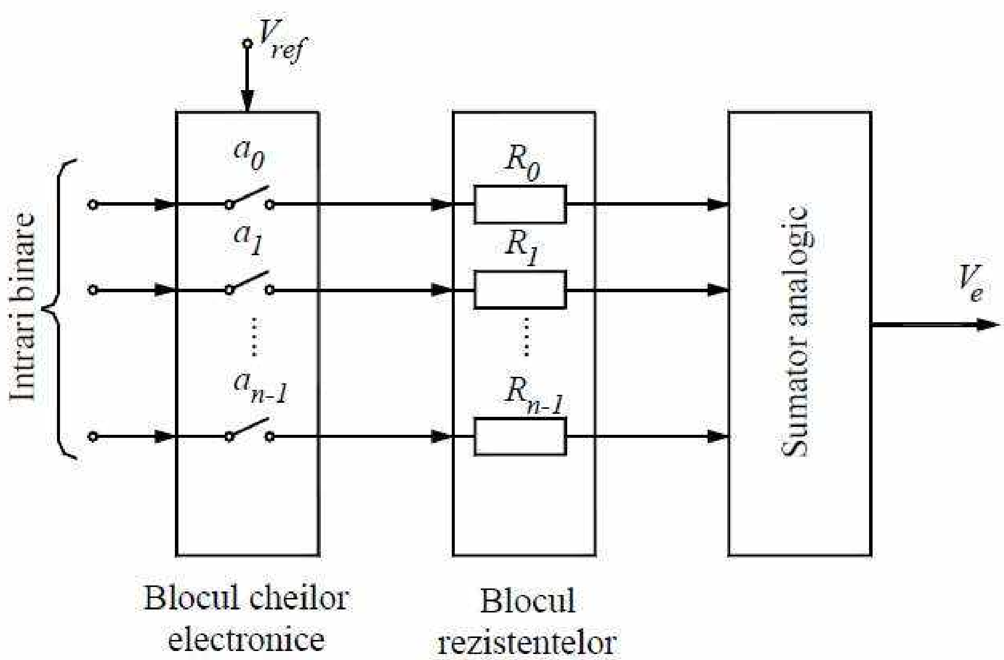


Fig. 1. Schema bloc a unui convertor numeric-analogic

Sumatorul analogic utilizează un amplificator operațional în configurație inversoare. Acesta însumează de fapt curenții de intrare, dar acești curenți se obțin din combinațiile dintre tensiunile de intrare si rezistențele de intrare în amplificatorul operațional. Pe ansamblu poate fi privit și ca sumator ponderat al tensiunilor de la intrare, ponderile fiind determinate de rezistența de pe reacția amplificatorului operațional și cele de intrare.

Schema unui sumator analogic este prezentata în figura 2.

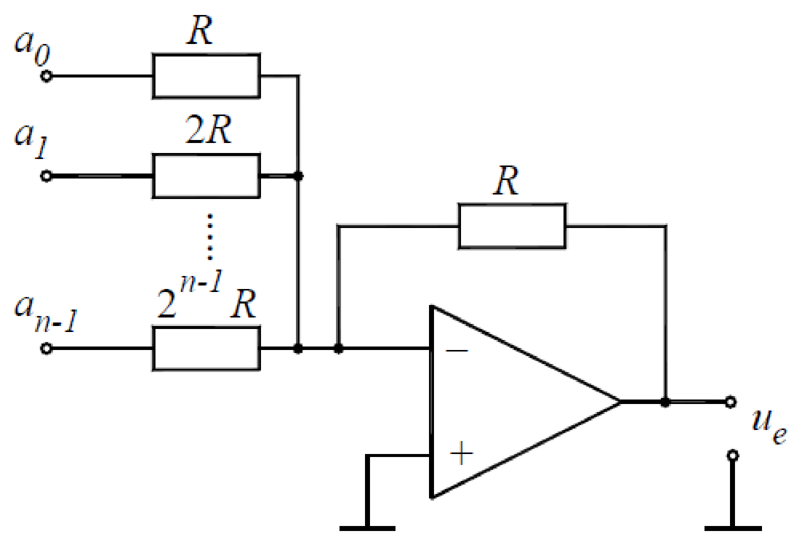


Fig. 2. Sumator analogic cu rezistente proporționale cu n

CNA-urile sunt de obicei implementate sub forma unor circuite integrate. Schema de mai sus are un inconvenient tehnologic important care o face dificil de implementat. Acesta este legat de faptul ca utilizează rezistențe de valori foarte diferite, între R si $2^{n-1}R$. Pentru un CNA pe 12 biți aceasta înseamnă rezistențe între valoarea R si $2048R$. Realizarea unei diversități de valori atât de mare pe un singur circuit integrat ridică dificultăți foarte mari. În plus rezistențe cu valori atât de diferite vor avea coeficienți de temperatură foarte diferiți, care for face ca întreg CNA-ul sa fie influențat foarte puternic de temperatură. În consecință, rețele de rezistente ponderate cu puterile lui 2 nu prea sunt utilizate în practică. Pentru a evita aceasta problema au fost puse la punct rețele de rezistențe de tip R-$2R$, ca în figura 3.

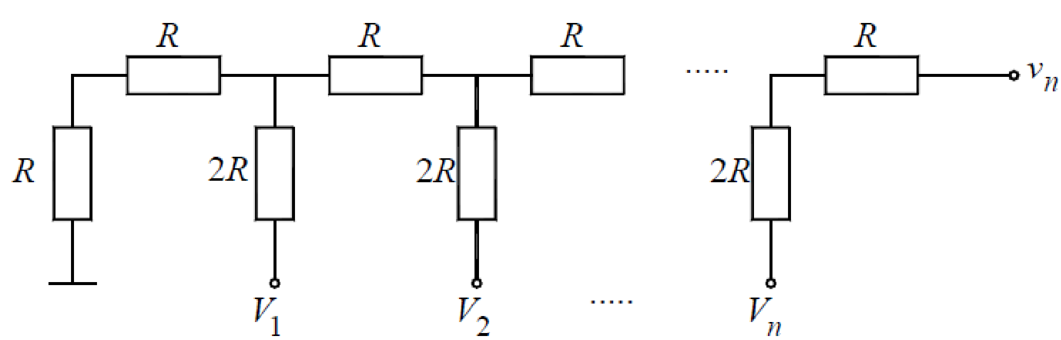


Fig. 3. Rețea de rezistențe R-$2R$

Se poate demonstra faptul ca la ieșire, tensiunea v_n este egală cu:

$$v_n = \frac{1}{2^n}\sum_{i=0}^{n-1} 2^i V_{i+1}$$

ceea ce o face utilizabilă în construcția unui sumator analogic pentru CNA, deoarece la ieșire se obține o sumă de tensiuni ponderate cu n.

Obținerea a *n* tensiuni perfect identice care sa fie apoi însumate cu diferite ponderi, este dificilă și se preferă utilizarea unei singure tensiuni de referință, prin inversarea rețelei, ca în figura 4. Acest tip de CAN este cel mai utilizat în practică deoarece elimină dificultățile de realizare a rețelei de rezistențe. Rezistențele având valori apropiate vor avea coeficienți de temperatură apropiați și deci comportare apropiată cu temperatura. În plus, rezistențele sunt parcurse în permanență de același curent, care fie este trimis la masă, fie la intrarea în sumator, ca urmare regimul termic al CNA-ului este practic constant în timp, deci poate fi controlată mai bine compensarea sa în raport cu temperatura. Precizia în funcționare a unui astfel de CNA este bună și îl face utilizabil și în aplicațiile de aviație.

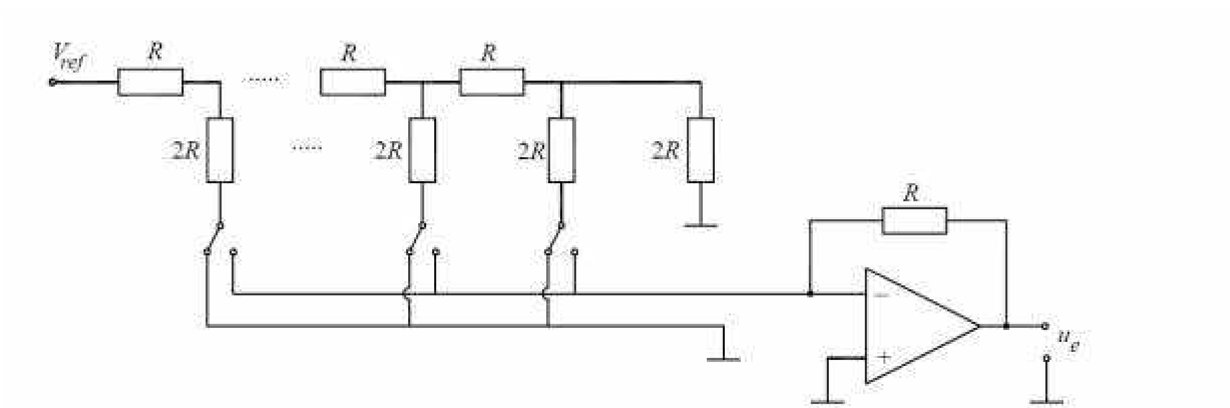


Fig. 4. CNA cu rețea de rezistente *R*-2*R*

Aspecte teoretice legate de procesul de conversie numeric-analogică

Conversia numeric-analogica ridică și ea unele probleme care de multe ori sunt neglijate în practică și în unele lucrări teoretice. O prima problemă este comportarea CNA-ului din punctul de vedere al funcției de transfer. De obicei CNA-urile au o comportare de tip “zero-order hold”, ca în figura 5. Valoarea tensiunii de ieșire este păstrată constantă pe durata dintre doua conversii succesive, astfel încât semnalul de ieșire apare ca o succesiune de trepte de tensiune.

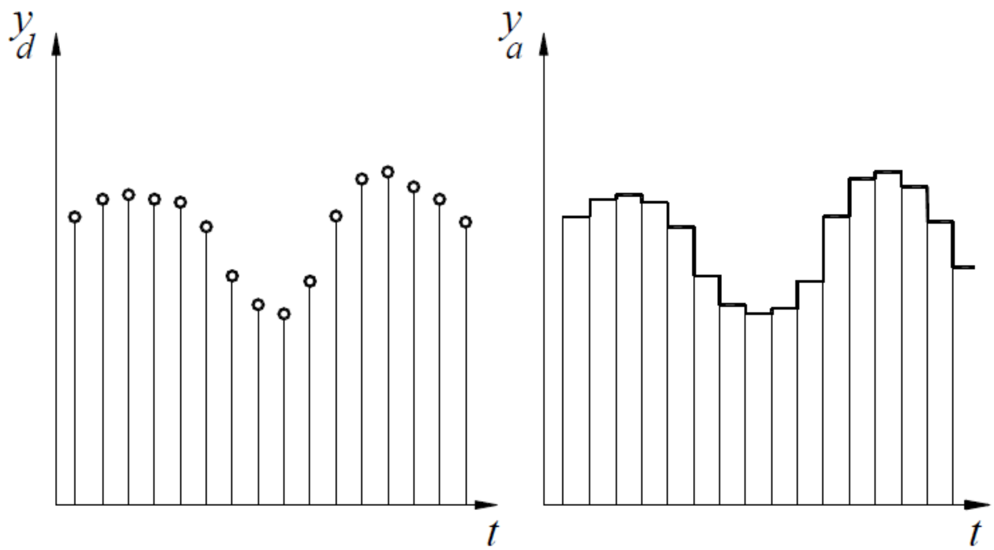


Fig. 5. Conversia numeric-analogica de tip “zero-order hold”

Modulul funcției de transfer a unui bloc de tip „zero-order hold” este:

$$|H_{zof}(f)| = \left|\frac{\sin(\pi f/_{f_s})}{\pi f/_{f_s}}\right| = \left|sinc(\pi f/_{f_s})\right|,$$

în care sinc(x) poarta numele de sinus comprimat, al carui grafic este prezentat in figura 6. b.

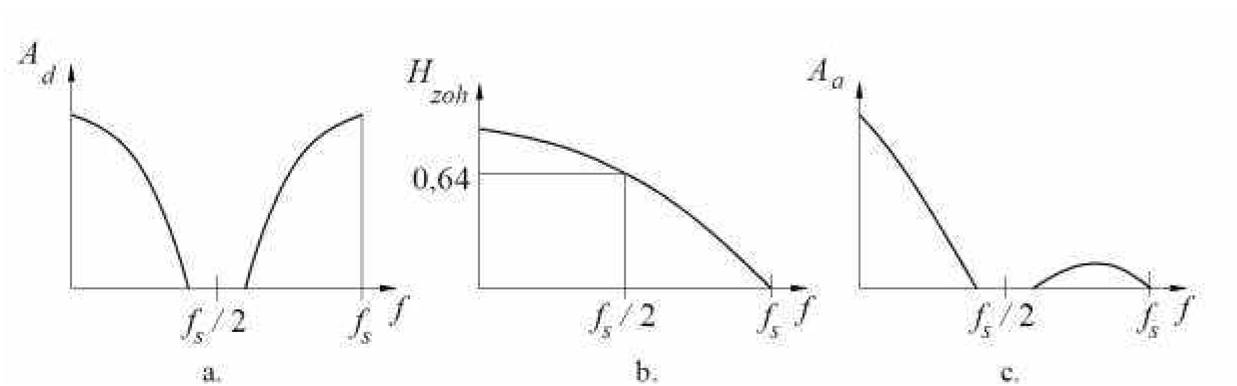


Fig. 6. Distorsionarea spectrului semnalului la trecerea prin blocul “zero-order hold”
a. – spectrul semnalului digital; b. – funcția de transfer a blocului “zero-order hold”;
c. – spectrul semnalului analogic obținut la ieșire

Se observă că amplitudinea sa scade monoton, astfel încât la frecvența de eșantionare f_s este zero. Chiar dacă se respectă condiția din teorema lui Shannon ca spectrul semnalului digital să se încadreze sub $f_s/2$, la valoarea $f_s/2$ amplitudinea funcției de transfer ajunge la valoarea 0.64, deci apare o distorsiune a spectrului semnalului și la conversia numeric-analogică. O idee de corectare ar putea fi utilizarea unui filtru de corecție a amplitudinii, dar este costisitoare și nu se aplică de obicei în practică. Soluția cea mai eficientă este utilizarea unei frecvențe de eșantionare de cel puțin 4-5 ori mai mare decât cea rezultată din teorema lui Shannon. De exemplu dacă se utilizează o frecvență de 4 ori mai mare decât cea din teorema lui Shannon, atunci scăderea de amplitudine la frecvența f_M este doar de 10% fata de 36% cât era în cazul precedent. O altă problemă care poate apărea în cazul conversiei numeric-analogice este auto-oscilația tensiunii de ieșire în jurul treptei de tensiune a eșantionului convertit, așa cum este prezentat în figura 7. Amplitudinea unor astfel de auto-oscilații crește atunci când se realizează salturi mari de tensiune de la un eșantion convertit la altul. Astfel de salturi se obțin atunci când frecvența de eșantionare a semnalului analogic inițial este prea mică, deci un motiv în plus să nu se lucreze cu valoarea minimală a frecvenței de eșantionare oferită de teorema lui Shannon ci la o frecvență de eșantionare de câteva ori mai mare.

