Тема 3. Fenomene de transport

Numărul mediu de ciocniri $\langle z\rangle$ și parcursul liber mediu $\langle\lambda\rangle$ al moleculelor gazului

$$\langle\lambda\rangle=\frac{\langle\upsilon\rangle}{\langle z\rangle}=\langle\upsilon\rangle\langle\tau\rangle \qquad \langle\tau\rangle=\frac{1}{\langle z\rangle}$$ – timpul liber mediu

1) considerăm, că ciocnirea a avut loc dacă moleculele se apropie la o distanță ce nu întrece suma razelor lor $r_1 + r_2 \approx 2r$

$$\sigma = 4\pi r^2 = \pi d^2$$

σ – secțiune eficace; *d* – diametrul eficace

2) posibilitatea ciocnirii a două molecule depinde de viteza lor relativă

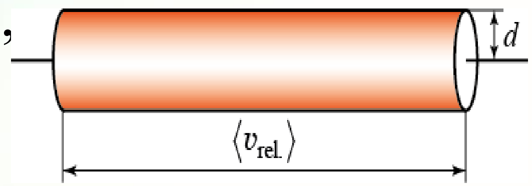
$$\vec{\upsilon}_{rel}=\vec{\upsilon}_1-\vec{\upsilon}_2$$

$$\upsilon_{rel}^2=\upsilon_1^2+\upsilon_2^2-2\vec{\upsilon}_1\vec{\upsilon}_2 \quad\Longrightarrow\quad \left\langle\upsilon_{rel}^2\right\rangle=\left\langle\upsilon_1^2\right\rangle+\left\langle\upsilon_2^2\right\rangle=2\left\langle\upsilon^2\right\rangle$$

$\langle\upsilon_{rel}\rangle=\sqrt{2}\langle\upsilon\rangle$ - viteza medie aritmetică a moleculelor

Тема 3. Fenomene de transport

Dacă toate moleculele gazului cu excepția uneia sunt fixe, Molecula liberă se va ciocni cu toate moleculele din cilindrul cu aria bazei σ și înălțimea $\langle \upsilon_{rel.} \rangle \cdot 1\text{s}$.



$$\langle z \rangle = nV = \pi d^2 n \langle \upsilon_{rel.} \rangle = \sqrt{2}\pi d^2 n \langle \upsilon \rangle$$

Parcursul liber mediu al moleculelor gazului:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$$

Ținând seama de ecuația de stare a gazului ideal $p = nkT$

$$\langle \lambda \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

Тема 3. Fenomene de transport

Fenomenele de transport apar în sisteme de neechilibru termodinamic. Ca urmare, există un transfer spațial de masă, energie sau impuls

Fenomenul de interpătrundere și de amestecare reciprocă și spontană a moleculelor a două gaze, lichide sau solide ce se află în contact se numește **difuzie**.

Legea lui Fick

$$j_m = -D\frac{d\rho}{dx} \quad \text{unde} \quad j_m = \frac{dm}{dS_\perp dt}$$ – fluxul specific de masă

Luând în considerație $\rho = m_0 n$, legea lui Fick capătă forma

$$j = -D\frac{dn}{dx} \qquad j = \frac{dN}{dS_\perp dt}$$ – densitatea fluxului de molecule

$$\frac{d\rho}{dx}\left(\frac{dn}{dx}\right)$$ – gradientul densității (concentrației) moleculelor

$$D = \frac{1}{3}\langle \upsilon \rangle \langle \lambda \rangle$$ – coeficientul de difuzie $\qquad [D] = \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$

Тема 3. Fenomene de transport

Procesul de transfer al energiei interne din regiunile mai calde ale corpurilor spre cele mai reci, care conduce la egalarea temperaturilor, se numește conductibilitate termică.

Legea lui Fourier:

$$j_Q = -\kappa \frac{dT}{dx} \quad \text{unde} \quad j_Q = \frac{dU}{dS_\perp dt}$$ – fluxul specific de căldură

$\frac{dT}{dx}$ – gradientul temperaturii

$$\kappa = \frac{1}{3}\langle\lambda\rangle\langle\upsilon\rangle c_V \rho$$ – coeficientul de conductibilitate termică

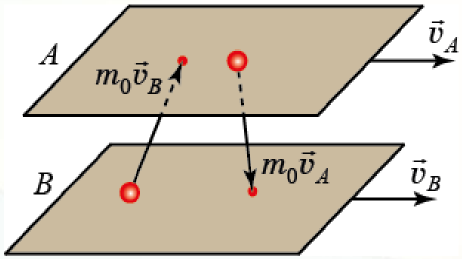
Coeficientul de conductibilitate termică nu depinde de presiune.

