Tema 20. Proprietățile cuantice ale radiației

Radiația electromagnetică emisă de corpuri pe seama energiei lor interne și care depinde numai de temperatura acestor corpuri și de proprietățile lor optice se numește radiație termică.

Radiația termică reprezintă unde electromagnetice.

Radiația termică este de echilibru

Energia electromagnetică radiată de un corp în unitatea de timp se numește **flux de energie** sau **flux radiant**.

$$\Phi = \frac{dW}{dt} \longrightarrow [\Phi] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \mathrm{W}$$

Fluxul spectral radiant

$$\Phi_\nu = \frac{d\Phi}{d\nu} \longrightarrow [\Phi_\nu] = \mathrm{W} \cdot \mathrm{s} \quad \text{sau} \quad \Phi_\lambda = \frac{d\Phi}{d\lambda} \longrightarrow [\Phi_\lambda] = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}}$$

$$\Phi = \int_0^\infty \Phi_\nu d\nu \quad \text{sau} \quad \Phi = \int_0^\infty \Phi_\lambda d\lambda$$

Tema 20. Proprietățile cuantice ale radiației

Fluxul radiant emis de unitatea de arie a suprafeței corpului sau, cu alte cuvinte, energia emisă de unitatea de arie în unitatea de timp, se numește **radianță energetică:**

$$R = \frac{d\Phi}{dS}$$

Densitatea spectrală a radianței energetice a corpului

$$\left.\begin{aligned} r_\nu &= \frac{dR}{d\nu} \\ r_\lambda &= \frac{dR}{d\lambda} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} R &= \int_0^\infty r_\nu d\nu \\ R &= \int_0^\infty r_\lambda d\lambda \end{aligned}$$

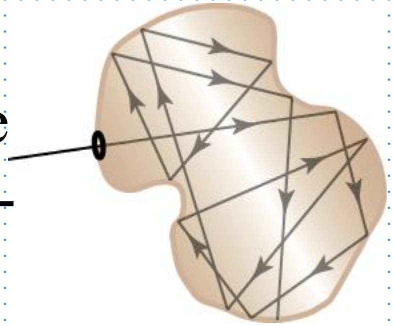
$$\lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu \Rightarrow \left|\frac{d\lambda}{d\nu}\right| = \frac{c}{\nu^2}$$

$$r_\nu d\nu = r_\lambda d\lambda \Rightarrow r_\nu = r_\lambda \left|\frac{d\lambda}{d\nu}\right| \Rightarrow r_\nu = \frac{c}{\nu^2} r_\lambda \Rightarrow r_\nu = \frac{\lambda^2}{c} r_\lambda$$

Tema 20. Proprietățile cuantice ale radiației

Capacitatea corpurilor de a absorbi radiația incidentă pe ele se caracterizează cu ajutorul **coeficientului de absorbție** sau **puterea de absorbție**

$$a_\nu = \frac{(d\Phi_\nu)_{abs}}{(d\Phi_\nu)_{in}} \qquad \text{sau} \qquad a_\lambda = \frac{(d\Phi_\lambda)_{abs}}{(d\Phi_\lambda)_{in}}$$



Corpul care absoarbe toată radiația incidentă pe el la orice temperatură, independent de frecvență, polarizare și direcția de propagare se numește **corp absolut negru.**

Pentru un corp absolut negru $a_\nu^* = 1$

Legea Kirchhoff sub formă diferențiată

Raportul dintre densitatea spectrală a radianței energetice și puterea de absorbție este același pentru toate corpurile din natură și este egal cu densitatea spectrală a radianței energetice a corpului absolut negru, care este o funcție universală ce depinde numai de frecvența și temperatura corpului.

$$\boxed{\frac{r_\nu}{a_\nu} = r_\nu^* = f(\nu, T)}$$

Tema 20. Proprietățile cuantice ale radiației

Concluziile generale din legea lui Kirchhoff

1) Deoarece $a_\nu < 1$, pentru orice corp $r_\nu < r_\nu^*$

2) Dacă un corp aflat la temperatura *T* nu absoarbe radiația cu frecvențe din intervalul (ν; ν + *d*ν), adică dacă $a_\nu = 0$, atunci acesta nici nu radiază în acest domeniu de frecvențe, deoarece $r_\nu = a_\nu r_\nu^* = 0$

Alături de conceptul de corp negru, se folosește conceptul de corp cenușiu. Coeficientul de înnegrire sau emisivitatea corpului negru este egal cu unitatea, dar cel al corpului cenușiu este mai mică decât unitatea, depinzând de temperatură, de proprietățile materialului și de starea suprafeței corpului.