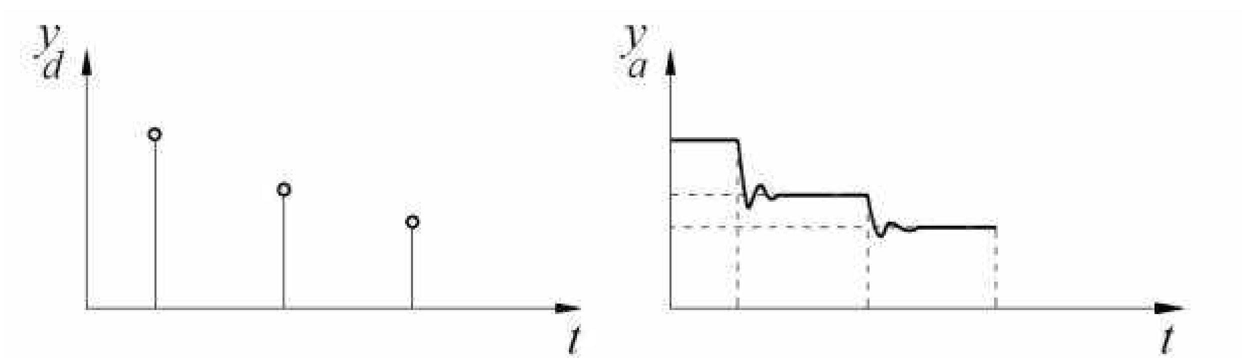


Fig. 7. Auto-oscilații de tensiune la ieșirea unui CNA care pot apărea în cazul unor salturi mari între eșantioane. a. – eșantioanele digitale; b. – tensiunea la ieșirea CNA

3.1. Eşantionare (conversie analogic-numeric)

Definiţia 3.1. *Un semnal în timp continuu este o funcţie* x_a: R→R. *Notăm prin* $x_a(t)$ *valoarea semnalului în momentul* $t \in$ R *(Aceeaşi notaţie poate fi folosită pentru întreg semnalul.)*

Mai departe, vom numi x_a *semnal analogic,* sau *semnal continuu* (chiar dacă funcţia x_a nu este continuă), cu scopul de a-l diferenţia de semnalele discrete. (O alta denumire utilizată este cea de semnal continuu). Vom studia în continuare eşantionarea, adică transformarea unui semnal analogic într-unul discret prin reducerea suportului semnalului de la R la Z.

Definiţia 3.2. *Fie* $x_a(t)$ *un semnal analogic şi* $\{t_n\}_{n\in Z}$ *o mulţime numărabilă de valori reale distincte ordonate, i.e.* $t_n < t_m$ *dacă* $n < m$. *Eşantionarea este transformarea semnalului* $x_a(t)$ *în semnalul discret* $x[n]$ *definit prin*

$$x[n] = x_a(t_n) \ . \qquad (3.1)$$

Eşantionarea uniforma *este definită de relaţia*

$$x[n] = x_a(nT) , \qquad (3.2)$$

unde $T > 0$ *este perioada de eşantionare. (Deci, se ia* $t_n = nT$ *în (3.1) pentru a obţine (3.2).*

Un exemplu de semnal analogic eşantionat uniform şi neuniform este prezentat în fig.3.1. Din punct de vedere practic, eşantionarea uniformă este mult mai importantă, de aceea ne vom ocupa doar de ea în continuare. Deoarece efectul temporal al eşantionării este evident, vom studia mai departe efectul ei asupra spectrului semnalului.

Spectrul unui semnal analogic $x_a(t)$ este transformata Fourier a semnalului, adică

$$X_a(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x_a(t) e^{-j\Omega t} dt \ . \qquad (3.3)$$

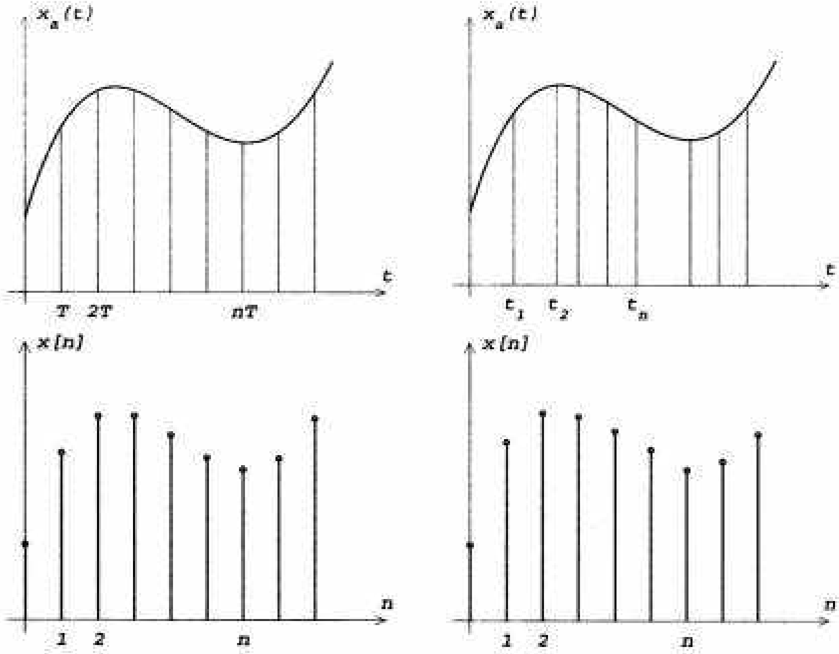


Fig.3.1.Sus: un semnal analogic eşantionat uniform (stânga) şi neuniform (dreapata). Jos: semnalele discrete obţinute.

Presupunem ca semnalul $x_a(t)$ are energie finită, astfel ca transformata sa Fourier există. Convenim să notăm $\Omega \in R$ frecvenţa în domeniul analogic şi $\omega \in [-\pi, \pi]$ frecvenţa în domeniul discret. Spectrul semnalului eşantionat este transformata Fourier

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n} .$$

In continuare, căutăm răspunsul unor întrebări foarte naturale:

- Care este relaţia între $X_a(\Omega)$ şi $X(\omega)$?
- Ce (din spectrul semnalului analogic) se pierde prin eşantionare ?
- Când nu se pierde nimic ? (Este posibil acest caz ?)

Teorema 3.3.*Fie $x_a(t)$ un semnal analogic cu energie finită şi x[n] semnalul discret obţinut din x_a prin eşantionare cu perioada T. Intre spectrele celor doua semnale are loc relaţia*

$$X(\omega)=\frac{1}{T}\sum_{l=-\infty}^{\infty}X_a\left(\frac{\omega+2l\pi}{T}\right),\quad \omega\in[-\pi,\pi]\,. \tag{3.4}$$

Demonstraţie. Folosind (3.2) şi expresia transformatei Fourier inverse pentru un semnal analogic, putem scrie

$$x[n]=x_a(nT)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X_a(\Omega)e^{j\Omega nT}d\Omega=\frac{1}{2\pi}\sum_{l=-\infty}^{\infty}\int_{(2l-1)\pi/T}^{(2l+1)\pi/T}X_a(\Omega)e^{j\Omega nT}d\Omega.$$

Mai departe, cu substituţiile succesive $\Omega \leftarrow \Omega + 2l\pi / T$ şi

$$\Omega=\frac{\omega}{T} \tag{3.5}$$

obţinem

$$x[n]=\frac{1}{2\pi}\sum_{l=-\infty}^{\infty}\int_{-\pi/T}^{\pi/T}X_a(\Omega+2l\pi)e^{j\Omega nT}d\Omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{1}{T}\sum_{l=-\infty}^{\infty}X_a\left(\frac{\omega+2l\pi}{T}\right)e^{j\omega n}d\omega.$$

Comparăm ultima relaţie de mai sus cu transformata Fourier inversă a spectrului semnalului discret $x[n]$, anume

$$x[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}X(\omega)e^{j\omega n}d\omega$$

şi egalitatea (3.4) rezultă prin identificare.

Observaţia 3.4. Din egalitatea (3.4) se observă, că pentru o frecvenţă ω fixată, spectrul $X(\omega)$ al semnalului eşantionat este o sumă infinită de valori $X_a(\Omega_l)$, cu $\Omega_l\in[(2l-1)\pi/T,(2l+1)\pi/T],\ \ l\in Z$. Distingem două situaţii importante.

1. Fie $\Omega_N=\pi/T$. Presupunem că *semnalul analogic are spectrul limitat la banda* [- Ω_N, Ω_N], deci $X_n(\Omega)$ = 0, pentru $|\Omega|\rangle\Omega_N$ în acest caz, egalitatea (3.4) se reduce la

$$X(\omega)=\frac{1}{T}X_a(\omega/T),\quad \omega\in[-\pi,\pi] \tag{3.6}$$

deci *spectrul semnalului eşantionat este esenţialmente egal cu cel al semnalului analogic. Frecvenţa* Ω_N, *egala cu jumătatea frecvenţei de eşantionare* $\Omega = \dfrac{2\pi}{T}$, se *numeşte frecvenţă Nyquist.* Prezentăm în fig.3.2 spectrul unui semnal analogic cu bandă de frecvenţă limitată la frecvenţa Nyquist, precum şi spectrul (periodic) al semnalului eşantionat.

2. Dacă spectrul semnalului analogic se întinde dincolo de

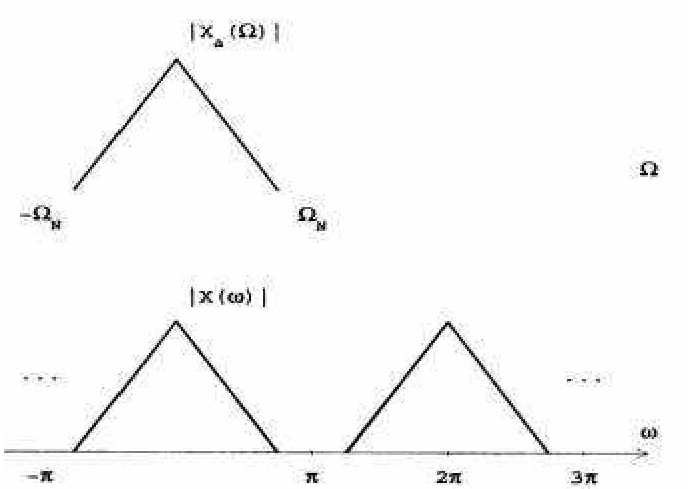


Fig.3.2. Spectrul unui semnal analogic de bandă limitată (sus) şi spectrul semnalului eşantionat (jos).

frecvenţa Nyquist, atunci spectrul semnalului eşantionat nu mai este, în general, egal cu cel al semnalului analogic. Spre deosebire de cazul anterior, suma din (3.4) conţine mai mult de un termen. Apare fenomenul de *aliere* (engl. aliasing), ilustrat în fig.3.3. *Conversia analog-numeric.* Schema practică de eşantionare, ilustrată în fig.3.4, conţine doua blocuri. Filtrul anti-aliere este un filtru analogic trece-jos, cu frecvenţa de taiere egală cu frecvenţa Nyquist $\Omega_N = \Omega_e / 2$. În mod normal, frecvenţa de

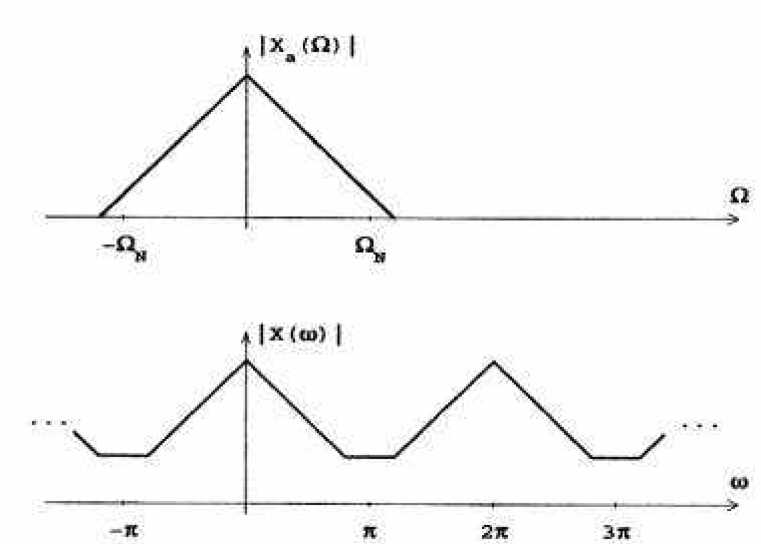


Fig.3.3. Spectrul unui semnal analogic a cărui bandă depăşeşte frecvenţa Nyquist (sus) şi spectrul semnalului eşantionat, în care este vizibil fenomenul de aliere (jos).

eşantionare este aleasă astfel încât spectrul semnalului analogic util $x_a(t)$ sa fie practic nul deasupra frecvenţei Nyquist; filtrul anti-aliere este folosit pentru a preveni alierea în cazul alterării semnalului util cu zgomot de înaltă frecvenţă, care, prin aliere, ar modifica spectrul semnalului eşantionat la frecvenţe joase.

Al doilea bloc din fig.3.4 efectuează eşantionarea propriu-zisă, adică operaţia (3.2). Un convertor analog-numeric (CAN) mai face în plus cuantizarea semnalului eşantionat; conform cu (3.2),

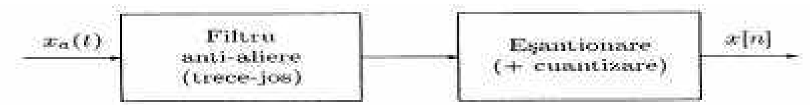


Fig.3.4. Schema practică de eşantionare.

semnalul $x[n]$ are valori reale; în sistemele numerice de prelucrare a semnalelor se utilizează însă numere reprezentate într-un format precizat, care permite utilizarea unei mulţimi finite de valori; operaţiunea de transformare a valorilor reale în valori din această mulţime finita se numeşte *cuantizare* şi va fi discutată mai apoi.

Ţinând cont că filtrul trece-jos anti-aliere nu este ideal ci are o bandă de tranziţie cu lărgimea nu mai puţin de obicei de 10-20 % din banda de trecere frecvenţa de eşantionare se va alege deseori nu din condiţia Nyquist

$$f_e \geq 2f_m$$

ci cu o rezervă de 10-20 %, adică

$$f_e \geq 2.2f_m \ , \tag{3.6,a}$$

unde f_m este frecvenţa maximă semnificativă a spectrului semnalului analogic.

Semnalul discret x[n] obţinut prin eşantionarea uniformă a unui semnal continuu x(t) cu pasul de eşantionare T se reprezintă ca o secvenţă a amplitudinilor eşantioanelor x(nT) conform convenţiei

$$x[n] = x(nT), \quad n \in Z \tag{3.6,b}$$

În domeniul timp relaţia de atribuire (3.6 a) este echivalentă cu normarea axei timpului în raport cu perioada T, în consecinţă momentele $t_n = nT$ de localizare a eşantioanelor x(nT), trec în momentele $t_n/T = n \in Z$ pentru eşantioanele semnalului discret x[n].

În domeniul frecvenţă relaţia (3.6 b) implică normarea axei frecvenţelor în raport cu frecvenţa de eşantionare $f_e = 1/T$.

Pentru exemplificare se consideră semnalul continuu $x(t) = \sin(\omega_0 t)$

Semnalul discret va fi

$$x[n] = x(nT) = \sin(\omega_0 nT) = \sin(\underline{\omega}_0 n) \ cu \quad \underline{\omega}_0 = \omega_0 T = 2\pi \frac{f_0}{f_e}. \tag{3.6,c}$$

De exemplu, pentru f_0 = 2 kHz şi f_e = 6 kHz, se obţine $\underline{\omega}_0 = \omega_0 T = 2\pi \frac{2}{6} = \frac{\pi}{3}$ şi $x[n] = \sin\left(\frac{\pi}{3} n\right)$.

Ca efect al operaţiei de normare frecvenţa unghiulară ω (rad/s) şi frecvenţa f (Hz) se transformă în frecvenţele normate notate prin $\underline{\omega}$ şi $\underline{f}$.

