Tema 8. Conductoare în câmp electric. Energia câmpului electric

Conductoarele sunt corpuri care posedă sarcini electrice libere care se pot deplasa în limitele lor la orice distanță

1) intensitatea câmpului în toate punctele din interiorul conductorului este zero

$$\vec{E} = 0$$

2) vectorul câmpului electric este perpendicular pe suprafața conductorului, adică.

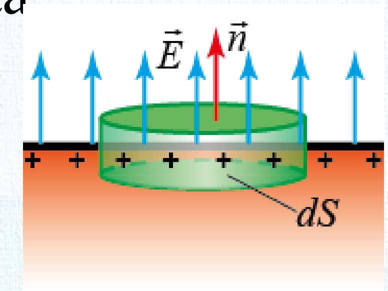
$$\vec{E} = \vec{E}_n;\ \vec{E}_\tau = 0,$$

3) potențialul în toate punctele din conductor este constant, adică suprafața conductorului într-un câmp electrostatic este echipotențială

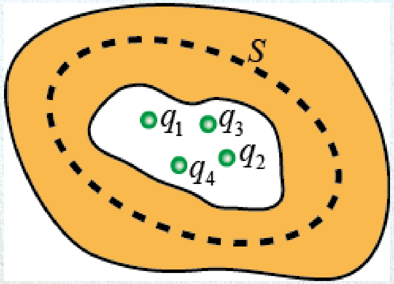
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_l dl = 0 \quad \Longrightarrow \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi = \text{const.}$$

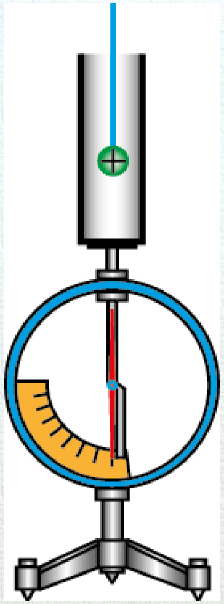
Tema 8. Conductoare în câmp electric. Energia câmpului electric

Toate sarcinile necompensate sunt distribuite pe suprafața conductorului. Relația dintre E_n și σ

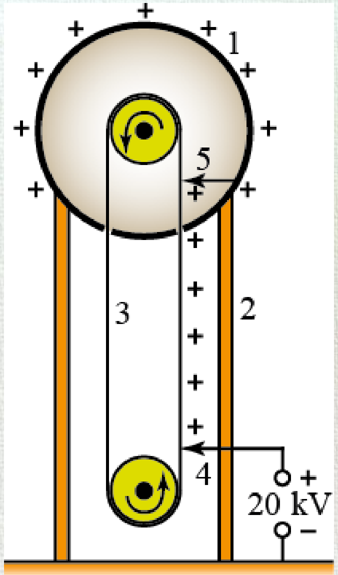


$$\left.\begin{aligned} d\Phi &= E_n dS \\ d\Phi &= \frac{dq}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma dS}{\varepsilon_0} \end{aligned}\right\} \rightarrow E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \rightarrow D_n = \sigma$$





Câmpul electric al sarcinilor înconjurate de un strat conductor și câmpul sarcinilor induse pe suprafața lui interioară este egal cu zero în tot spațiul exterior.



Generatorul Van der Graaf permite obținerea tensiunilor de 3-5 milioane de volți.

Tema 8. Conductoare în câmp electric. Energia câmpului electric

Capacitatea unui conductor izolat de a acumula sarcini electrice

$$\frac{q_1}{\sigma_1}=\frac{q_2}{\sigma_2}=\frac{q_3}{\sigma_3}=\dots=\frac{q}{\sigma} \longrightarrow \frac{q_1}{\varphi_1}=\frac{q_2}{\varphi_2}=\frac{q_3}{\varphi_3}=\dots=\frac{q}{\varphi}$$

Capacitate electrică

$$C=\frac{q}{\varphi} \qquad [C]=\mathrm{F}=\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}}$$

Capacitatea electrică a unui conductor sferic de rază R

$$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{R} \longrightarrow C=4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$$

Raza unei sfere conductoare de capacitate egală cu 1F:

$$R=\frac{C}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}=\frac{kC}{\varepsilon}\approx 9\cdot 10^9\ \mathrm{m} \longrightarrow \frac{R}{R_\mathrm{P}}\approx\frac{9\cdot 10^9}{6,4\cdot 10^6}\approx 1400$$

