

Lema 3

Cătălin Răduanu

1) 8. Folosiți algoritmul Miller-Rabin pentru a determina primalitatea nr. 77773 (cel mult 3 teste)

$$m = 77773$$

$$m-1 = 77772 \quad \begin{array}{r|l} 2 & \\ \hline 38886 & 2 \\ \hline 18 & 19443 \\ \hline 8 & \\ \hline 8 & \\ \hline 8 & \\ \hline 6 & \\ \hline 6 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \hline 17 \\ \hline 16 \\ \hline -17 \\ \hline 16 \\ \hline -17 \\ \hline 16 \\ \hline -12 \\ \hline 12 \\ \hline \end{array}$$

$$2^{19443} \equiv 2 \cdot (2^2)^{8721} \equiv 2 \cdot 4 \cdot (4^2)^{4860} \equiv 8 \cdot (16^2)^{2430} \equiv$$

$$\equiv 8 \cdot (256^2)^{1215} \equiv 8 \cdot 65536 \cdot 65536^{1214} \equiv$$

$$\equiv 57650 \cdot (-12237)^{1214} \equiv 57650 \cdot (12237^2)^{607} \equiv$$

$$\equiv 57650 \cdot 31144 \cdot (31144^2)^{303} \equiv 61895 \cdot 41653 \cdot (41653^2)^{15} \equiv$$

$$\equiv 15258 \cdot 12325 \cdot (12325^2)^{75} \equiv 77509 \cdot 14956 \cdot (14956^2)^5 \equiv$$

$$\equiv 18039 \cdot 6788 \cdot (6788^2)^{18} \equiv 34030 \cdot (35328^2)^9 \equiv$$

$$\equiv 34030 \cdot 44253 \cdot (44253^2)^4 \equiv 10991 \cdot (3869^2)^2 \equiv$$

$$\equiv 10991 \cdot 36745^2 \equiv 10991 \cdot 55745 \equiv 75374 \pmod{77773}$$

$$(2^{19443})^2 \equiv 75374^2 \equiv 77772 \equiv -1 \pmod{77773}$$

$$(2^{19443})^4 \equiv -1^2 \equiv 1 \pmod{77773}$$

$\Rightarrow 77773$ este prim