Spectrele semnalelor eşantionate sunt periodice, de perioada f_e, de aceea este suficientă analiza lor numai pe intervalul $f \in (0, f_e)$ sau $(-f_e/2, f_e/2)$. Aceasta înseamnă că pentru semnalul discret x[n] va fi suficientă analiza la scara frecvenţelor normate $\underline{\omega}$ şi $\underline{f}$ pe intervalele

$$\underline{\omega} \in [-\pi, \pi]\ ,\ \ \underline{f} \in [-1/2, 1/2].$$

Aşadar ω şi f sunt aşa numitele frecvenţe analogice, $\underline{\omega}$ şi $\underline{f}$ - frecvenţele discrete (digitale). Uneori dacă în context este clar că este vorba numai despre frecvenţele discrete ele se notează ca de obicei prin ω şi f. Pentru a satisface condiţia Nyquist frecvenţa de eşantionare se alege astfel încât frecvenţa discretă corespunzătoare să nu depăşească $\underline{\omega} = \pi$, $\underline{f} = 0.5$, adică

$$\underline{\omega}_0 = 2\pi f T = 2\pi \frac{f}{f_e} \le \pi\ ,\ \ \underline{f}_0 = \frac{f_0}{f_e} \le 0.5 .$$

În caz contrar va apărea efect de aliere.

De exemplu, pentru semnalul continuu x (t) = cos (4000 πt) la alegerea f_e = 6000 (Hz) obţinem

$$x[n] = \cos(4000\,\pi T n) = \cos\left(\frac{4000\pi}{6000} n\right) = \cos\left(\frac{2}{3}\pi n\right)$$

cu frecvenţa $\underline{\omega}_0 = 2\pi/3$ care satisface condiţia Nyquist $\underline{\omega}_0 \langle \pi$.

Vom ilustra acum efectul de aliere a frecvenţelor. Fie semnalul continuu x(t)cos (16000πt) se discretizează cu frecvenţa f_e = 6000 Hz sau $\omega_e = 2\pi f_e = 1200\pi$ (rad/s) < $2\omega_0$ = 16000 π, adică cu încălcarea condiţiei lui Nyquist. După discretizare obţinem semnalul discret

$$x[n] = \cos(16000\pi n / 6000) = \cos\left(2\pi n + \frac{4000\pi n}{6000}\right) = \cos\left(\frac{2}{3}\pi n\right).$$

Adăugarea unui număr întreg de 2π către argumentul cosinusului nu îl schimbă şi obţinem aceeaşi secvenţă a eşantioanelor discrete cos $(2\pi n/3)$ la eşantionarea a două diferite semnale continue cu aceleaşi frecvenţe f_e. Bineînţeles că sunt si alte frecvenţe care pot da acelaşi semnal discret.

De aici rezultă că pentru reconstruire univocă a semnalului sinusoidal continuu din cel discret frecvenţa de eşantionate trebuie aleasă din condiţia $\omega_e \geq 2\omega_0$ sau respectiv

$$\underline{\omega}_0 = 2\pi f_0 / f_e \leq \pi \quad \left(\underline{f}_0 = f / f_e \leq 0.5\right).$$

Prelucrarea numerica a semnalelor (PNS)

Prelucrarea numerica a semnalelor (PNS) este un domeniu al științei și tehnicii care s-a dezvoltat foarte rapid in ultimii ani, ca urmare a progresului înregistrat de tehnologia calculatoarelor și fabricarea circuitelor integrate. Au fost elaborate medii de dezvoltare de aplicaţii software specifice sistemelor de achiziţie şi prelucrare de date, dintre care cele mai larg utilizate sunt MATLAB, OrCad etc. Aceste medii, utilizate în cercetare şi în învăţământ, includ o serie de unelte specifice pe domenii, care permit soluţionarea eficientă a următoarelor categorii de probleme: procesare date, simulare, vizualizare grafică a rezultatelor obţinute ș.a. Prelucrarea numerica a semnalelor are aplicații în orice domeniu în care informația poate fi prezentata sub forma numerica. Dintre cele mai cunoscute putem menționa:

1. Procesarea de imagini, care este aplicația tehnicilor procesării semnalelor în domeniul imaginilor - semnale bidimensionale precum fotografiile sau imagini video: facsimil, harta vremii prin satelit, animație imagini satelit (meteorologice, topografice, militare) etc.
2. Instrumentație/control: analiza spectrala, controlul poziției și al vitezei, compresie de date etc.
3. Vorbire/audio: recunoașterea vocii, sinteza vorbirii, egalizare etc. În zilele de astăzi există programe gratuite, portabile, ce utilizează caracteristica ASR (Automatic Speech Recognition) pentru a controla sistemele intelegente cu vocea umană.
4. Militar: securitatea comunicațiilor, procesare radar, procesare sonar, ghidarea proiectilelor etc. Sistemele sonare sunt utilizate în general sub apă pentru identificarea și detectarea distanței.
5. Telecomunicații: anulare ecou, egalizare adaptivă, conferințe video, comunicații de date etc.

6. Biomedical: scanare computer-tomografie, electroencefalografie, electrocardiografie, electromiografie etc.
7. GSM, CDMA.

Aceasta enumerare ilustrează importanța prelucrării numerice a semnalelor în diverse domenii de activitate.

Câteva dintre avantajele acestui mod de prelucrare a semnalelor sunt:

1. Precizie garantată – determinata de numărul de biți folosiți în reprezentarea semnalului;
2. Reproductibilitate perfectă – se obțin performanțe identice de la unitate la unitate, daca nu variază toleranțele componentelor, de exemplu o înregistrare numerică poate fi copiata sau reprodusă fără vreo degradare a calității semnalului;
3. Nu are abateri cu temperatura sau vechimea;
4. Sistemele de PNS pot fi realizate sub forma de circuite integrate care prezintă siguranța crescută, gabarit redus, putere mică, cost mic;
5. Flexibilitate crescută – sistemele de PNS pot fi programate și reprogramate pentru a realiza o varietate de funcții, fără modificarea hardului;
6. Performanțe superioare – sistemele de PNS pot realiza funcții inaccesibile prelucrării analogice, de exemplu obținerea unui răspuns de fază liniară, implementarea de algoritmi pentru filtrarea adaptivă.

Evident, exisă si dezavantaje ale PNS:

1. Viteza și cost – sistemele de PNS pot fi scumpe când sunt implicate semnale de bandă largă. În prezent, convertoarele analog/numerice și numeric/analogice

sunt costisitoare sau nu au suficientă rezoluție pentru aplicații PNS de bandă largă. Timpul necesar conversiei limitează viteza de lucru. Obișnuit, numai circuitele integrate specializate pot procesa semnale în domeniul MHz și sunt relativ scumpe. Semnale de bandă mai mare de 100 MHz se prelucrează numai analogic;

2. Timpul de proiectare – uneori proiectarea unui circuit poate consuma nejustificat de mult timp; instrumente de proiectare 3D(CAD), instrumente intelegente de calcul (CAE)

3. Problema lungimii finite a cuvintelor – în situațiile de prelucrare în timp real, considerații economice impun ca algoritmii PNS sa fie implementați pe un număr limitat de biți. Daca acesta nu este suficient pentru a reprezenta variabilele, apar degradări serioase ale performanțelor circuitului. Sistemele numerice sunt afectate de zgomotul de cuantizare al convertoarelor analog/numerice, care este cu atât mai mare cu cât numărul de biți folosit în reprezentarea eșantioanelor semnalului de intrare este mai mic. Mai mult, în timpul prelucrării, datorită operației de rotunjire, apare un zgomot care, prin acumulare, poate duce la instabilitate pentru sistemele de ordin superior.

Prelucrarea numerica a semnalelor implica reprezentarea, transmisia și prelucrarea semnalelor folosind tehnici numerice și procesoare numerice, deci, se poate spune ca PNS se ocupă cu reprezentarea numerică a semnalelor și utilizarea procesoarelor numerice pentru a analiza, modifica sau extrage informații din semnale.

Terminologia în domeniul prelucrării digitală a semnalelor

1. Bitrate (BR, Bit Rate) - viteza la care datele sunt codificate şi transmise. Măsurată în biţi pe secundă.
2. Termenul "timp discret" înseamnă că timpul (variabila independentă) este cuantificat. Semnale discrete de timp sunt definite numai pentru valori discrete ale variabilei independente.
3. Sistem digital este un sistem în care semnalele sunt reprezentate ca secvenţe de numere, luând numai un număr finit de valori.
4. **CAN** sau **Convertor Analogic Numeric** reprezintă un bloc sau un circuit care poate accepta o mărime analogică (curent, tensiune) la intrare, furnizând la ieșire un număr care constituie o aproximare (mai mult sau mai puțin exactă) a valorii analogice a semnalului de la intrare.
5. **Cuantificare.** Divizarea intervalului de variație (tensiune, curent) al unei mărimi analogice într-un număr determinat de trepte („cuante") de amplitudine egală, în scopul exprimării valorii analogice sub formă de număr, constituie procesul de **cuantificare** al unui semnal analogic. Mărimea treptelor rezultate în urma cuantificării este egală cu raportul dintre valoarea intervalului maxim de variație și numărul lor, fiecare astfel de „cuantă" fiind delimitată de două nivele de cuantificare succesive.
6. **Intermodulație.** Proces prin care neliniaritatea rețelei provoacă la ieșire semnale parazite (numite produse in intermodulație) pe frecvențe care sunt combinații lineare ale frecvențelor semnalelor de intrare.

Se numeşte ***semnal*** o mărime fizică măsurabilă, purtătoare de informaţie, care poate fi transmisă la distanţă, recepţionată şi/sau prelucrată.

Prelucrarea numerică a semnalelor se ocupă cu reprezentarea numerică a semnalelor originale în domeniul variabilei sau al variabilelor sau într-un domeniu transformat şi cu modificarea algoritmică a acestora cu ajutorul procesoarelor numerice pentru a analiza, modifica sau extrage informaţii din semnale.

Un semnal ***unidimensional***, numit şi semnal 1D, este o funcţie de timp, notată generic prin $x(t)$, $t \in \Re$. De regulă, mărimea fizică variabilă reprezentând semnalul este o tensiune electrică. Totuşi, în echipamentele de automatizări se utilizează şi semnale de altă natură fizică, aşa cum sunt, de exemplu: curentul electric, presiunea aerului instrumental, deplasarea unui corp solid.

Fie $\Im t = [t_1,t_2]$ suportul semnalului $x(t)$, adică intervalul de timp finit în care se observă (măsoară) semnalul.

Fig. 1.1 Sistem dinamic

Semnalele se pot aplica unor circuite sau, mai general, unor sisteme dinamice. Fie $u(t)$ semnalul aplicat la intrarea unui sistem şi $y(t)$ semnalul obţinut la ieşirea acestuia, numit şi *răspuns* al sistemului la semnalul de intrare (figura 1.1). Sistemele dinamice realizează prelucrarea semnalelor, conform funcţiilor realizate de echipamentele electronice în care sunt înglobate. Exemplificăm câteva operaţii uzuale de prelucrare a semnalelor: integrarea unui semnal, derivarea acestuia, filtrarea (extragerea unor componente spectrale ale semnalului sau, după caz, eliminarea componentelor parazite), modulaţia semnalelor, etc. De fapt, cele mai multe echipamente electronice sunt formate din lanţuri de sisteme dinamice, care realizează prelucrări consecutive ale semnalelor, conform unei „tehnologii” care determină funcţiunile realizate de echipamentul respectiv.

Din clasa semnalelor unidimensionale menţionăm: semnalul vocal, semnalul radio (modulat în amplitudine sau în frecvenţă), semnalele furnizate de traductoare ale mărimilor fizice uzuale (temperatură, viteză ş.a.) etc.

Semnalele bidimensionale, numite şi semnale 2D, sunt – de regulă – imagini. Fie u(x1, x2) un semnal bidimensional, în raport cu coordonatele spaţiale x1 şi x2.

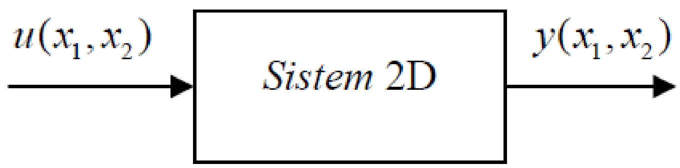


Figura 1.2 Sistem 2D

Mărimea u reflectă valoarea nivelului de gri în punctul de coordonate x_1 şi x_2. Ca şi în cazul semnalelor unidimensionale, modelarea matematică a semnalelor 2D vizează facilitarea descrierii operaţiilor de prelucrare. Aceste operaţii de prelucrare se realizează cu ajutorul sistemelor 2D (fig. 1.2). Semnalul de ieşire din sistem, $y(x_1, x_2)$, se obţine prin aplicarea unor operaţii specifice (filtrare, extragere contur, etc.) aplicate semnalului de intrare u(x1, x2).

Un semnal se numeşte M-dimensional dacă valoarea sa este o funcţie de M variabile independente.

Semnalele electrice cu care se lucrează în telecomunicaţii și TI se împart în două mari categorii: semnale analogice şi semnale digitale (numerice).

Semnalul analogic este un semnal continuu, atât pe axa timpului cât şi pe axa amplitudinilor. Un exemplu tipic de astfel de semnal este tensiunea de ieşire a unui microfon, care este continuu variabilă în funcţie de valoarea semnalului sonor.

Semnalul numeric este discontinuu atât în timp cât şi în amplitudine.

Prin urmare, un semnal analogic poate fi transformat în semnal numeric prin procedee de “întrerupere” a continuităţii în timp şi simultan de “întrerupere” a continuităţii în amplitudine. Este necesar ca aceste “întreruperi” să nu determine pierderi semnificative din ceea ce reprezintă informaţia înmagazinată în forma continuă a semnalului analogic.

Eşantionare - operaţia de rupere în timp;

Cuantizare - operaţia de rupere în amplitudine.

Sau mai științific

- eşantionarea semnalului, adică discretizarea timpului t cu un pas T_e, numit perioadă de eşantionare. Semnalul cu timp discret, $x(kT_e)$, este notat adesea cu x(k) , unde k reprezintă timpul discret, adică pasul curent de eşantionare;
- cuantizarea semnalului, adică discretizarea amplitudinii eşantioanelor x(k) Se alege un pas de cuantizare, Δ, iar rezultatul operaţiei de cuantizare este un număr întreg, q , astfel încât produsul $q \cdot \Delta$ să fie cât mai apropiat de amplitudinea eşantionului cuantizat.

În telecomunicaţii și TI semnalele analogice şi cele numerice au avut multă vreme o existenţă separată şi independentă. Transmisiunile telefonice, radio şi de televiziune funcţionau exclusiv cu semnale analogice, iar în telegrafie şi în transmisiunile de date se foloseau numai semnalele numerice. Semnalul digital, caracteristic iniţial telegrafiei şi transmisiunilor de date, are avantajul simplităţii, este mult mai rezistent la zgomot în comparaţie cu cel analogic, iar echipamentul de transmisie utilizat este fiabil şi nepretenţios din punctul de vedere al reglajelor necesare. La început, dispozitivele digitale a avut un grad de complexitate ridicat, însă o dată cu apariţia circuitelor digitale integrate, proiectarea unui dispozitiv nu a mai indicat probleme deosebite.

Forma principală de exprimare analitică a semnalului este reprezentarea lui prin oscilaţiile sau prin spectrul lui.

Oscilaţiile descriu semnalul ca o funcţie de timp S(t). O altă formă de exprimare a semnalului este reprezentarea lor cu ajutorul spectrului. Orice semnal poate fi cercetat ca o uniune de oscilaţii $h_k(t)$ înmulţite cu coeficientul C_k şi care prezintă un sistem al funcţiei de timp $\{h_k(t)\}$ de un anumit tip.

Semnalele reale e necesar să le idealizăm. Se folosesc următoarele permisiuni:

1. Semnalele reale sunt limitate în timp: în teorie deseori se cercetează semnalele care sunt expuse în timp la semiinfinit $0 \le t \le \infty$ sau la infinit $-\infty \le t \le \infty$. Pentru limitare începutul cronometrării îl vom considera odată cu începutul semnalului.

2. Semnalele reale sunt aleatoare, dar în teorie deseori sunt cercetate semnalele care sunt total (integral) cunoscute în timp. Astfel de semnale sunt numite determinate.

