

Temă 7

Cătălin Răduanu

118. Ana și Bob folosesc RSA. Ana are cheia secretă ($m = 12827$, $d = 2291$). Determinați cheia sa publică și criptați textul IER dacă lungimea în clar este 2 și lungimea blocurilor criptate este 3.

$$e = 11$$

$$d \cdot e \equiv 1 \pmod{\varphi(m)}$$

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{12827} & 113 \\ \hline 1 & 21 - 1 = 21 \\ \hline = 28 & 223 \cdot 3 = 669 \\ 21 & \\ \hline = 727 & \\ 669 & \end{array}$$

$$\lceil \sqrt{12827} \rceil = 113$$

$$x = 114$$

$$x^2 - m = 114^2 - 12827 = 12996 - 12827 = 169 = 13^2$$

$$\varphi(m) = (x-1)(x+1) = 12 \cdot 12 = 144$$

$$n = 13$$

$$\begin{aligned} m &= (x-n)(x+n) = (114-13)(114+13) = \\ &= 101 \cdot 127 \end{aligned}$$

$$\varphi(m) = (101-1)(127-1) = 100 \cdot 126 = 12600$$

$$x \cdot 2291 \equiv 1 \pmod{12600}$$

$$x = 2291^{-1} \pmod{12600}$$

$$12600 = 2291 \cdot 5 + 1145$$

$$2291 = 1145 \cdot 2 + 1$$

$$(12600, 2291) = 1 \Rightarrow \exists 2291^{-1}$$

$$X_{12600} = (1, 0) \quad X_{2291} = (0, 1)$$

$$X_{1145} = (1, 0) - 5(0, 1) = (1, -5)$$

$$\begin{aligned} X_1 &= X_{2291} - 2X_{1145} = (0, 1) - 2 \cdot (1, -5) = \\ &= (0, 1) - (2, -10) = (-2, 11) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 1 = -2 \cdot 12600 + 11 \cdot 2291 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2291^{-1} \equiv 11 \pmod{12600}$$

$$\Rightarrow x = 11 \pmod{12600}$$

$$(m, x) = (12827, 11)$$

$$i = 8 \quad E = 4 \quad R = 17 \quad i = 8$$

$$\begin{aligned} 8^{11} \pmod{12827} &\equiv 8 \cdot (8^2)^5 \pmod{12827} \equiv 8 \cdot 64 \cdot (64^2)^2 \equiv \\ &\equiv 512 \cdot 4096^2 \equiv 512 \cdot 12327 \equiv 540 \end{aligned}$$

$$4^{11} \pmod{12827} \equiv 4 \cdot 16^5 \equiv 4 \cdot 16 \cdot (16^2)^2 \equiv \\ \equiv 64 \cdot 256^2 \equiv 64 \cdot 1401 \equiv 12702$$

$$17^{11} \pmod{12827} \equiv 17 \cdot (17^2)^5 \pmod{12827} \equiv \\ \equiv 17 \cdot 289 \cdot (289^2)^2 \equiv 4913 \cdot 6559^2 \equiv \\ \equiv 4913 \cdot 11580 \equiv 11329$$

$$8 \rightarrow 540$$

$$4 \rightarrow 12702$$

$$17 \rightarrow 11329$$

$$8 \rightarrow 540$$

$$5.40 \ 1.270.2 \ 11.329 \ .540$$