

Tema 11. Câmpul magnetic în substanță

Curenții moleculari. Momentele magnetice orbitale și de spin.

Proprietățile magnetice ale unei substanțe se caracterizează cantitativ cu ajutorul **vectorului de magnetizare**.

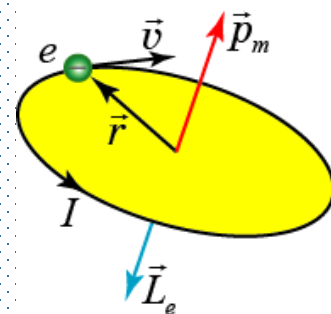
$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_{mi} \quad \longrightarrow \quad \vec{J} = n\vec{p}_m$$

Analizăm mișcarea unui electron într-un atom pe o orbită circulară, în urma căreia apare **curentul orbital** cu intensitatea

$$I_{\text{orb.}} = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r}$$

Acestui curent îi corespunde un **moment magnetic orbital al electronului**

$$p_m = I_{\text{orb.}} S = \frac{ev}{2\pi r} \cdot \pi r^2 = \frac{1}{2} evr$$



Tema 11. Câmpul magnetic în substanță

Momentul cinetic orbital al electronului

$$\vec{L}_e = m[\vec{r}\vec{v}] \longrightarrow L_e = mrv \sin(\pi/2) = mrv$$

Deoarece vectorii \vec{p}_m și \vec{L}_e au sensuri opuse, pentru raportul lor obținem

$$\frac{\vec{p}_m}{\vec{L}_e} = -\frac{e}{2m} = \gamma \longrightarrow \vec{p}_m = \gamma \vec{L}_e$$

unde

$$\gamma = -\frac{e}{2m} \quad \text{– raport giromagnetic}$$

Raportul obținut este scris pentru un electron al atomului. Pentru toți electronii atomului, avem

$$\vec{\mathcal{P}}_m = \gamma \vec{\mathcal{L}}$$

unde $\vec{\mathcal{P}}_m$ și $\vec{\mathcal{L}}$ sunt momentele magnetic orbital și cinetic orbital ale unui atom

Tema 11. Câmpul magnetic în substanță

În cazul când atomul este plasat într-un câmp magnetic omogen exterior, asupra spirei curentului orbital ce posedă moment magnetic acționează momentul de rotație

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}] \quad \longrightarrow \quad \vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}] = [\gamma \vec{L}_e \vec{B}] = [-\gamma \vec{B} \vec{L}_e]$$

Conform legii variației momentului cinetic al unui punct material în raport cu o origine fixă

$$\frac{d\vec{L}_e}{dt} = \vec{M} \quad \longrightarrow \quad \frac{d\vec{L}_e}{dt} = [-\gamma \vec{B} \vec{L}_e]$$

Înmulțind această expresie cu γ , obținem

$$\frac{d(\gamma \vec{L}_e)}{dt} = [-\gamma \vec{B} (\gamma \vec{L}_e)] \quad \longrightarrow \quad \frac{d\vec{p}_m}{dt} = [-\gamma \vec{B} \vec{p}_m]$$

Comparăm ultimele două relații cu expresia pentru viteza punctului material, ce se rotește în jurul unei origini fixe