Emisivitatea sau coeficientul de înnegrire

$$\alpha = \frac{R}{R^*}$$

Legea lui Kirchhoff sub formă integrală

La o temperatură dată, corpurile care au un coeficient de înnegrire (emisivitate) α mai mare radiază mai intens.

$$\boxed{R = \alpha R^*}$$

Tema 20. Proprietățile cuantice ale radiației

Legile radiației termice

1) Legea lui Stefan-Boltzmann

Folosind metoda de cercetare termodinamică, s-a demonstrat că:

Radianța energetică a unui corp negru este proporțională cu temperatura absolută la puterea a patra.

$$\boxed{R^* = \sigma T^4}$$

unde $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{K}^4}$ constanta lui Stefan-Boltzmann

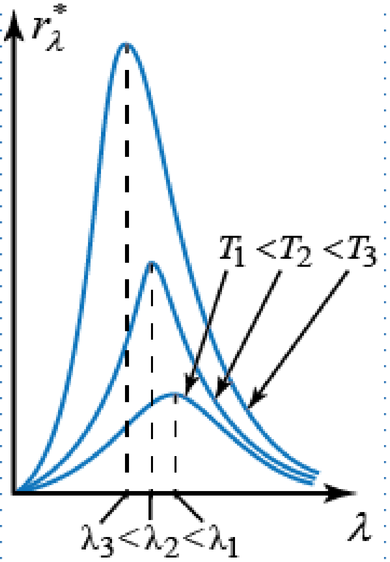
Având în vedere legea lui Kirchhoff sub formă integrală, pentru radianța energetică a unui corp real aflat în stare de echilibru termodinamic, obținem:

$$R = \alpha \sigma T^4$$

Tema 20. Proprietățile cuantice ale radiației

2) Legea deplasării lui Wien (legea I a lui Wien)

În anul1893 în urma cercetării structurii spectrale a radiației corpului absolut negru utilizând metode termodinamice și teoria electromagnetică a radiației, Wien a stabilit experimental:



Densitatea spectrală a radianței energetice a radiației echilibrate a corpului absolut negru atinge valoarea maximă la o lungime de undă invers proporțională cu temperatura absolută *T*, la care a fost atins echilibrul

$$\boxed{\lambda_m = \frac{b}{T}}$$

unde $b = 2{,}90 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K}$ constanta lui Wien

3) Legea a II a lui Wien

Valoarea maximă a densității spectrale a radianței energetice a radiației corpului absolut negru este proporțională cu temperatura absolută la puterea a cincea

$$\boxed{\left(r_\lambda^*\right)_{\max} = b' T^5}$$

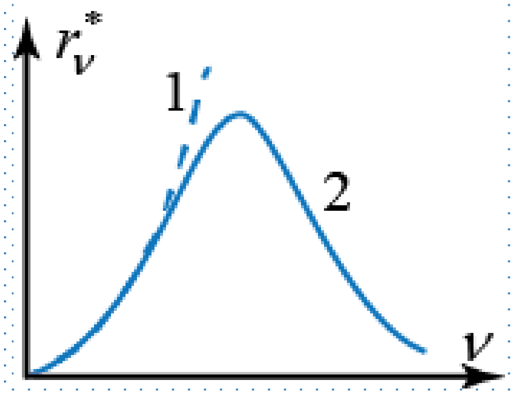
unde $b' = 1{,}30 \cdot 10^5 \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^3 \cdot K^5}}$ constanta lui Wien

Tema 20. Proprietățile cuantice ale radiației

4) Formula Rayleigh-Jeans

Aplicând teorema despre echipartiția după gradele de libertate, Rayleigh și Jeans au obținut pentru funcția lui Kirchhoff expresia:

$$\boxed{r_\nu^* = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}kT}$$



1) Formula Rayleigh-Jeans este valabilă numai la frecvențe joase (confirmat experimental)

2) Contrazice legii lui Stefan-Boltzmann:

$$R^* = \int_0^\infty r_\nu^* d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2}\int_0^\infty \nu^2 d\nu = \infty$$

3) Contrazice formulei și legii deplasării Wien.