Să definim unele tipuri de oscilaţii:

cauzale – se numesc oscilaţiile care au un început în timp (o cauză);

periodice – se numesc oscilaţiile orice valoare a cărora se repetă peste intervale de timp egale cu perioada T.

$$S(t)=S(t+kT)$$

finite – se numesc oscilaţiile localizate în timp, adică oscilaţiile sunt perfect egale cu zero în afara unui interval de timp $t_a \leq t \leq t_b$. Toate semnalele reale pot fi cercetate ca finite.

continue – se numesc oscilaţiile care sunt cercetate în fiecare punct al treptei de timp. Aşa oscilaţie e redată prin o mulţime infinită de puncte. O succesiune de impulsuri la fel e un semnal continuu. Aici se cerceteză valoarea semnalului nu numai în timpul existenţei impulsurilor, dar şi între ele.

discrete – se numesc oscilaţiile care sunt cercetate numai în momente fixate de timp t_i, adică cele fixate în mulţimea de puncte ale treptei de timp.

Semnalele definite în timp continuu sunt definite pentru orice valoare a variabilei independente dintr-un interval finit sau infinit. Acestea mai sunt cunoscute așa după cum am menționat sub numele de semnale analogice.

Un exemplu de semnal definit în timp continuu este reprezentat de semnalul de forma:

$$s(t) = \sum_{i=1}^{N} A_i(t) \cdot \sin\left[2\pi F_i(t) + \theta_i(t)\right]$$

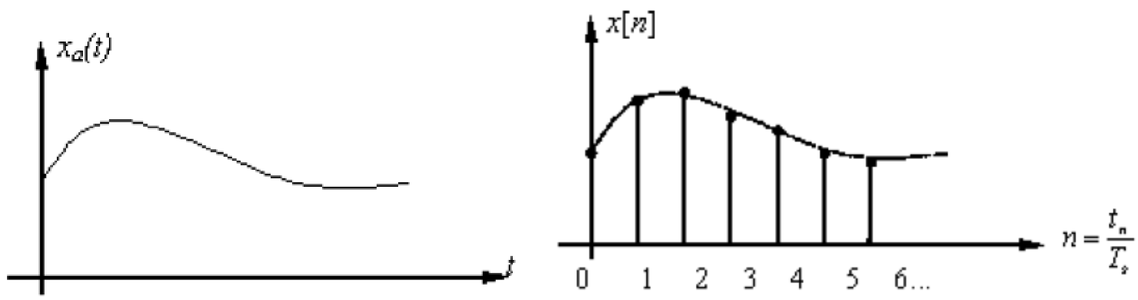


Fig.1.3 Semnal definit în timp discret (b) obținut prin eșantionarea unui semnal analogic (a)

Spre deosebire de semnalele definite în timp continuu, există o a doua mare categorie de semnale definite în timp discret, care sunt definite numai pentru valori discrete de timp. Acestea nu trebuie neapărat să fie echidistante, dar în practică din considerente de comoditate a tratării matematice, de cele mai multe ori, se iau uniform distanțate. Un semnal definit în timp discret poate fi reprezentat matematic de o secvență de numere reale sau complexe.

Există o mare varietate de semnale:

· semnalele luminoase emanate de diverse surse de lumină (corpuri cereşti, materiale incandescente sau fosforescente);

· semnalele acustice eliberate de aproape orice proces fizic;

· semnalele nervoase emise de creierul uman către organele corpului în vederea efectuării diverselor acţiuni;

· semnalele radio emise de posturile de radio şi televiziune, sateliţi de comunicaţie, sonare, radare;

· semnale electrice emise pe cablu, cum ar fi sem-nalul telefonic;

· semnalele optice emise pe fibrele optice;

· semnale analogice (continuu în timp şi în valori);

· semnale digitale (discontinuu în timp şi în valori, se mai numeşte semnal în timp discret şi cu valori discrete. Semnalul în timp discret se mai numeşte semnal eşantionat), etc.

Clasificarea sistemelor

Sistemul reprezintă un mediu fizic, prevăzut cu posibilitatea de a prelua informaţii din mediul exterior (semnal de intrare) şi de a furniza la rândul lui informaţii mediului exterior prin intermediul semnalului de ieşire. Semnalul de ieşire depinde evident de semnalul de intrare dar depinde esenţial şi de structura sistemului. Majoritatea sistemelor pot fi modelate matematic şi astfel se poate estima răspunsul sistemului (semnalul de ieşire), atunci când se cunoaşte semnalul de intrare şi structura sistemului.

Similar în parte cu criteriile amintite la clasificarea semnalelor, există mai multe criterii de clasificare a sistemelor. Iată câteva dintre ele:

Sisteme analogice / sisteme digitale

Un prim criteriu de clasificare îl constituie natura semnalelor pe care sistemul le procesează. În acest sens există:

• Sisteme analogice. Sunt sistemele care prelucrează semnale analogice (semnale continue în timp continuu). Un exemplu de astfel de sistem este amplificatorul de semnale audio, construit cu rezistoare, condensatoare, tranzistoare.

La ce sunt necesare sistemele analogice?

În figura 1 este indicat că:

- interfațarea cu lumea reală este analogică → importanță vitală.
- domeniul digital domină în aplicații, dar semnalele trebuie convertite → operații analogice de condiționare a semnalului.

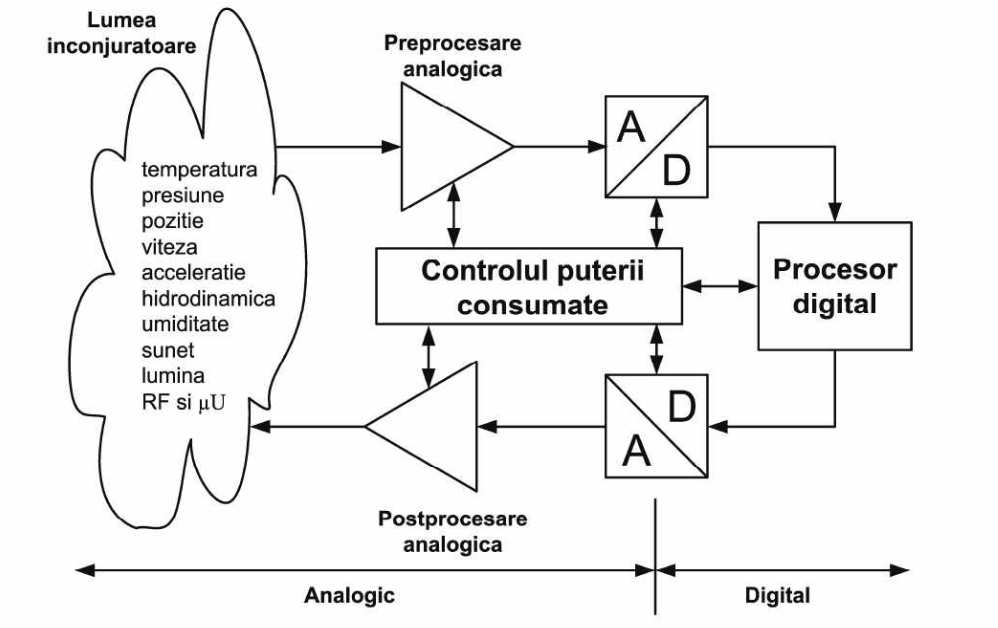


Fig.1 Necesitatea sistemelor analogice

• Sisteme digitale. Sunt sistemele care prelucrează semnale în timp discret, ca de exemplu cele care redau semnale audio înregistrate numeric. Un sistem digital poate fi un PC „obișnuit”, sau poate fi un sistem de calcul dedicat de exemplu DSP procesor.

Sisteme liniare / neliniare

Un sistem este liniar dacă îndeplineşte următoarele două criterii:

1. Dacă semnalul de intrare x va determina semnalul de ieşire X, atunci un semnal de intrare 2x va produce un semnal de ieşire 2X. Cu alte cuvinte, la un sistem liniar amplitudinea semnalului de ieşire este direct proporţională cu amplitudinea semnalului de intrare.
2. Dacă un semnal de intrare x produce un semnal de ieşire X, şi un semnal de intrare y produce un semnal de ieşire Y, atunci semnalul rezultant de intrare x + y va produce o ieşire X + Y. Cu alte cuvinte, la

sistemul liniar semnalele de intrare sunt independente, deci nu interacţionează în cadrul sistemului.

Nici un sistem real nu este absolut perfect liniar. Se poate vorbi despre mai multe tipuri de neliniarităţi existente în grade diferite în toate sistemele mecanice, deşi comportamentul mai multor sisteme reale poate fi abordat ca unul liniar, în special la semnale mici de intrare. Dacă un sistem nu este perfect liniar, va produce frecvenţe de ieşire care nu se regăsesc în semnalul de intrare. Un exemplu în acest sens poate fi considerat un amplificator stereo (sau un magnetofon) care produce armonici ale semnalului său de intrare. Acest fenomen se numeşte „distorsiune armonică" şi degradează calitatea sunetului de reprodus. Distorsiunea armonică aproape întotdeauna devine mult mai severă la un nivel ridicat de semnal. Un exemplu în acest sens poate fi un aparat mic de radio care redă un sunet relativ „clar" la un volum redus, dar scoate sunete dure şi distorsionate la volum ridicat.

Multe sisteme sunt aproape liniare la semnale de mică amplitudine, dar devin neliniare la niveluri mai ridicate de excitaţie. Uneori, există un prag definit, de la care sistemul îşi pierde liniaritatea. Un exemplu în acest sens reprezintă întreruperea semnalului de ieşire al unui amplificator, atunci când nivelul semnalului de intrare depăşeşte tensiunea de alimentare prescrisă de producător. Similar este şi la sistemele mecanice în cazul în care o piesă componentă se mişcă liber până când se loveşte de un obstacol.

Exemple de sisteme liniare:

Propagarea undelor cum sunt undele sonice și electromagnetice

Circuitele electrice compuse din rezistoare, condensatoare și bobine

Circuitele electronice ca amplificatoare și filtre

Sisteme descrise prin ecuații diferențiale ca rețele rezistor-condensator-bobină

Multiplicarea cu o constantă, adică amplificarea și atenuarea semnalului

Modificări ale semnalului, ca ecouri

Perturbații mici în alte sisteme neliniare

Exemple de sisteme neliniare:

Sisteme care nu au fidelitate sinusoidală, ca circuitele electronice pentru: conversia undelor sinusoidale în unde dreptunghiulare, dublarea frecvenței etc.

Multiplicarea unui semnal cu alt semnal, ca modularea în amplitudine.

Sisteme cu prag, de exemplu, porți logice digitale sau vibrații seismice

Sisteme variante / invariante în timp

Sisteme invariante în timp sunt acele sisteme la care răspunsul sistemului va fi același, indiferent de momentul aplicării semnalului de intrare. Aplicând deci același semnal x(t) la momente diferite de timp, la ieșirea sistemului se va produce același semnal.

Dacă $y(t) = S\ \{x(t)\}$, atunci $y(t-t_o) = S\ \{x(t-t_o)\}$, unde prin $S\ \{x(t)\}$ am notat transformarea suferită de semnalul x(t) la trecerea sa prin sistem.

Sisteme cauzale / necauzale

Sistemele cauzale sunt cele la care mărimea de ieșire nu depinde decât de valori ale mărimii de intrare, anterioare momentului curent. Altfel spus, ieșirea nu depinde decât de trecut, nu și de viitor. Spre deosebire de acestea, la sistemele necauzale ieșirea depinde și de valori viitoare ale mărimii de intrare.

Proprietăţile generale ale sistemelor analogice

1. Cauzalitatea înseamnă caracterul neanticipativ al sistemului: răspunsul y(t) nu poate preceda excitaţia x(t), adică pentru $x(t) = 0$, la $t<0$, y(t) tot este nul – $y(t) = 0$, la $t<0$. Sistemele reale sunt cauzale.

2. Linearitatea. Un sistem este liniar, dacă satisface principiul de superpoziţie: sumei excitaţiilor îi corespunde suma răspunsurilor la fiecare excitaţie în parte. Dacă au loc relaţiile

$$x_1(t) \to y_1(t);\ x_2(t) \to y_2(t),$$

atunci pentru sistemul liniar are loc relaţia:

$$x(t) = ax_1(t) + bx_2(t) \to$$
$$\to y(t) = ay_1(t) + by_2(t).$$

3. Invarianta în timp înseamnă că caracteristicile şi parametrii sistemului nu variază în timp. De aceea, translaţia în timp a excitaţiei, conduce la aceeaşi translaţie în timp a răspunsului $x(t-t_0) \to y(t-t_0)$.
4. Stabilitatea sistemelor implică răspuns mărginit la excitaţia mărginită:

$$|x(t)| \le M_1 < \infty \to |y(t)| \le M_2 < \infty.$$

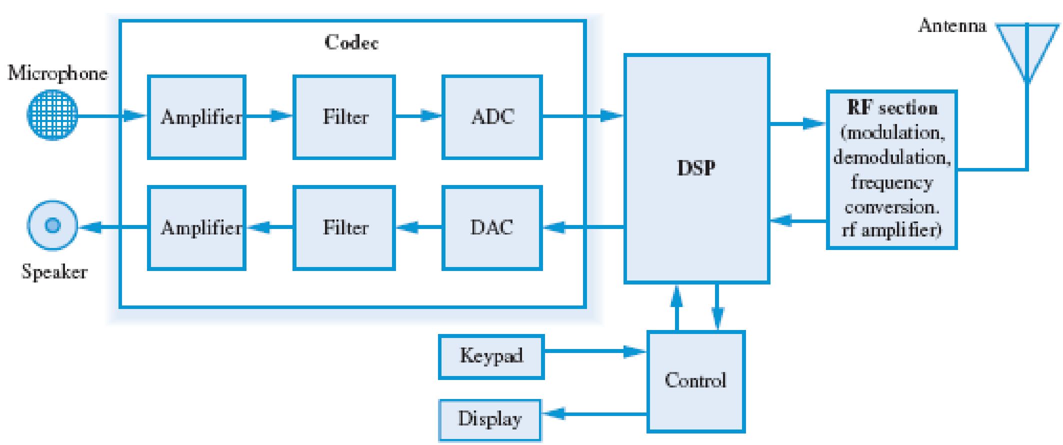


Fig.2 Schema de principiu la prelucrarea semnalelor într-un telefon mobil

Funcții DSP

Comprimarea si decomprimarea vorbirii, detecția si corecția erorilor, măsurarea calității si puterii semnalului, modulare-demodulare, eliminarea diafoniei, managementul consumului.

La acestea se adauga diverse alte functiuni: internet, jocuri, recunoașterea vorbirii și scrisului, sinteza de voce, GPS, prelucrări de imagine, etc.

Amplificatoare operaţionale

Amplificator operaţional (AO) este un amplificator de curent continuu cu intrare diferenţială. El posedă factor de amplificare foarte mare, Z_{int} foarte mare şi $Z_{ieş}$ foarte mică. De regulă, etajul de intrare este diferenţial, care asigură Z_{int} foarte mare, stabilitate şi sensibilitate înaltă. Etajul final este un repetitor pe emitor, care asigură $Z_{ieş}$ mică. Etajele intermediare asigură amplificarea la valoarea necesară. În baza AO se realizează: amplificatoare, oscilatoare, filtre active, generatoare de impulsuri, stabilizatoare, limitatoare de amplitudine etc.

Simbolul AO şi simbolul simplificat:

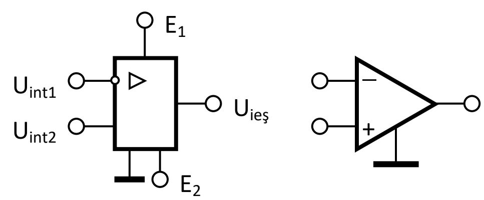


Fig.1. Simbolul AO şi simbolul simplificat

U_{int1} - intrare inversoare, se află în antifază cu $U_{ieş}$.

U_{int2} - intrare neinversoare, se află în aceeaşi fază cu $U_{ieş}$.

E_1, E_2 - surse de alimentare cu polaritate diferită, raportate la masă şi egale ca modul.