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = [\vec{\omega} \vec{r}]$$

Tema 11. Câmpul magnetic în substanță

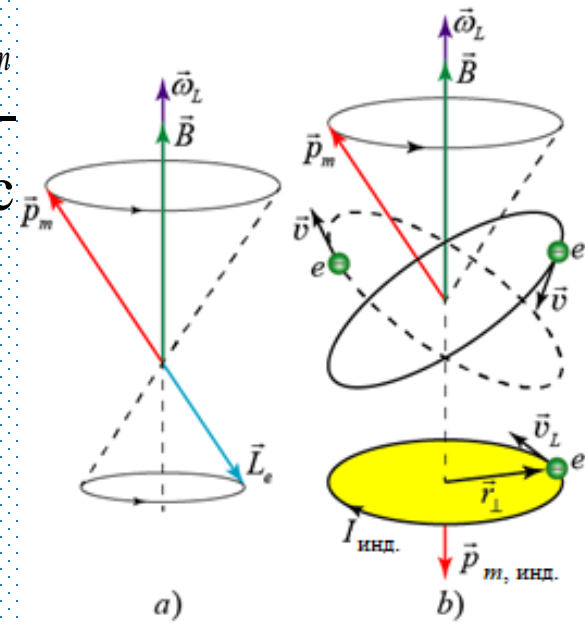
Din această comparație rezultă că vectorii \vec{L}_e și \vec{p}_m se rotesc în jurul axei ce trece prin nucleul atomului paralel vectorului inducției câmpului magnetic exterior cu viteza unghiulară

$$\vec{\omega}_L = -\gamma \vec{B} = \frac{e\vec{B}}{2m}$$

Mișcarea de rotație a vectorilor \vec{L}_e și \vec{p}_m și a planului orbitei electronului se numește **precesie Larmor**.

Teorema lui Larmor

Influența câmpului magnetic exterior asupra electronului din atom se reduce la precesia planului orbitei acestuia și al vectorilor momentului magnetic orbital și momentului cinetic orbital al electronului cu viteza unghiulară $\vec{\omega}_L$ în jurul axei ce trece prin nucleul atomului paralel vectorului inducției câmpului magnetic exterior.



Tema 11. Câmpul magnetic în substanță

Precesia Larmor dă naștere unei mișcări ordonate de rotație a electronului în planul perpendicular vectorului câmpului magnetic exterior, care conduce la apariția unui **curent orbital indus** cu intensitatea

$$I_{\text{ind.}} = \frac{e}{T_L} = \frac{ev_L}{2\pi r} = \frac{e\omega_L}{2\pi} = \frac{e}{2\pi} \frac{eB}{2m} = \frac{e^2 B}{4\pi m}$$

Curentului indus îi corespunde un **moment magnetic orbital indus** al electronului

$$p_{\text{m,ind.}} = I_{\text{ind.}} S_{\perp} = \frac{e^2 B}{4\pi m} \cdot \pi r_{\perp}^2 = \frac{e^2 B r_{\perp}^2}{4m} \quad \longrightarrow \quad \vec{p}_{\text{m,ind.}} = -\frac{e^2 \vec{B} r_{\perp}^2}{4m}$$

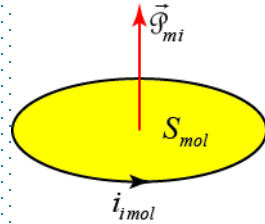
Pentru un atom care conține Z electroni

$$\vec{\mathcal{P}}_{\text{m,ind.}} = -\frac{e^2 Z \langle r_{\perp}^2 \rangle}{4m} \vec{B}$$

Tema 11. Câmpul magnetic în substanță

Legea curentului total pentru câmpul magnetic în substanță

$$\vec{B} = \vec{B}_c + \vec{B}_{mol.} \quad \longrightarrow \quad \oint_{(\mathcal{L})} (\vec{B} d\vec{l}) = \mu_0 \left(\sum_{i=1}^n I_{i,c.} + \sum_{i=1}^N i_{i,mol.} \right) = \mu_0 (I_{c.} + I_{mol.})$$



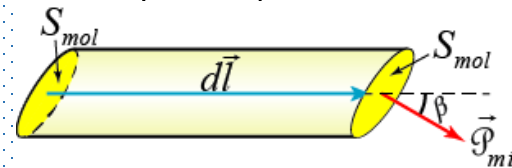
$$i_{i,mol.} = \frac{\mathcal{P}_{mi}}{S_{mol.}}$$