Tema 20. Proprietățile cuantice ale radiației

Ipoteza și formula lui Planck.

$$r_\nu^* = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}\langle\varepsilon_\nu\rangle$$

unde $\langle\varepsilon_\nu\rangle$ energia medie a oscilatorului cu frecvență proprie ν

Energia atomului oscilator poate să varieze numai discret, adică numai ca mărimi multiple unei porțiuni elementare, numită cuantă de energie ε:

$\boxed{\varepsilon = h\nu}$ unde $h = 6{,}62\cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}$ constanta lui Planck

Folosind metodele statistice, pentru $\langle\varepsilon_\nu\rangle$ Planck a obținut

$$\langle\varepsilon_\nu\rangle = \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1}$$

Formula lui Planck

$$\boxed{r_\nu^* = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}}$$

sau

$$\boxed{r_\lambda^* = \frac{c}{\lambda^2} r_\nu^* = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}}$$

Tema 20. Proprietățile cuantice ale radiației

Efectul fotoelectric

Emisia electronilor de către unele suprafețe metalice, când acestea sunt supuse acțiunii unor radiații electromagnetice se numește **efect fotoelectric**.

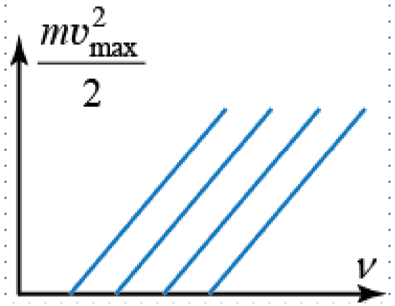
Ecuația Einstein pentru efectul fotoelectric

$$\boxed{h\nu = L_{extr.} + \frac{mv_{max}^2}{2}}$$

$L_{extr.}$ – lucrul mecanic de extracție a electronului din metal

$\nu_0 = \frac{L_{extr}}{h}$ $\left(\lambda_0 = \frac{L_{extr}}{hc}\right)$ – frecvență (lungime de undă) de prag

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = h(\nu - \nu_0)$$



radiația electromagnetică este compusă dintr-un ansamblu de cuante de energie numite **fotoni**

Tema 20. Proprietățile cuantice ale radiației

Masa și impulsul fotonului. Presiunea luminii

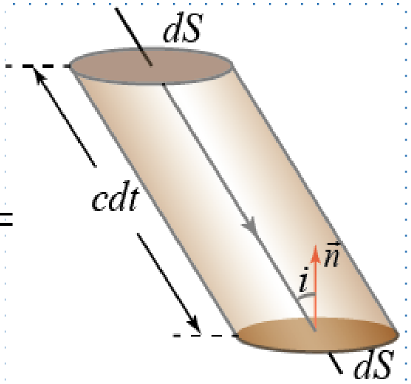
$$\varepsilon = m_f c^2 = h\nu \quad \Longrightarrow \quad m_f = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c}$$

Fotonul nu există în stare de repaus

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} \quad \Longrightarrow \quad m_{0f} = m_f\sqrt{1-c^2/c^2} = 0$$

$$p_f = m_f c = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi}k = \hbar k \quad \Longrightarrow \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}05\cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}$$

Impulsul transmis de toți fotonii reflectați și absorbiți de suprafața dS în timpul dt



$$d\mathscr{P} = \rho dN\cdot 2p_f\cos i + (1-\rho)dN\cdot p_f\cos i = dN(1+\rho)p_f\cos i =$$

$$= (1+\rho)p_f\cos i\cdot ndScdt\cos i = p_f(1+\rho)nc\cos^2 i\cdot dSdt =$$

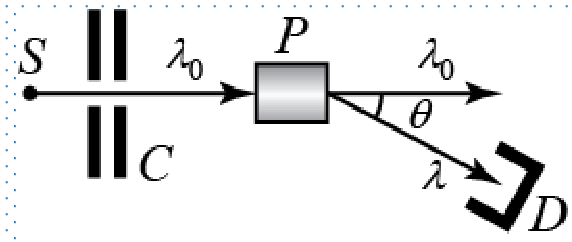
$$= n\frac{h\nu}{c}(1+\rho)c\cos^2 i\cdot dSdt = nh\nu(1+\rho)\cos^2 i\cdot dSdt.$$