Parametrii AO:

- Viteza creşterii tensiunii de ieşire - tangenta unghiului de înclinaţie a $U_{ieş}$. Se măsoară în [V / μs].
- Timpul stabilirii tensiunii de ieşire - timpul de la $0{,}1 \cdot U_{ieş}$ până la $0{,}9 \cdot U_{ieş}$.
- Factorul dinamic de amplificare $K_U = \Delta U_{ieş} / \Delta U_{int}$. Pentru frecvenţe aproape de zero $K_U \sim 104 \div 106$.
- Tensiunea de offset (tensiunea de decalaj la intrare) este diferenţa de tensiune, care trebuie aplicată între cele două intrări pentru a aduce $U_{ieş}$ la zero. U_{off} are valori $5 \div 20$ mV.

$$U_{off} = U_{int1} - U_{int2}\,, \quad \text{pentru } U_{ieş} = 0$$

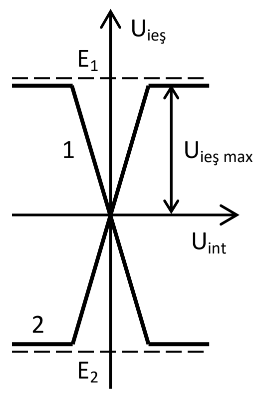
- Impedanţa de intrare Z_{int} este foarte mare.

AO cu TB în etajul de intrare Z_{int} = kΩ

AO cu TEC în etajul de intrare Z_{int} = zeci de MΩ

- Impedanţa de ieşire Zieş = cîţiva Ω ÷ sute de Ω.

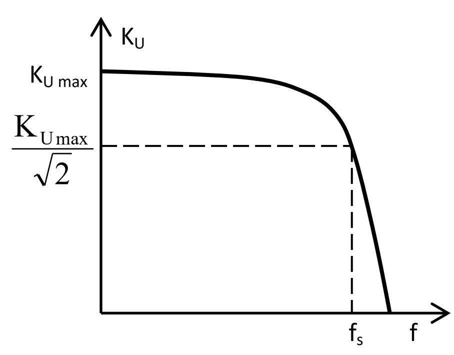
- Caracteristica de amplitudine.



1 - domeniul dinamic, în care caracteristica este liniară şi panta ei determină factorul de amplificare. Este foarte îngust, deoarece K_U este foarte înalt.

2 - domeniul de saturaţie. Valorile $U_{ieş}$ max sunt foarte aproape de valorile tensiunilor de alimentare.

- Caracteristica amplitudine-frecvenţă.



f_s - frecvenţa limită de sus.

$\Delta f = 0 \div f_s$ - bandă de trecere.

Procesare analogică versus procesare numerică

Conform criteriilor de clasificare a sistemelor, menționate la prelegerile precedente există două mari categorii de sisteme ce se referă la tipul de semnale pe care le prelucrează: sisteme analogice și sisteme digitale (numerice). Marea majoritate a sistemelor din natură precum și din unele procese tehnologice sunt de natură continuă, analogică. Prelucrarea semnalelor analogice, se face de către echipamente analogice, care din punct de vedere teoretic pot fi privite ca sisteme analogice. Iată câteva exemple:

· Emițătoare și receptoare radio și de televiziune;

· Amplificatoare cu tranzistoare, ca de exemplu cele de microfon sau cele existente în receptoarele de radio;

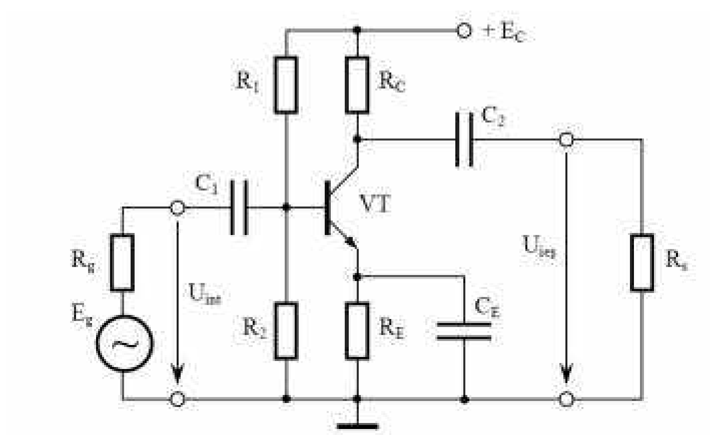


Fig.1 Etaj amplificator cu TB

· Filtre analogice, ca de exemplu cele existente în componenţa staţiilor de amplificare cu tranzistoare.

· Sisteme implicate în transferul de energie: transformatoare, redresoare oscilatoare etc.

· Regulatoare analogice care, incluse în bucla de reglare automată a unui proces, ce pot controla valoarea unui parametru al acelui proces (viteză, temperatură, presiune etc.).

Toate acestea sunt construite cu rezistoare, condensatoare, diode, tranzistoare etc. și sunt alimentate cu surse de energie electrică. Prin toate aceste echipamente, semnalul analogic se propagă de la intrare la ieșire.

Tehnicile si tehnologiile moderne obligă utilizarea calculatorului în prelucrarea semnalelor. Relaţia dintre procesarea numerică de semnal și semnalul analogic din care provine semnalul de prelucrat este sintetizată în figura următoare:

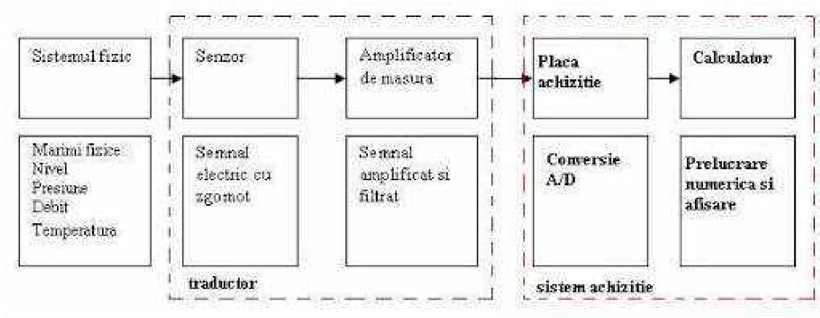


Fig.2 Relația dintre procesarea numerică și analogică

Procesarea Numerică a Semnalelor (Digital Signal Processing) nu reprezintă altceva decât prelucrarea cu ajutorul calculatorului, prin operaţii matematice (adunări, înmulţiri, operaţii logice etc.), a semnalelor reprezentate numeric.

Iată câteva din domeniile care au beneficiat esenţial de avantajele procesării numerice a semnalelor:

· Comunicaţii: codarea / decodarea digitală a sunetului în telefonia digitală cu multiplexarea mai multor convorbiri pe acelasi fir, Faxul, Internet-ul etc;

· Medicină: analiza semnalelor biomedicale (ECG, EEG, computer-tomografia etc.), diagnosticarea automată, monitorizarea diverselor funcţii vitale,

· Conducerea automată a proceselor: pilotarea automată a navelor, avioanelor si rachetelor, servomecanisme, roboţi, controlul proceselor industriale complexe sau periculoase;

· Radioul si televiziunea digitală;

· Aplicaţii ce implică semnalul vocal: filtrare, recunoașterea vorbirii, sinteza vorbirii;

· Multimedia: captarea, generarea, procesarea, transmiterea și stocarea sunetului și imaginilor;

Avantajele utilizării sistemelor de procesare numerică de semnal faţă de sistemele analogice sunt următoarele:

· Flexibilitatea. Un sistem de prelucrare numerică este un algoritm de calcul, algoritm pe care îl efectuează un sistem de calcul (sistem cu microprocesor, calculator specializat, sau chiar un calculator). Algoritmul poate fi ușor schimbat, prin reprogramare, ceea ce face ca sistemul să poată fi schimbat cu eforturi materiale nule(mici). Deci, prin schimbarea algoritmului, sistemul își modifică comportarea, fără nici o modificare fizică a sistemului de calcul.

· Eficienţă economică. Procesarea numerică are avantaje economice deosebite. Să presupunem că unui sistem analogic (un amplificator cu tranzistoare, spre exemplu), îi sunt schimbate caracteristicile, a comportării. Pentru aceasta el trebuie modificat fizic, îi trebuie schimbate acestuia anumite componente (rezistoare, condensatoare), ceea ce implică cheltuieli materiale, experimente si noi teste de omologare. În cazul unui amplificator numeric, pentru schimbarea comportării sale, i se va schimba acestuia prin programare doar o mică parte din algoritmul de calcul, fără nici o modificare fizică a sistemului.

· Fiabilitatea. Bineînţeles că problema fiabilităţii unui sistem digital rămâne de luat în calcul, dar ea depinde de fiabilitatea părţii hard a acestuia. Tehnologiile moderne de realizare a circuitelor numerice au ajuns la performanţe atât de înalte încât, și din punct de vedere al fiabilităţii, partea hard a sistemelor digitale este comparabilă și adesea superioară sistemelor analogice.

· Integrarea. Sistemele digitale pot fi realizate într-o singură capsulă de circuit integrat. Consecinţă a tehnologiilor moderne, integrarea are implicaţii pozitive asupra fiabilităţii si costurilor.

· Adaptabilitatea. Odată realizat un algoritm de procesare numeric destinat unui anume sistem, este simplu ca el să poată fi folosit și în alte aplicaţii, prin simpla adaptare/ajustarea unor parametri. Mai mult chiar, în cadrul aceluiași proces, algoritmul de calcul poate fi schimbat dinamic, adaptat la schimbările intervenite în proces.

· Stocarea și transmisia performantă a datelor. Pentru datele numerice există soluţii de a stoca date mult mai rapid și cu o densitate mult mai mare pe unitatea fizică de volum.

· Performanţe superioare. Nu în ultimul rând, trebuie menţionat că performanţele sistemelor numerice sunt cel mai adesea superioare sistemelor analogice. Mai mult chiar, există numeroase tipuri de procesări care nici nu pot fi realizate în sistemele analogice, ca de exemplu filtre de ordin mare sau filtre având impuse anumite caracteristici de frecvenţă.

Faţă de prelucrarea analogică, procesarea numerică a semnalelor oferă o serie de avantaje. Aceste avantaje rezultă chiar din caracteristicile specifice sistemelor de prelucrare numerică (SPN):

- repetabilitatea, adică proprietatea unui SPN de a conduce la rezultate identice ale prelucrării, dacă semnalele numerice de intrare sunt aceleaşi şi dacă se foloseşte acelaşi algoritm de prelucrare;

- re-programabilitate, reprezintă posibilitatea de modificare a algoritmului de prelucrare numerică doar prin reprogramare, fără vreo altă modificare în structura SPN;

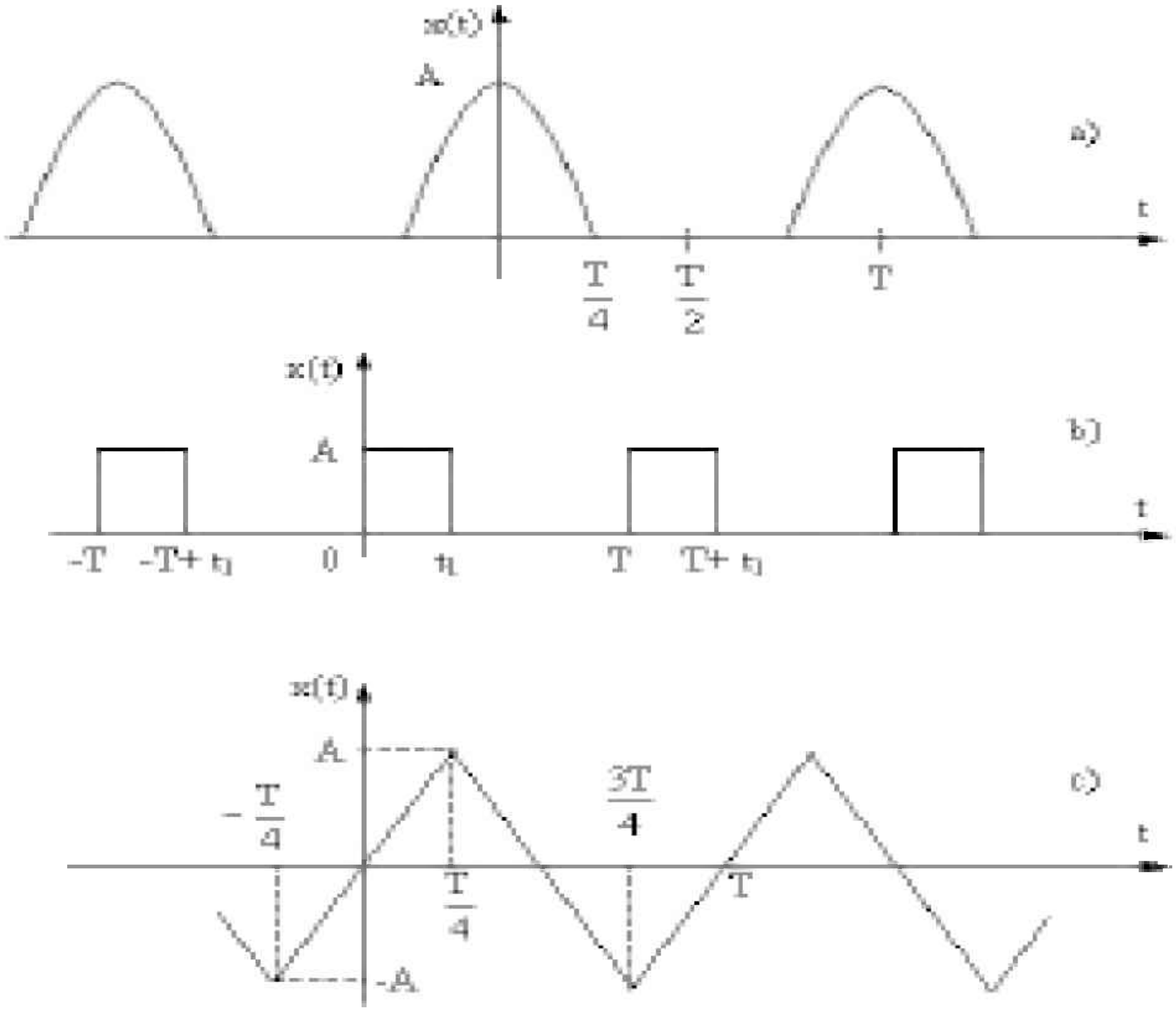
- adaptabilitatea, adică posibilitatea de modificare a funcţiei de transfer corespunzătoare unui algoritm de prelucrare numerică, în concordanţă cu caracteristicile semnalelor de intrare sau cu caracteristicile de mediu;

- stabilitate ridicată la perturbaţii, caracteristici ce rezultă din însăşi structura discretă a semnalelor numerice. Se are în vedere diferenţa relativ mare a valorilor de tensiune corespunzătoare celor două niveluri logice ale variabilelor binare;