Numărul dN de curenți moleculari înșirați pe o porțiune infinit mică dl a conturului \mathcal{L}

$$dN = ndV = nS_{mol.} dl \cos \beta$$

$$dI_{mol.} = i_{mol.} dN = i_{mol.} nS_{mol.} dl \cos \beta = nP_m dl \cos \beta = J dl \cos \beta = (\vec{J} d\vec{l})$$

$$I_{mol.} = \sum_{i=1}^N i_{i,mol.} = \oint_{(\mathcal{L})} (\vec{J} d\vec{l})$$



Suma algebrică a intensităților curenților moleculari care străbat suprafața mărginită de un contur închis de formă arbitrară \mathcal{L} trasat imaginar în interiorul substanței este egală cu circulația vectorului de magnetizare de-a lungul acestui contur.

Tema 11. Câmpul magnetic în substanță

$$\oint_{(\mathcal{L})} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} d\vec{l} \right) = I_c + \oint_{(\mathcal{L})} (\vec{J} d\vec{l}) \quad \longrightarrow \quad \oint_{(\mathcal{L})} \left(\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} \right) = I_c.$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \quad - \text{intensitatea câmpului magnetic}$$

**Legea curentului total pentru câmpul magnetic în substanță
sub formă integrală**

$$\oint_{(\mathcal{L})} (\vec{H} d\vec{l}) = I_c.$$

$$\left. \begin{array}{l} I_c = \int_{(S)} \vec{j}_c \cdot d\vec{S} \\ \oint_{(\mathcal{L})} (\vec{H} d\vec{l}) = \int_{(S)} \text{rot } \vec{H} \cdot d\vec{S} \end{array} \right\} \longrightarrow \int_{(S)} \text{rot } \vec{H} \cdot d\vec{S} = \int_{(S)} \vec{j}_c \cdot d\vec{S}$$

**Legea curentului total pentru câmpul magnetic în substanță
sub formă diferențială**

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}_c.$$

Tema 11. Câmpul magnetic în substanță

Din punct de vedere al proprietăților magnetice, substanțele se împart în trei grupe: **diamagnetice**, **paramagnetice** și **feromagnetice**.

La introducerea substanței în câmp magnetic exterior are loc procesul de magnetizare și vectorul de magnetizare devine diferit de zero.

Pentru diamagnetici și paramagnetici

$$\vec{J} = \kappa \vec{H}, \quad \kappa - \text{susceptibilitate magnetică}$$

iar

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \kappa) \vec{H} = \mu_0 \mu \vec{H} \quad \mu - \text{permeabilitate magnetică}$$

Substanțele, atomii și/sau moleculele cărora în lipsa câmpului magnetic exterior nu posedă momente magnetice se numesc diamagnetici.

Tema 11. Câmpul magnetic în substanță

În cazul diamagneticilor:

$$\vec{j} = \frac{N \cdot \vec{\mathcal{P}}_{m, \text{indus.}}}{\Delta V} = n \vec{\mathcal{P}}_{m, \text{indus.}} = -\frac{ne^2 Z \langle r_{\perp}^2 \rangle}{4m} \vec{B} = -\frac{ne^2 Z \langle r_{\perp}^2 \rangle \mu \mu_0}{4m} \vec{H} \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \kappa = -\frac{ne^2 Z \langle r_{\perp}^2 \rangle (1 + \kappa) \mu_0}{4m} \Rightarrow \kappa \left(1 + \frac{ne^2 Z \langle r_{\perp}^2 \rangle \mu_0}{4m} \right) = -\frac{ne^2 Z \langle r_{\perp}^2 \rangle \mu_0}{4m}$$

$$\kappa = -\frac{ne^2 Z \langle r_{\perp}^2 \rangle \mu_0}{4m}$$

$$\mu = 1 - \frac{ne^2 Z \langle r_{\perp}^2 \rangle \mu_0}{4m}$$

Susceptibilitatea κ a diamagnetului este o mărime adimensională negativă. Valorile ei sunt cuprinse în limitele de la 10^{-6} până la 10^{-5} , adică $|\kappa| \ll 1$ și $\mu < 1$ deosebindu-se foarte puțin de unitate.