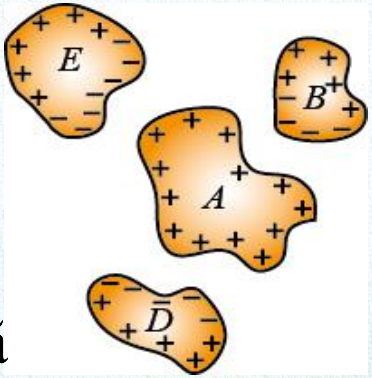
$$1\,\mu\mathrm{F}=10^{-6}\ \mathrm{F}$$

$$1\,\mathrm{nF}=10^{-9}\ \mathrm{F}$$

$$1\,\mathrm{pF}=10^{-12}\ \mathrm{F}$$

Tema 8. Conductoare în câmp electric. Energia câmpului electric

Capacitatea electrică a conductoarelor izolate este de obicei foarte mică



Cum să mărim capacitatea electrică?

Sistemul constituit din două conductoare ce concentrează câmpul electric numai între ele se numește condensator, iar însăși conductoarele – armături ale condensatorului.

$$\frac{q_1}{(\varphi_1-\varphi_2)_1}=\frac{q_2}{(\varphi_1-\varphi_2)_2}=\frac{q_3}{(\varphi_1-\varphi_2)_3}=\cdots$$

capacitatea electrică a condensatorului

$$C=\frac{q}{\varphi_1-\varphi_2}$$

Tema 8. Conductoare în câmp electric. Energia câmpului electric

1) Condensatorul plan

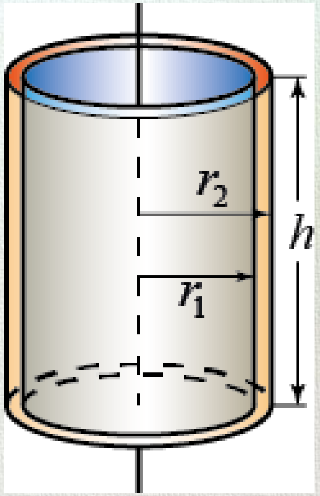
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_l dl = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}\int_0^d dl = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} d$$

$$C = \frac{q}{(\varphi_1 - \varphi_2)} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$$

2) Condensatorul cilindric

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r} \quad \Rightarrow \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E_r dr = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

$$C = \frac{q}{(\varphi_1 - \varphi_2)} = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 h}{\ln(r_2/r_1)}$$



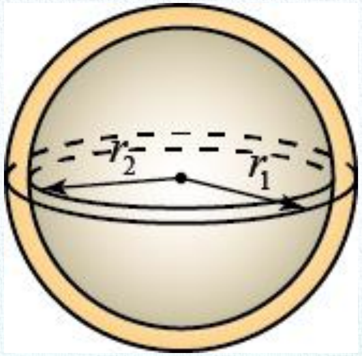
$h >> r_1, r_2$

Dacă $d = r_2 - r_1 << r_1$, atunci $\ln\frac{r_2}{r_1} = \ln\left(1 + \frac{r_2 - r_1}{r_1}\right) \approx \frac{r_2 - r_1}{r_1}$

$$\Rightarrow \quad C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 h r_1}{r_2 - r_1} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$$

Tema 8. Conductoare în câmp electric. Energia câmpului electric

3) Condensator sferic



$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} \rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow C = \frac{q}{\dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)} = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

Când $r_2 \rightarrow \infty$ $\rightarrow$ $C = 4\pi\,\varepsilon\,\varepsilon_0 R$

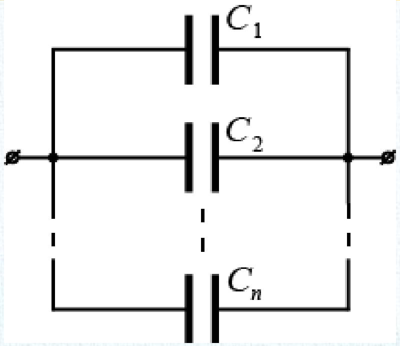
Întotdeauna capacitatea electrică a condensatorului C ~ ε. La diferențe de potențial $\varphi_1 - \varphi_2$ mari, poate avea loc străpungerea electrică a dielectricului. Tensiunea, la care are loc acest fenomen se numește tensiune de străpungere.