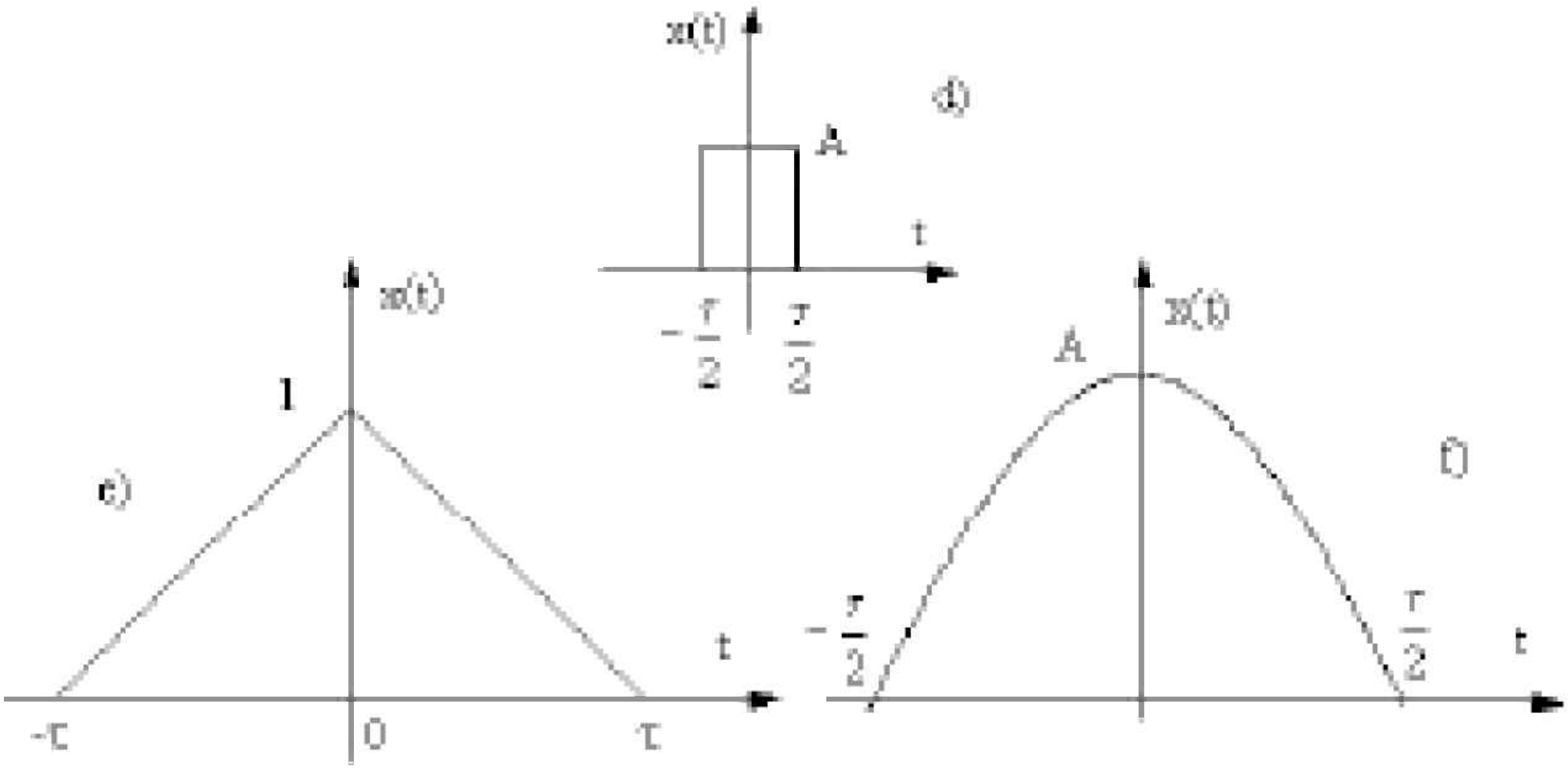
- tehnica numerică de prelucrare se poate utiliza şi la compresia de date, adică la reprezentarea informaţiei pe un număr redus de biţi, procedeu deosebit de util în comunicaţii şi la memorare.

Semnale periodice și neperiodice

Semnale periodice



Semnale neperiodice



Reprezentarea semnalelor periodice prin serii Fourier

,

Seria Fourier Trigonometrica (SFT)

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos_k \omega_1 t + b_k \sin_k \omega_1 t)$$

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_T x(t) dt; \qquad a_k = \frac{2}{T} \int_T x(t) \cos k\omega_1 t dt;$$

$$\mathrm{b_k} = \frac{2}{\mathrm{T}} \int_{\mathrm{T}} \mathrm{x(t) \sin k\omega_1 tdt}$$

Seria Fourier armonică (SFA)

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_1 t + \varphi_k) \ \text{ unde } \ A_0 = \frac{a_c}{2};$$

$$A_k = \sqrt{a_{k^2} + b_{k^2}} (k = 1,2,..);$$

$$\varphi_k = -\mathrm{arctg}(\frac{b_k}{a_k})$$

Seria Fourier exponenţială (sau complexă)

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_1 t}$$

$$\mathrm{c_k} = |\mathrm{c_k}|\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_\mathrm{k}} = \frac{1}{\mathrm{T}} \int_{\mathrm{T}} \mathrm{x(t)e}^{-\mathrm{jkw_1 t}}$$

Pentru calculului dezvoltării în serii Fourier sunt utile următoarele proprietăţi:

1. Dacă $x(t)=x(-t)$, adică semnalul $x(t)$ este par, atunci $b_k=0$,

$$a_k = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} x(t)\cos k\omega_1 t dt$$

şi

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega_1 t \ .$$

2. Dacă $x(t)=-x(-t)$, atunci

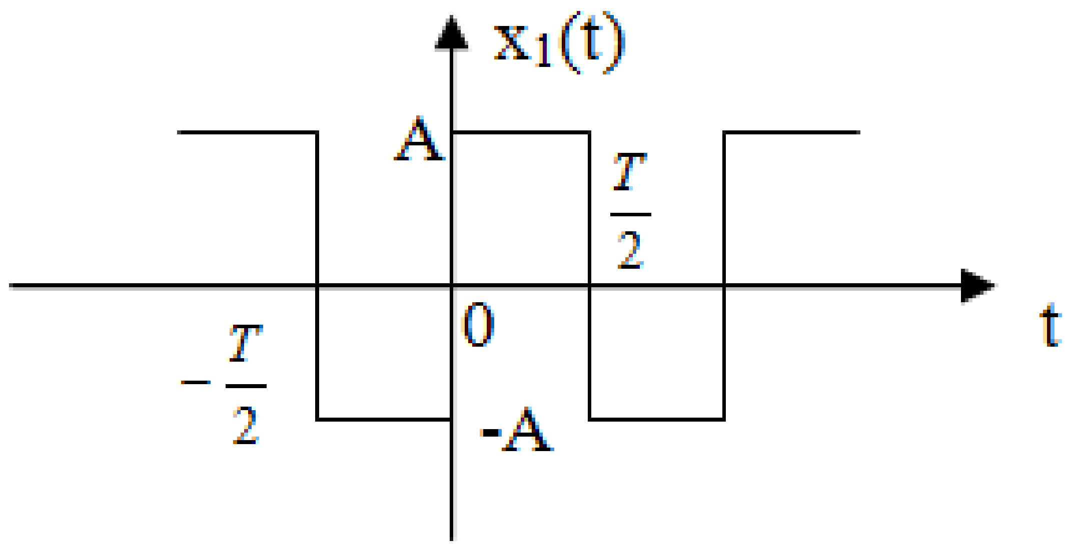
$$a_k = 0, \quad b_k = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} x(t)\sin k\omega_1 t dt$$

şi

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin k\omega_1 t \ .$$

Exemplu

Să se determine dezvoltările în serie Fourier (formele trigonometrică, armonică şi complexă) ale semnalului $x_1(t)$ pe perioada T, prezentat în figura



Rezolvare

a) Forma trigonometrică.

Semnalul $x_1(t)$ este o funcţie impară $x_1(t)=-x_1(-t)$

De aceea $a_0=0$, $a_k=0$ şi dezvoltare va conţine numai componente sinusoidale cu coeficienţii:

$$b_k = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x_1(t)Sinkw_1tdt = \frac{4}{T}\int_{0}^{T/2} x_1(t)Sinkw_1tdt = \frac{4A}{T}\int_{0}^{T/2} Sinkw_1tdt =$$

$$= -\frac{4A}{T}\frac{Coskw_1t}{kw_1}\Bigg|_0^{T/2} = \frac{4A}{k2\pi}\left(1 - Cosk\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{2}\right) = \frac{2A}{k\pi}\left[1-(-1)^k\right].$$

Pentru

$$k = 2n - 1(impar) \longrightarrow b_{2n-1} = \frac{4A}{(2n-1)\pi},\ n = 1,2,3,\ldots$$

$$k = 2n(par) \rightarrow b_{2n} = 0\ .$$

Revenind la indicele de sumare K, forma trigonometrică a dezvoltării este

$$x_1(t) = \frac{4A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)}Sin(2k-1)w_1t$$

şi conţine numai componentele impare cu frecventele w_1, $3w_1$, $5w_1$ etc. Acest rezultat este o consecinţă a faptului că $x_1(t+T/2)=-x_1(t)$.

b) Forma armonică.

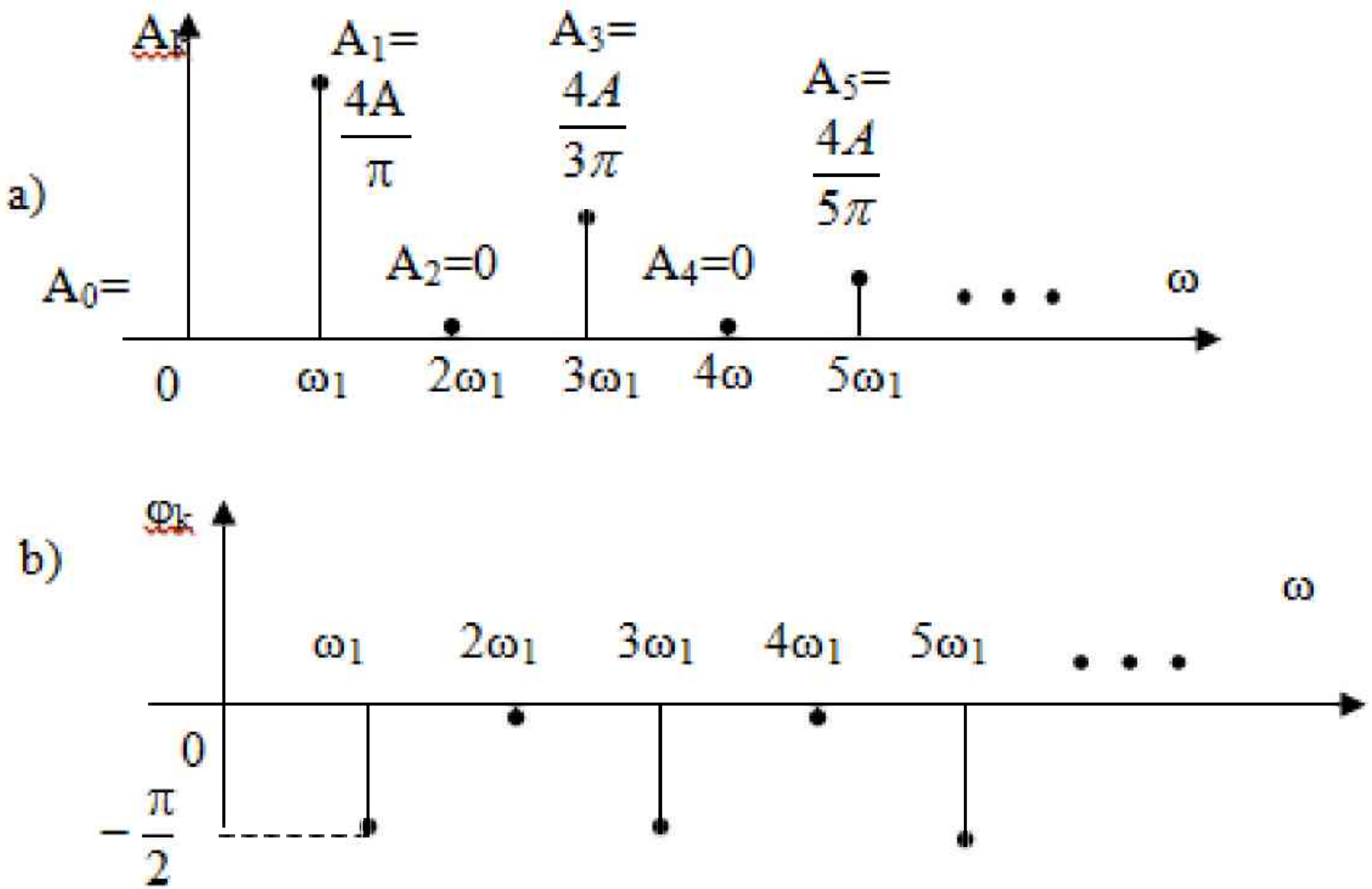
Din coeficienţii a_k, b_k se obţin amplitudinile armonicilor

$$A_o = \frac{a_o}{2} = 0, A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} = |b_k| \longrightarrow A_{2k-1} = \frac{4A}{(2k-1)\pi}, A_{2k} = 0$$

şi fazele lor $\varphi_k = -arctg\ b_k/a_k \rightarrow \varphi_{2k-1} = -\pi/2$, iar dezvoltarea poate fi scrisă sub forma

$$x_1(t) = \frac{4A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{2k-1}Cos\left[(2k-1)w_1 t - \frac{\pi}{2}\right].$$

Graficele spectrelor de amplitudine şi fază pentru semnalul dat sunt arătate în figurile urmatoare.



a)
A_k
$A_0=$
$A_1=\frac{4A}{\pi}$
$A_2=0$
$A_3=\frac{4A}{3\pi}$
$A_4=0$
$A_5=\frac{4A}{5\pi}$
ω
0
ω_1
$2\omega_1$
$3\omega_1$
4ω
$5\omega_1$
b)
φ_k
ω
ω_1
$2\omega_1$
$3\omega_1$
$4\omega_1$
$5\omega_1$
0
$-\frac{\pi}{2}$

c) Seria exponențială.

Coeficienții C_k pentru forma exponențială

$$C_k = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x_1(t)e^{-jkw_1t} = \frac{1A}{T}\left(\frac{e^{-jkw_1t}}{jkw_1}\Bigg|_{-T/2}^{0} - \frac{e^{-jkw_1t}}{jkw_1}\Bigg|_{0}^{T/2}\right) =$$

$$= \frac{A}{j2k\pi}\left(1 - e^{jk\pi} - e^{-jk\pi} + 1\right) = \frac{A}{jk\pi}(1 - \mathrm{Cos}k\pi) = \frac{A}{jk\pi}\left[1 - (-1)^k\right].$$

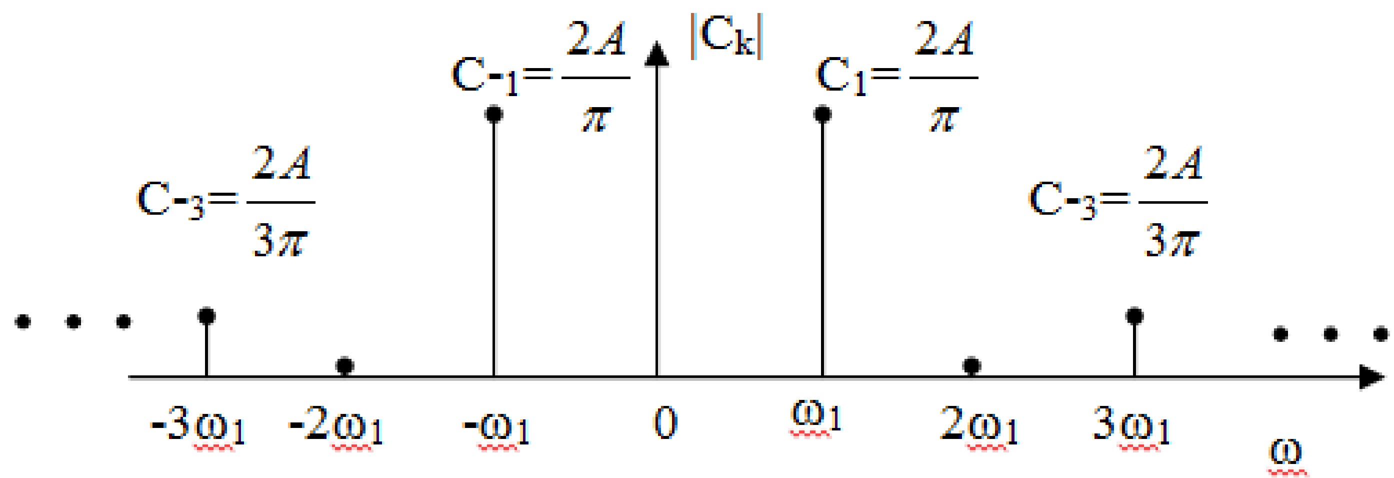
Rezultă că pentru $k = 2n - 1(\hat{i}mpar) \longrightarrow C_{2n-1} = \dfrac{2A}{j(2n-1)\pi}$