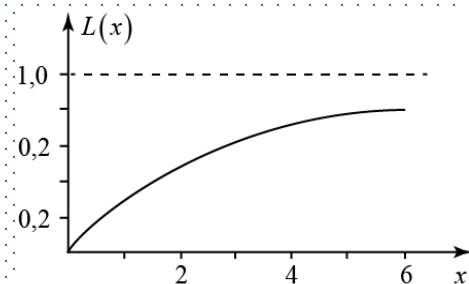
Tema 11. Câmpul magnetic în substanță

Substanțele, atomii și/sau moleculele cărora în lipsa câmpului magnetic exterior posedă momente magnetice proprii se numesc **paramagnetici**.

Teoria clasică a paramagnetismului a fost elaborată de către Langevin în a.1905. Vectorul de magnetizare a paramagneticului:

$$J = n \vec{\mathcal{P}}_m L(x) \quad \text{unde} \quad x = \frac{\vec{\mathcal{P}}_m B}{kT}$$

$$L(x) = \text{cth } x - \frac{1}{x} \quad \text{— funcția lui Langevin.}$$



În câmpuri magnetice slabe și temperaturi obișnuite, parametrul $x \ll 1$ și $\text{cth } x = 1/x + x/3 - x^3/45 + \dots$ ➡

$$\text{➡} \quad L(x) \approx \frac{x}{3}. \quad \vec{J} = \frac{n \vec{\mathcal{P}}_m x}{3} = \frac{n \vec{\mathcal{P}}_m^2 \vec{B}}{3kT} = \frac{n \vec{\mathcal{P}}_m^2 \mu \mu_0}{3kT} \vec{H} = \frac{n \vec{\mathcal{P}}_m^2 (1 + \kappa) \mu_0}{3kT} \vec{H} \quad \kappa = 10^{-5} \div 10^{-3}$$

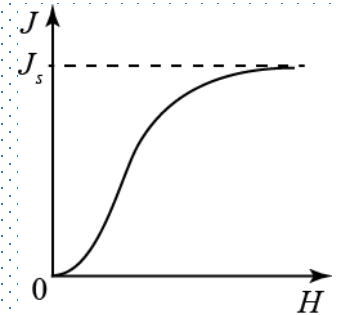
$$\frac{n \vec{\mathcal{P}}_m^2 (1 + \kappa) \mu_0}{3kT} = \kappa \Rightarrow \kappa \left(1 - \frac{n \vec{\mathcal{P}}_m^2 \mu_0}{3kT} \right) = \frac{n \vec{\mathcal{P}}_m^2 \mu_0}{3kT} \Rightarrow \kappa = \frac{n \vec{\mathcal{P}}_m^2 \mu_0}{3kT} \quad \text{➡} \quad \kappa > 0$$

Susceptibilitatea magnetică a paramagneticilor este invers proporțională cu temperatura absolută. (Legea lui Curie)

Tema 11. Câmpul magnetic în substanță

Se numesc feromagnetici substanțele solide ce se pot afla în stare magnetizată chiar și în lipsa câmpului magnetic exterior, posedând magnetizare spontană.

1) dependența neliniară a vectorului de magnetizare \vec{J} de intensitatea câmpului magnetic exterior \vec{H} sau a vectorului inducției magnetice \vec{B} de \vec{H} .



2) caracterul neunivoc al dependențelor \vec{J} de \vec{H} și \vec{B} de \vec{H} . Ele sunt determinate de istoria precedentă a magnetizării feromagneticului. Acest fenomen se numește **histerezis magnetic**.

$J_D = OD$ – **magnetizare remanentă**.

$H_C = |OC|$ – **forță coercitivă** a feromagneticului.