În SI

$$[\kappa] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}\cdot s\cdot \mathrm{K}} = \frac{\mathrm{W}}{m\cdot \mathrm{K}}$$

Тема 3. Fenomene de transport

Fenomenul de frecare internă (viscozitate) constă în apariția forțelor de frecare între straturile unui gaz sau lichid care se mișcă paralel cu viteze diferite ca mărime.



Legea lui Newton

$$dF = -\eta \frac{dv}{dx} dS_{\perp}$$

sau $j_p = -\eta \frac{dv}{dx}$ unde $j_p = \frac{dp}{dS_{\perp} dt}$ – densitatea fluxului impulsului

$\frac{dv}{dx}$ – gradientul vitezei moleculelor

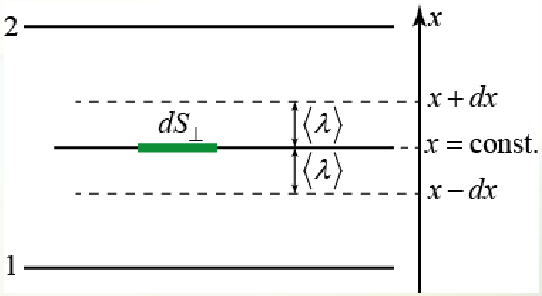
$\eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \rho$ – coeficientul de frecare interioară (viscozitate)

$$[\eta] = \frac{\text{H}}{m^2 \cdot s} = \text{Pa} \cdot s$$

Тема 3. Fenomene de transport

Teoria cinetico-moleculară a fenomenelor de transport

1. Difuzia:



$$dN=\frac{1}{6}\left[n\left(x-dx\right)-n\left(x+dx\right)\right]dS_\perp dx$$

$$n\left(x+dx\right)-n\left(x\right)=dn\left(x\right)=kdx=\frac{dn}{dx}dx \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} n\left(x+dx\right)=n\left(x\right)+\dfrac{dn}{dx}dx \\ n\left(x-dx\right)=n\left(x\right)-\dfrac{dn}{dx}dx \end{cases}$$

$$dN=\frac{1}{6}\left[n\left(x\right)-\frac{dn}{dx}dx-n\left(x\right)-\frac{dn}{dx}dx\right]dS_\perp dx \rightarrow$$

$$\rightarrow j=\frac{dN}{dS_\perp dt}=-\frac{1}{3}\langle\upsilon\rangle\langle\lambda\rangle\frac{dn}{dx} \rightarrow D=\frac{1}{3}\langle\upsilon\rangle\langle\lambda\rangle$$

Тема 3. Fenomene de transport

2. Conductibilitatea termică:

$$dU = dN\cdot\frac{i}{2}k\left[T(x-dx)-T(x+dx)\right]$$ unde $$dN=\frac{1}{6}ndS_\perp dx=\frac{\langle\lambda\rangle}{6}ndS_\perp$$

$$T(x\pm dx)=T(x)\pm\frac{dT}{dx}dx$$

$$dU=-\frac{\langle\lambda\rangle}{6}n\cdot\frac{i}{2}\frac{R}{N_A}\cdot 2\frac{dT}{dx}\cdot\langle\upsilon\rangle dt\cdot dS_\perp$$

observăm $$\frac{i}{2}\frac{R}{N_A}n=\frac{C_V}{N_A}n=\frac{C_V}{m_0N_A}nm_0=\frac{C_V}{M}\rho=c_V\rho$$

$$j_Q=\frac{dU}{dS_\perp dt}=-\frac{1}{3}\langle\lambda\rangle\langle\upsilon\rangle c_V\rho\frac{dT}{dx}\quad\Longrightarrow\quad \kappa=\frac{1}{3}\langle\lambda\rangle\langle\upsilon\rangle c_V\rho$$

Тема 3. Fenomene de transport

4. Frecarea interioară (viscozitate):

$$dp = dN \cdot m_0 \left[\upsilon(x - dx) - \upsilon(x + dx) \right]$$

$$\upsilon(x \pm dx) = \upsilon(x) \pm \frac{d\upsilon}{dx} dx$$

$$dp = -\frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle \upsilon \rangle \rho \frac{d\upsilon}{dx} dS_{\perp} dt \Rightarrow j_p = \frac{dp}{dS_{\perp} dt} = -\frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle \upsilon \rangle \rho \frac{d\upsilon}{dx}$$

$$\eta = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle \upsilon \rangle \rho$$

Relația dintre coeficienții fenomenelor de transport, determinând experimental valoarea unuia se pot calcula și ceilalți

$$\eta = \rho D \qquad \kappa = c_V \rho D \qquad \frac{\kappa}{\eta c_V} = 1$$