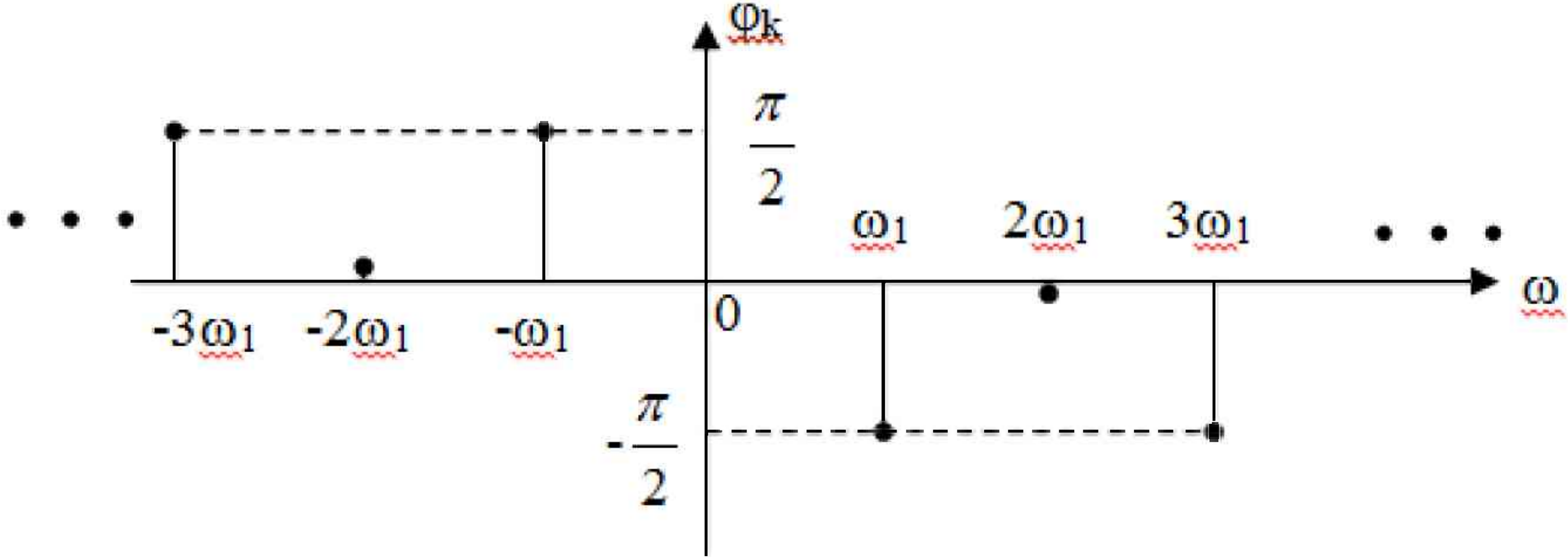
$$k = 2n(par) \rightarrow C_{2n} = 0\,.$$

Revenind la indicele de sumare *k*, descompunerea în serie 'ourier, forma exponențială este

$$x_1(t) = \frac{2A}{\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{1}{j(2k-1)}e^{j(2k-1)w_1t}\,.$$

Spectrele de amplitudini si faze corespunzătoare





φ_k
$\frac{\pi}{2}$
$-\frac{\pi}{2}$
ω_1
$2\omega_1$
$3\omega_1$
ω
$-3\omega_1$
$-2\omega_1$
$-\omega_1$
0

Reprezentarea semnalelor prin transformata Fourier

Transformata Fourier folosită, de obicei, pentru calculul spectrelor semnalelor neperiodice se defineşte în modul următor.

Dacă un semnal $x(t) \in L_2$ (este pătrat integrabil), atunci:

-*transformata Fourier directă*

$$X(j\omega) = X(\omega) = F\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt,$$

prin care se determină funcţie spectrală $X(\omega)$ a semnalului $x(t)$;

-*transformata Fourier inversă*

$$x(t) = F^{-1}\{X(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega,$$

prin care semnalul $x(t)$ poate fi determinat din spectrul lui $X(\omega)$.

Dacă $x(t) \leftrightarrow X(w)$ sunt perechi de transformate Fourier, atunci sunt valabile următoarele teoreme (**T**):

T1: $X(w)$ este o funcție continuă și $\lim X(w) = 0$; $|w| \rightarrow \infty$;

T2: teorema conjugării

$$x^*(t) \leftrightarrow X^*(-w);$$

T3: teorema simetriei

$$X(t) \leftrightarrow 2\pi x(-w);$$

T4: schimbarea de scară

$$x(at) \leftrightarrow {}^{1}/_{|a|}\, X({}^{w}/_{a});$$

T5: teorema deplasării în timp

$$x(t-t_0) \leftrightarrow e^{-jwt_0} \cdot X(w);$$

T6: teorema deplasării în frecventă

$$x(t)e^{jw_0t} \leftrightarrow X(w-w_0);$$

T7: teorema derivării în timp

$$\frac{d^{(n)}x(t)}{dt^{n}} \leftrightarrow (j\omega)^{n} X(\omega);$$

Impulsul unitar (impulsul lui Dirac) *δ(t)* se defineşte prin relaţiile

T8: teorema integrării în timp

$$f(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau \leftrightarrow \frac{1}{jw}X(w) + \pi\delta(\omega)X(0) \;;$$

T9. teorema derivării în domeniul frecvenţă

$$f(t) = (-jt)^n x(t) \leftrightarrow \frac{d^n X(w)}{dw^n}$$

Impulsul unitar (impulsul lui Dirac) *δ(t)* se defineşte prin relaţiile

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t)dt = x(0)\,;$$

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, t=0 \\ 0, t\neq 0 \end{cases} \;;$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1\,.$$

Exemplu

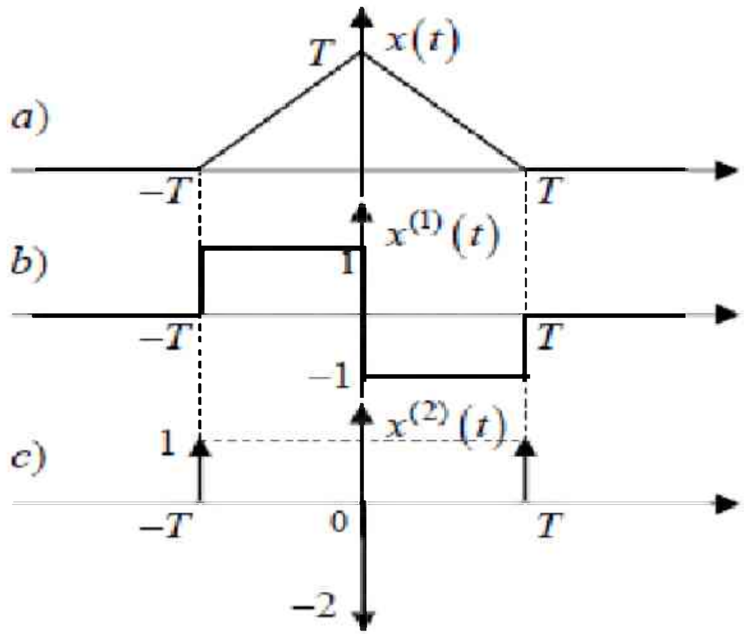
- Fie semnalul $x(t)$ de formă triunghiulară, reprezentat în urmatoarea figura a). Sa se determine transformata Fourier a semnalului $x(t)$
- Conform teoremei derivarii in timp vom deriva semnalul de 2 ori

Prima derivată, $\hat{x}^{(1)}(t)$, este reprezentată în fig. b), iar derivata a doua, $\hat{x}^{(2)}(t)$, în fig. c) . Transformata Fourier a semnalului $\hat{x}^{(2)}(t)$ este:

$$\mathcal{F}\left\{\hat{x}^{(2)}(t)\right\}=\mathcal{F}\left\{\frac{1}{T}\delta(t+T)-\frac{2}{T}\delta(t)+\frac{1}{T}\delta(t-T)\right\}$$

sau, aplicând teorema întârzierii/anticipării,

$$\mathcal{F}\left\{x^{(2)}(t)\right\}=\frac{1}{T}\cdot\left(e^{j\omega T}-2+e^{-j\omega T}\right)=\frac{1}{T}\cdot\left(e^{j\frac{\omega T}{2}}-e^{-j\frac{\omega T}{2}}\right)^2$$



Utilizând teorema integrării în timp rezultă transformata Fourier a semnalului $x(t)$:

$$X(j\omega)=\left(\frac{1}{j\omega}\right)^2 F\left\{x^{(2)}(t)\right\}=\left(\frac{1}{j\omega}\right)^2\frac{1}{T}\left(e^{j\frac{\omega T}{2}}-e^{-j\frac{\omega T}{2}}\right)^2=T\frac{\left(e^{j\frac{\omega T}{2}}-e^{-j\frac{\omega T}{2}}\right)^2}{(2j)^2\cdot\left(\frac{\omega T}{2}\right)^2}$$

Prin urmare:

$$X(\omega)=T\cdot\operatorname{sinc}^2\left(\frac{\omega T}{2}\right)$$

Eşantionarea este procedeul prin care un semnal continuu în timp este înlocuit cu o succesiune de impulsuri situate la intervale egale de timp, ale căror amplitudini sunt determinate de valoarea semnalului continuu în momentele respective. În Fig. 1.1 este reprezentat procedeul de eşantionare aplicat semnalului *s(t).*

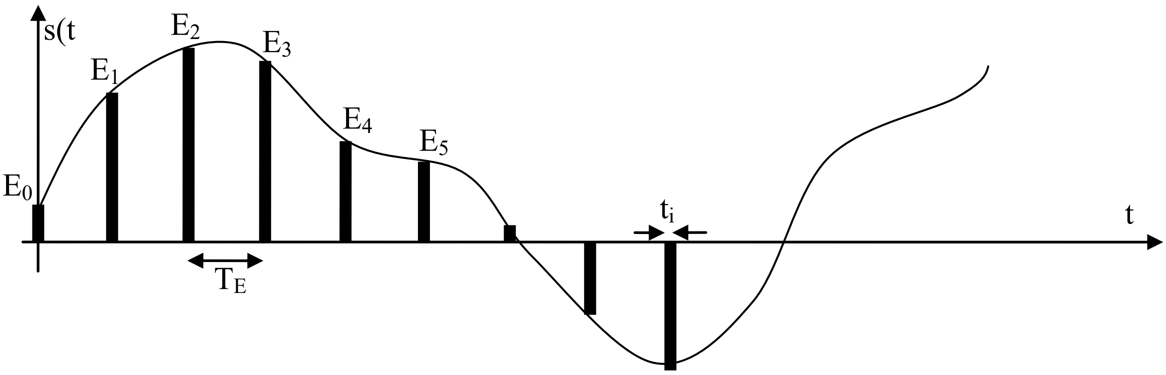


Fig. 1.1 Eşantionarea semnalului *s(t)*

Impulsurile vor fi denumite în continuare *eşantioane*: E_0, E_1, E_2, etc. Durata unui eşantion este notată cu t_i. Intervalul dintre două eşantioane succesive notat cu T_E reprezintă perioada de eşantionare. Frecvenţa de eşantionare egală cu inversul perioadei de eşantionare (f_E=1/T_E), specifică în acelaşi timp numărul de eşantioane transmise într-o secundă.

Teorema eşantionării precizează că un semnal continuu în timp, cu spectrul limitat la o frecvenţă maximă f_{Max}, este complet definit de eşantioanele sale, dacă se alege freveņţa de eşantionare astfel ca să respecte relaţia: $f_E \geq 2f_{Max}$. Prin urmare, rezultă că dacă sunt transmise în fiecare secundă un număr $n \geq 2f_{Max}$ eşantioane egal distanţate, acestea vor fi suficiente pentru refacerea semnalului analogic la recepţie.

Aplicarea raţionamentelor anterioare la semnalul vocal telefonic, detemină următoarele rezultate acceptate prin norme internaţionale:

- deoarece spectrul vocal are f_{Max}=3,4 kHz, s-a ales frecvenţa de eşantionare pentru semnalul telefonic : f_E = 8 kHz >2f_{Max};
- perioada de eşantionare este : T_E=1/f_E=1/8000 Hz=1s/8000=125μs;
- în cazul transmisiei semnalului vocal prin PCM, se transmit în fiecare secundă un număr n=8000 eşantioane egal distanţate.

Prin eşantionare se realizează doar o “transformare analog/discretă”, impulsurile semnalului discret putând să aibă orice valoare, în concordanţă cu amplitudinile semnalului analogic.

Prin **cuantizare**, din numărul infinit al valorilor posibile pentru amplitudinile impulsurilor, vor fi atribuite numai anumite valori bine stabilite. În acest sens, domeniul amplitudinilor posibile este divizat într-un număr finit de intervale de cuantizare. Toate amplitudinile care aparţin unui anumit interval vor primi aceeaşi valoare numerică, specifică acelui interval. În Fig. 1.2 este reprezentată în mod sugestiv operaţia de cuantizare pentru cazul când s-a ales numărul intervalelor de cuantizare egal cu 8 (±1, ±2, ±3, ±4) .

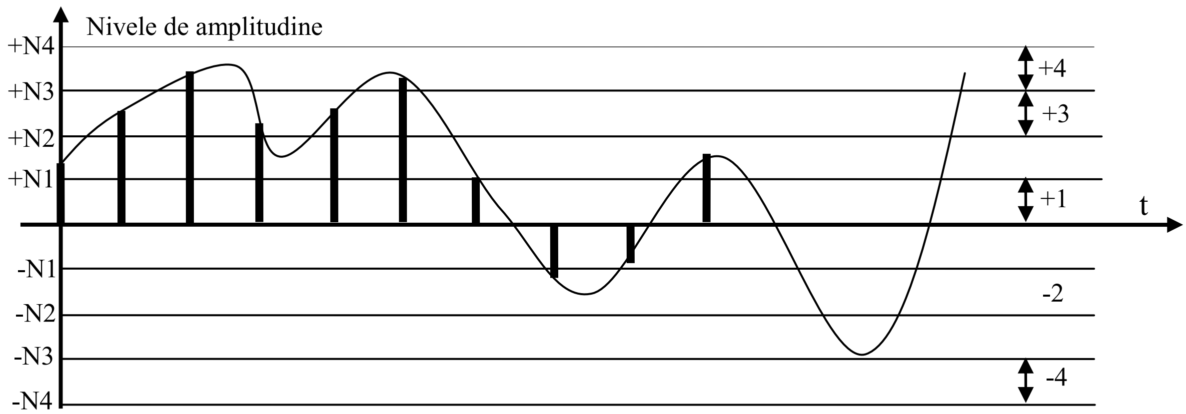


Fig. 1.2 Intervale de cuantizare

În acest exemplu, eşantioanele care au amplitudini mai mari decât nivelul N3 şi mai mici decât nivelul N4 primesc valoarea +4. Prin urmare se vor transmite valorile: +2 pentru E_0, +3 pentru E_1, +4 pentru E_2, etc.. Este evident că operaţia de cuantizare determină la recepţie erori la refacerea semnalului. Zgomotul de cuantizare este micşorat prin mărirea numărului intervalelor, ceea ce implică o complexitate mai ridicată a echipamentelor de telecomunicaţii. În cazul semnalului vocal utilizat în telefonie, cuantizatrea acestuia se realizează cu un număr de 256 intervale, rezultând 256 valori posibile (128 nivele pozitive şi alte 128 nivele negative).