Presiunea luminii $\quad \boxed{p = \frac{d\mathscr{P}}{dSdt} = nh\nu(1+\rho)\cos^2 i = w(1+\rho)\cos^2 i}$

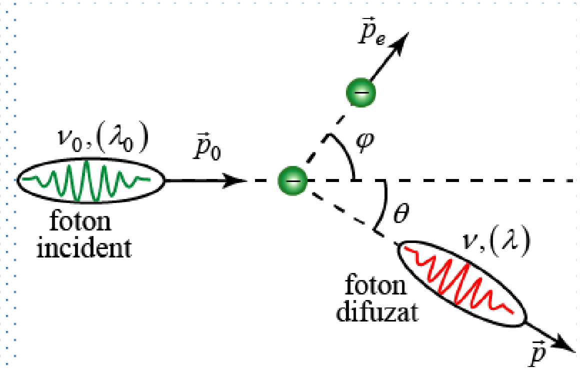
Tema 20. Proprietățile cuantice ale radiației

Efectul Compton

$$\begin{cases} \vec{p}_0 = \vec{p} + \vec{p}_e \\ E_0 + \varepsilon_0 = E + \varepsilon + L_{extr} \end{cases} \qquad \varepsilon_0 = h\nu_0 >> L_{extr}$$

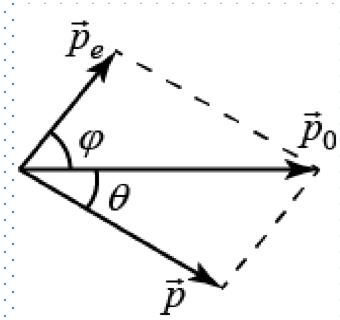


$$\begin{cases} p_e^2 = p_0^2 + p^2 - 2p_0 p\cos\theta \\ mc^2 = h(\nu_0 - \nu) + m_0c^2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} m^2\upsilon^2c^2 = h^2\nu_0^2 + h^2\nu^2 - 2h^2\nu_0\nu\cos\theta \\ m^2c^4 = h^2\nu_0^2 + h^2\nu^2 - 2h^2\nu_0\nu + 2h(\nu_0 - \nu)m_0c^2 + m_0^2c^4 \end{cases}$$

$$m^2c^4\left(1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}\right) = -2h^2\nu_0\nu(1 - \cos\theta) + 2h(\nu_0 - \nu)m_0c^2 + m_0^2c^4$$



$$2h(\nu_0 - \nu)m_0c^2 = 2h^2\nu_0\nu(1 - \cos\theta) \quad \Big| \times \frac{1}{2h\nu\nu_0 m_0 c}$$

$$\frac{c(\nu_0 - \nu)}{\nu\nu_0} = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) \quad \Rightarrow \quad \frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0} = \frac{h}{m_0c}\cdot 2\sin^2\frac{\theta}{2} \quad \Rightarrow$$

Tema 20. Proprietățile cuantice ale radiației

Formula Compton

$$\boxed{\Delta\lambda = 2\lambda_C \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad \text{sau} \quad \boxed{\Delta\lambda = \lambda_C\left(1-\cos\theta\right)}$$

unde $\lambda_C = \dfrac{h}{m_0 c}$ – lungimea de undă Compton

Energia de recul a electronilor

$$E_c = mc^2 - m_0c^2 = h\nu_0 - h\nu = hc\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda}\right) = hc\frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda\lambda_0} = hc\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0\left(\lambda_0+\Delta\lambda\right)}$$

$$E_c = \frac{hc}{\lambda_0}\cdot\frac{2\lambda_C\sin^2\left(\theta/2\right)}{\lambda_0 + 2\lambda_C\sin^2\left(\theta/2\right)}$$

Lumina are simultan proprietăți caracteristice atât undelor, cât și particulelor.