Capacitatea electrică și tensiunea de străpungere sunt caracteristicile principale ale unui condensator

Tema 8. Conductoare în câmp electric. Energia câmpului electric

Conexiunea în paralel a condensatoarelor

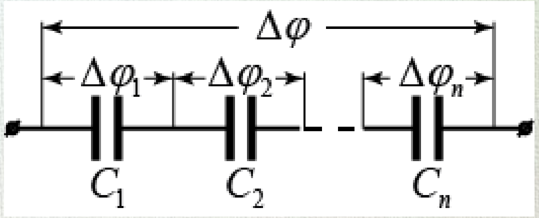
$$\left.\begin{aligned} q &= \sum_{i=1}^{n} q_i = \Delta\varphi \sum_{i=1}^{n} C_i \\ q &= C\Delta\varphi \end{aligned}\right\} \rightarrow \quad C = \sum_{i=1}^{n} C_i$$



Capacitatea electrică a unei baterii de condensatoare conectate în paralel este egală cu suma capacităților acestor condensatoare.

Conexiunea în serie a condensatoarelor

$$\left.\begin{aligned} \Delta\varphi &= \sum_{i=1}^{n} \Delta\varphi_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{q}{C_i} \\ \Delta\varphi &= \frac{q}{C} \end{aligned}\right\} \rightarrow \quad \frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$



La conexiunea în serie mărimea inversă a capacității totale este egală cu suma mărimilor inverse ale capacităților condensatoarelor ce constituie bateria.

Tema 8. Conductoare în câmp electric. Energia câmpului electric

Energia de interacțiune a două sarcini punctiforme

$$E_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

Energia potențială de interacțiune a două sarcini dintr-un sistem de N sarcini punctiforme

$$\left(E_p\right)_{ij} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Energia potențială totală a sistemului de sarcini

$$E_p = \sum_{\substack{\text{după toate}\\ \text{perechile}}} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1\\ (j\neq i)}}^{N}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i \sum_{\substack{j=1\\ (j\neq i)}}^{N}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_j}{r_{ij}}$$

Având în vedere că $\varphi_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{\substack{j=1\\ (j\neq i)}}^{N}\frac{q_j}{r_{ij}}$ $\Rightarrow$ $E_p = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i\varphi_i$

Tema 8. Conductoare în câmp electric. Energia câmpului electric

Energia unui conductor izolat încărcat

$$\left.\begin{aligned} &E_p = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\Delta q_i\varphi = \frac{1}{2}\varphi\sum_{i=1}^{N}\Delta q_i = \frac{1}{2}\varphi q \\ &C = \frac{q}{\varphi} \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_p = \frac{1}{2}\varphi q = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2}$$

Pentru sistemul de conductoare încărcate

$$E_p = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\varphi_i q_i = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i^2}{C_i} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}C_i\varphi_i^2$$

În calitate de caz particular al unui sistem de conductoare considerăm un condensator încărcat)

$$E_p = \frac{1}{2}\left[\varphi_1\sum_{i=1}^{N}\Delta q_i + \varphi_2\sum_{i=1}^{N}\left(-\Delta q_i\right)\right] = \frac{1}{2}\left[\varphi_1\left(+q\right)+\varphi_2\left(-q\right)\right] = \frac{1}{2}q\Delta\varphi$$

În acest fel

$$E_p = \frac{1}{2}q\Delta\varphi = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{C\left(\Delta\varphi\right)^2}{2}$$

Tema 8. Conductoare în câmp electric. Energia câmpului electric

Analizăm cazul unui condensator plan

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$$

$$E_p = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S(\Delta\varphi)^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}\left(\frac{\Delta\varphi}{d}\right)^2 Sd$$

Pentru un câmp omogen (câmpul condensatorului plan)

$$E_p = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}V$$

Se evidențiază o întrebare importantă: unde este localizată energia electrică, în conductoarele încărcate sau în câmpul electric creat de sarcini?

În acest fel

$$W_e = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}V \Rightarrow w_e = \frac{W_e}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$$

$$W_e = \int_{(V)} w_e dV = \int_{(V)} \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} dV$$