După operaţiile de eşantionare şi cuantizare se obţine o transformare “analog/numeric-zecimală”, impulsurile semnalului discret putând să aibă o mulţime de valori. La recepţie, determinarea acestor valori cu precizie ar fi destul de dificilă, deoarece cu cât numărul valorilor transmise este mai mare, prin micşorarea diferenţelor dintre ele creşte posibilitatea unei interpretări eronate.

Codificarea este operaţia care uşurează interpretarea necesară la recepţie. Fiecare dintre cele 256 valori posibile vor fi codificate binar, un eşantion putând să fie reprezentat cu 8 biţi. Bitul cel mai din stânga va specifica semnul, iar următorii 7 biţi vor desemna amplitudinea eşantionului, care va fi cuprinsă între 0 şi 127. După operaţiile de eşantionare, cuantizare şi codificare se obţine o transformare "analog/numeric-binară", cu alte cuvinte semnalul analogic a fost transformat în semnal digital. Transmisia binară simplifică interpretarea la recepţie, numărul nivelelor de decizie reducându-se de la 256 la două valori. În Fig. 1.3 este reprezentat într-un mod simplificat, procedeul de obţinere a semnalului PCM.

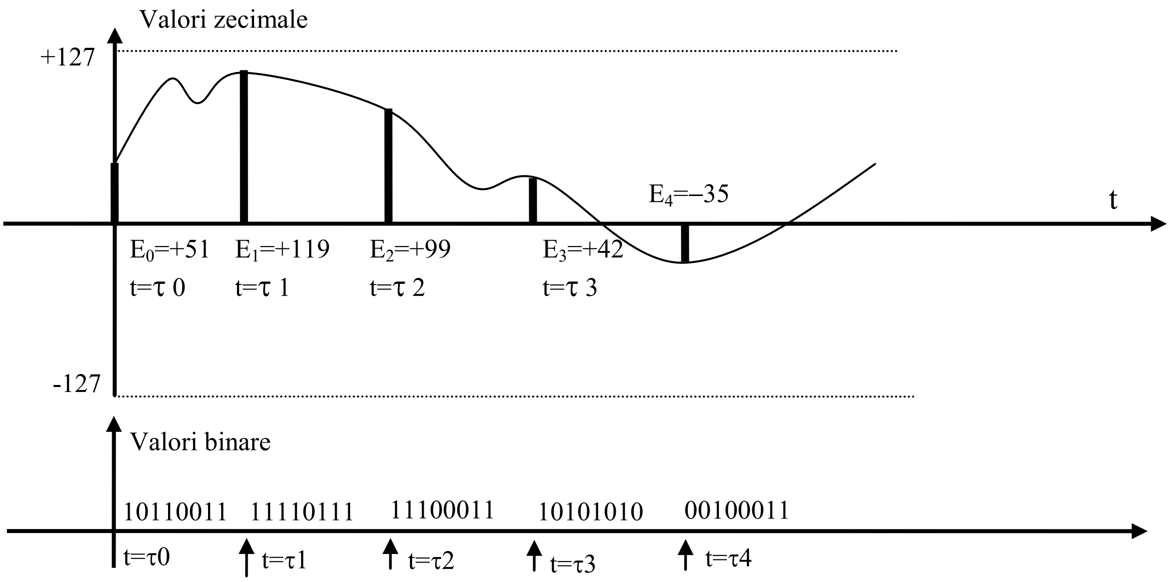


Fig.1. 3 Obţinerea semnalului PCM

În momentul "τ0" se transmite valoarea binară a eşantionului E_0, apoi la momentul "τ1" se transmite valoarea binară a eşantionului E_1 şi aşa mai departe. În canalul de comunicaţie se va forma un flux de valori binare. În cazul semnalului telefonic PCM, semnalul digital transmis va avea un debit pe secundă:

(8000 eşantioane)×8 biţi = 64kb/s.

Valorile binare ale semnalului digital sunt transmise pe canalul de comunicaţie fie în banda de bază (fără prelucrare), fie printr-o codificare de linie, fie prin modulare digitală.

Semnalul vocal

Semnalul vocal reprezintă un proces aleator continuu. Însă caracteristicile statistice ale semnalului vocal se obţin prin stabilirea valorilor medii a rezultatelor măsurărilor parametrilor semnalului vocal, din mulţimile de măsurări au fost obținute unele rezultate importante.

Puterea semnalului pe întreg tractul de transmisie se socoate activă și s-a stabilit că puterea medie a semnalului vocal în intervalul (când abonatul vorbeşte) este de 88 μw în punctul de transmisiuni cu nivelul de măsurare 0.

Dacă luăm în consideraţie coeficientul activităţii abonatului η= 0,25 – 0,35 atunci obținem P_{med} = 22 μW. Deoarece pe unul şi acelaşi canal se transmit în afară de semnalul iniţial al abonatului încă şi alte semnale cum ar fi semnalul de control şi semnale de dirijare. S-a stabilit că puterea medie a semnalului iniţial C(t) să fie luată P_{med} = 32 μW. Puterea minimală P_{min} = 0,1 μW. Puterea maximală P_{max} = 2220 μW.

Gama dinamică

$D_{voc} = 10 * \lg \frac{P_{max}}{P_{min}} = 43$ dB, factor-vârf $Q_{voc} \approx 14$ dB

Spectrul energic al vocei este de la 50 Hz până la 10000 Hz. Însă dacă omul vorbeşte normal 95% din toată energia vocală este cuprinsă în banda de frecvenţe 300-3400 Hz. Vocea transmisă în această bandă asigură claritatea vocii la 99% şi o naturalitate satisfăcătoare.

Cantitatea de Informaţie a semnalelor vocale $I \approx 8000$ bps.

În timpul transmisiunii pe parcursul traversării canalului de la staţia de emisie până la staţia de recepţie semnalul este afectat de distorsiuni – lineare şi neliniare. Distorsiunile lineare modifică relaţiile între faze(distorsiuni de fază-frecvenţă a diferitor componente caracteristice spectrului de frecvenţă) şi relaţiile dintre amplitudine (distorsiuni de amplitudine-frecvenţă a diferitor componente caracteristice spectrului de frecvenţă) a semnalului vocal. Distorsiunele nelineare conduc la ivirea armonicilor şi combinaţiilor de frecvenţă.

Auzul reacţionează slab la distorsiunele fază-frecvenţă. Distorsiunele amplitudine-frecvenţă schimbă timbrul sunetului(vocii), cu alte cuvinte se pierde naturalitatea vocii. Distorsiunele nelineare se recepţionează cu schimonosirea sunetelor prin schimbarea naturalităţii vocii. Acestea acţionează esenţial asupra calităţii vocii.

Mecanismul vorbirii

Tot ce se întâmplă în corpul nostru este pornit sau/și reglat de creier. Așa se întâmplă și în cazul vorbirii. Putem spune că vorbirea pornește din creierul nostru care dă o anumită comandă. Participarea creierului în vorbire o numim segmentul reglator.

Comanda aceasta, cu o viteză foarte mare, se transmite în diferite părţi ale corpului. Corpul va reacţiona și va pune în mișcare mai multe mecanisme. Unul dintre acestea este respiraţia. Aerul va pătrunde în organism, prin inspiraţie și va ieși, prin expiraţie. Acesta este segmentul respirator.

În drumul său, aerul expirat va întâlni laringele, aici se găsesc coardele vocale. Impulsurile nervoase date prin comanda creierului și presiunea aerului expirat le vor face să se miște. Mișcarea este oscilatorie, coardele vibrează. În felul acesta se produce un sunet incipient, pe care îl numim sunetul iniţial. Acest mecanism se numește fonaţie – segmentul fonator.

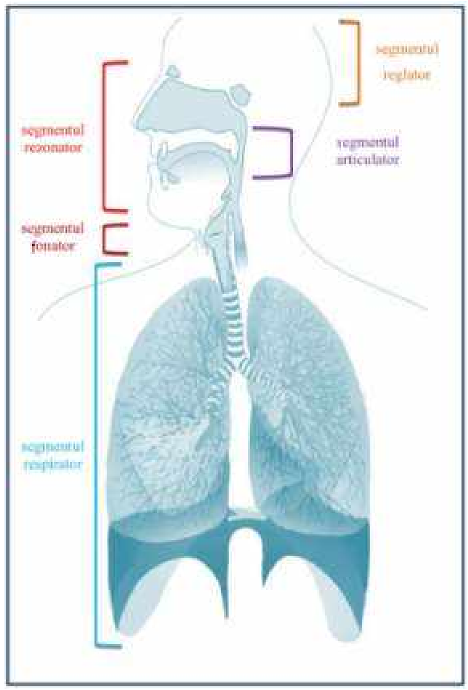


Fig. 2.1. Mecanismul vorbirii

Acustica vorbirii studiază semnele fizice ale vorbirii. Sunetul vorbirii se referă la fluctuațiile aerului cauzate de organele vorbirii. Sunetele sunt împărțite în tonuri (sunete muzicale) și zgomote (sunete non-muzicale).

- tonul – vibrații periodice (ritmice) ale corzilor vocale;
- zgomotul - vibrații neperiodice (neregulate) ale unui corp care sună, de exemplu, buzele.

Sunetele vorbirii variază în înălțime, rezistență și durată.

Înălțimea sunetului: numărul de oscilații pe secundă (hertz). Depinde de lungimea și tensiunea corzilor vocale. Sunetele mai înalte au o undă mai scurtă. O persoană poate percepe frecvența vibrațiilor în intervalul 16 – 20.000 hertz. Pisicile și câinii percep până la 40.000 Hz, iar peștii și liliecii chiar până la 90.000 Hz.

Frecvențele principale de comunicare ale persoanelor sunt de obicei între 500-4000 Hz. Corzile vocale produc sunete de la 40 la 1700 Hz. De exemplu, basul începe de obicei la 80 Hz, iar soprana este definită la 1300 Hz. Frecvența naturală a vibrațiilor timpanului este de 1000 Hz. Prin urmare, cele mai plăcute sunete pentru oameni – sunetul mării, pădurile – au o frecvență de aproximativ 1000 Hz.

Intervalul de oscilație al sunetelor de vorbire masculină este de 100 – 200 Hz, spre deosebire de femeile care vorbesc cu o frecvență de 150 – 300 Hz (deoarece bărbații au corzi vocale în medie 23 mm, iar femeile de 18 mm, iar cu cât ligamentele sunt mai lungi, cu atât tonul este mai mic).

Puterea sunetului (volumul) depinde de lungimea de undă, adică din amplitudinea oscilațiilor (amploarea abaterii de la poziția inițială). Amplitudinea vibrațiilor este creată de presiunea fluxului de aer și de suprafața corpului care sună. Puterea sunetului:

- Șoapta este definită în 20 – 30 dB;
- vorbire obișnuită – de la 40 la 60 dB;
- volumul țipătului ajunge la 80 – 90 dB.

Cântăreții pot cânta cu o putere de până la 110-130 dB.

Sunete de vorbire diferite au puncte forte. Puterea sunetului depinde de rezonator (cavitate). Cu cât volumul său este mai mic, cu atât este mai mare puterea. Sunete de aceeași putere, dar de înălțimi diferite sunt percepute ca sunete de volume diferite. Trebuie remarcat faptul că puterea sunetului și sunetul nu sunt echivalente, deoarece sunetul este percepția intensității sunetului de către aparatul auditiv al unei persoane.

Durata sunetului(timpul de oscilare) se măsoară în milisecunde. Sunetul are o compoziție complexă. Se compune din tonul și tonurile fundamentale (tonuri de rezonanță).

Ton de bază – ton generat de vibrațiile întregului corp fizic.

Subtext – un ton parțial generat de vibrațiile părților (jumătate, sfert, opt, etc.) ale acestui corp.

Tonul („ton superior”) este întotdeauna de câteva ori mai mare decât tonul fundamental, de unde și numele acestuia. De exemplu, dacă tonul principal este de 30 Hz, atunci primul avertisment va fi 60, al doilea 90, al treilea 120 Hz etc. Este cauzată de rezonanță, adică sunetul corpului în timpul percepției undei sonore având o frecvență egală cu cea a corpului.

Timbru – colorare deosebită a sunetului creat de capete. Depinde de raportul dintre ton și tonurile fundamentale. Timbrul vă permite să distingi un sunet de altul, să distingi sunetele diferitelor persoane, vorbirea masculină sau feminină. Timbrul fiecărei persoane este strict individual și unic, ca o amprentă. Uneori, acest fapt este utilizat în criminalistică.

Formant – spre deosebire de tonul vocal, formantul nu se formează în laringe, ci în cavitatea rezonantă. Prin urmare, persistă chiar și în șoaptă. Cu alte cuvinte, aceasta este banda de frecvență a sunetului care primește cel mai mare câștig datorită influenței rezonatorilor. Folosind formanți, putem distinge cantitativ un sunet de altul. Acest rol este jucat de formanții de vorbire – primii doi formanți cei mai importanți în spectrul sunetului vocal, cel mai apropiat în frecvență de tonul fundamental. Mai mult decât atât, vocea fiecăruia este caracterizată de propriile sale formante vocale. Ele sunt întotdeauna deasupra primelor două formante.

Eșantionarea vorbirii

Semnalele vocale, adică semnalele intenționate să poarte numai vorbirea umană, pot fi de obicei eșantionate la o rată mult mai scăzută. Pentru cele mai multe foneme, aproape toată energia este conținută în gama 5 Hz - 4 kHz, permițând o rată de eșantionare de 8 kHz. Aceasta este rata de eșantionare folosită de aproape toate sistemele de telefonie, care folosesc specificațiile de eșantionare și cuantizare G.711. Acest codec este pe larg utilizat în comunicații și se poate utiliza la telefonia IP.

Un **codec** este un produs software utilizat pentru comprimarea sau decomprimarea unui fișier media digital, cum ar fi un cântec sau un fișier video, eventual chiar și un aparat hardware corespunzător, care asigură codarea și decodarea unei informații. Cuvântul este un acronim care provine de la codificare/decodificare. Windows Media Player și alte programe utilizează codec-uri pentru redarea și crearea fișierelor media digitale.

Canalele de voce ocupă 64 Kbps folosind codarea PCM (Pulse Code Modulation) atunci când se transportă prin liniile E1. De-a lungul anilor, tehnicile de compresie s-au dezvoltat permiţând o reducere a lărgimii de bandă în acelaşi timp cu păstrarea calităţii vocii. Aceste tehnici sunt implementate în codec-uri. Deşi există mai mulţi algoritmi de compresie, cele mai multe echipamente H.323 de astăzi utilizează codec-uri ce au fost standardizate pentru o bună interoperabilitate între producătorii de echipamente. Aplicaţii ca NetMeeting utilizează protocolul H.245 pentru negocierea folosirii unui codec în concordanţă cu preferinţele utilizatorului şi cu codec-urile instalate. Diferiţii algoritmi de compresie pot fi comparaţi folosind patru parametri :

- Rata de compresie a vocii – codec-urile compresează vocea de la 64 Kbps până la o valoare mai scăzută. Unele proiecte de reţea au o mare preferinţă pentru codec-urile cu rată scăzută(low-bit-rate codec). Cele mai multe codec-uri pot folosi mai multe rate de compresie cum ar fi 8, 6.4 şi chiar 5,3 Kbps. De notat că această rată este doar pentru audio. Când se transmite vocea în pachete peste reţea, overhead-ul protocoalelor (ca de ex RTP/UDP/IP/ Ethernet) se adaugă la vârful acestei rate rezultând de fapt o rată mai mare.
- Complexitatea – cu cât complexitatea implementării în codec creşte, cu atât mai multe resurse pentru CPU sunt necesare.
- Calitatea vocii – compresia vocii în unele codec-uri se face cu bună calitate, în timp ce în altele calitatea vocii suferă.
- Întârzierea la digitalizare – fiecărui algoritm îi sunt necesare o sumă de sunete ce trebuiesc memorate înainte de compresie. Această întârziere se adaugă întârzierii cap-la-cap. O reţea cu o întârziere cap-la-cap excesivă adesea face utilizatorii să revină la o conversaţie half-duplex în loc de o convorbire telefonică full-duplex.