Plesu Catalin

laborator la msp facut 100% in matematica.wolframcloud.com

varianta 18

1. Este dată repartiţia v.a. de tip discret (varianta 18)

18) $x_1=-1$, $x_2=0$, $x_3=1$, $x_4=2$, $p_1=0{,}1$, $p_2=0{,}5$, $p_3=0{,}3$, $p_4=0{,}1$;

In[190]:=
```
Clear["Global`*"]
```

1) să se introducă în Sistemul Mathematica repartiţia v.a.d.

In[208]:=
```
p = {{-1, 0, 1, 2}, {0.1, 0.5, 0.3, 0.1}};
MatrixForm[p]
```

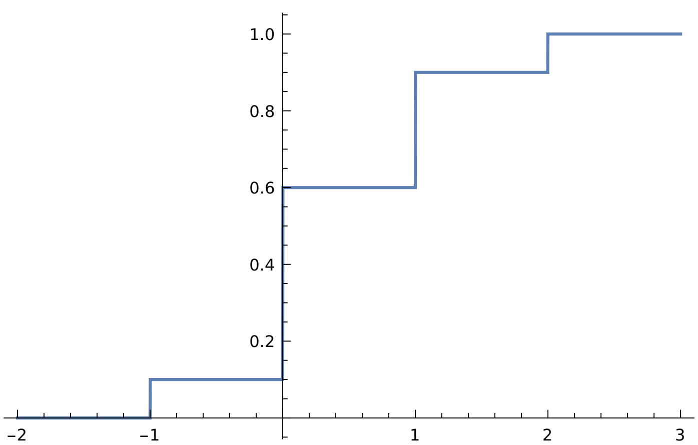
Out[209]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0.1 & 0.5 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$$

2) funcţia de repartiţie şi graficul ei;

In[210]:=
```
F[x_] := 0 /; x ≤ -1;
F[x_] := 0.1 /; -1 < x ≤ 0;
F[x_] := 0.6 /; 0 < x ≤ 1;
F[x_] := 0.9 /; 1 < x ≤ 2;
F[x_] := 1 /; 2 < x;
Plot[F[x], {x, -2, 3}]
```

Out[215]=



3) probabilitatea ca ξ va lua valori din intervalul [1; 4);

In[216]:=
```
P = F[4] - F[1]
```
Out[216]=
```
0.4
```

4) valoarea medie;

In[217]:=
```
M = Sum[p[[1, j]] * p[[2, j]], {j, 1, 4}]
```
Out[217]=
```
0.4
```

5) dispersia;

In[218]:=
```
D = Sum[((p[[1, j]] - M) ^ 2) * p[[2, j]], {j, 1, 4}]
```
Set : Symbol D is Protected .

Out[218]=
```
0.64
```

6) abaterea medie pătratică;

In[219]:=
```
d = √D = √0.64
```
Set : Tag Sqrt in √D is Protected .

Out[219]=
```
0.8
```

7) momentele iniţiale de ordine până la 4 inclusiv;

In[220]:=
```
a = {4, 3, 2, 1};
For[i = 1, i ≤ 4, i++, a[[i]] = Sum[((p[[1, j]]) ^ i) * p[[2, j]], {j, 1, 4}]]
For[i = 1, i ≤ 4, i++, Print["a", i, " = ", a[[i]]]]
```
```
a1 = 0.4
a2 = 0.8
a3 = 1.
a4 = 2.
```

8) momentele centrate de ordine până la 4 inclusiv;

In[223]:=
```
μ = {4, 3, 2, 1}
For[i = 1, i ≤ 4, i++, μ[[i]] = Sum[((p[[1, j]] - M) ^ i) * p[[2, j]], {j, 1, 4}]]
For[i = 1, i ≤ 4, i++, Print["μ", i, " = ", μ[[i]]]]
```
Out[223]=
```
{4, 3, 2, 1}
```

$\mu 1 = 5.55112 \times 10^{-17}$

$\mu 2 = 0.64$

$\mu 3 = 0.168$

$\mu 4 = 1.0912$

9) asimetria;

```
In[226]:= Sk = μ[[3]] / d ^ 3
Out[226]= 0.328125
```

10) excesul.

```
In[227]:= Ex = μ[[4]] / d ^ 4 - 3
Out[227]= -0.335938

In[35]:=
```

---

2. Presupunem probabilitatea statistică că un copil nou născut să fie băiat este egală cu 0.51. (k = 18 - varianta) Se cere:

```
In[228]:= Clear["Global`*"]

In[229]:= k = 18; n = 1000; p = 0.51; q = 1 - p;
```

1) să se determine repartiţia v.a. ξ care reprezintă numărul de băieţi printre 1000 de copii nou născuţi;

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

```
In[230]:= P = (n!) / ((k!) * (n - k)!) * p ^ k * q ^ (n - k)
Out[230]= 4.3215 × 10^-272
```

2) să se calculeze probabilitatea că printre 1000 de copii nou născuţi numărul băieţilor va fi cuprins între 300+k şi 500+k, unde k este numărul variantei .

```
In[40]:= clear[k];

In[231]:= P = Sum[(n!) / ((k!) * (n - k)!) * p ^ k * q ^ (n - k), {k, 318, 518}]
Out[231]= 0.704543
```

---

3. Numărul ξ de particule alfa emise de un gram de substanţă radioactivă într-o secundă este o v.a.d. cu repartiţia Poisson cu parametrul a, unde a este numărul

mediu de particule alfa emise într-o secundă.

Care este numărul de particule alfa care corespunde celei mai mari probabilităţi?
Să se considere că a=1+0,25n, unde n este numărul variantei.

In[234]:=
```
Clear["Global`*"]
n = 18; t = 1; a = 1 + 0.25 n
```
Out[235]=
```
5.5
```

1) Să se determine seria de repartiţie a v.a.d. ξ .

$$P_t(k) = \frac{(at)^k}{k!} e^{-at}, \ k = 0,\ 1,\ 2, \ldots$$

In[238]:=
```
ξ = {{0, 1, "...", k, "..."}, {((a * t)^0 / 0!) * e^(-a * t),
    ((a * t)^1 / 1!) * e^(-a * t), "...", ((a * t)^k / k!) * e^(-a * t), "..."}};
MatrixForm[ξ]
```
Out[239]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \ldots & k & \ldots \\ \frac{1.}{e^{5.5}} & \frac{5.5}{e^{5.5}} & \ldots & \frac{5.5^k}{e^{5.5}\,k!} & \ldots \end{pmatrix}$$

2) Să se calculeze probabilităţile evenimentelor:
A = {într-o secundă vor fi emise nu mai mult de două particule alfa}

In[240]:=
```
A = Sum[((a * t)^k / k!) * Exp[-a * t], {k, 0, 2}]
```
Out[240]=
```
0.0883764
```

B = {într-o secundă vor fi emise cinci particule alfa}

In[241]:=
```
k = 5;
B = ((a * t)^k / k!) * Exp[-a * t]
```
Out[242]=
```
0.171401
```

C = {într-o secundă vor fi emise mai mult de zece particule alfa}.

In[243]:=
```
C = 1 - Sum[((a * t)^k / k!) * Exp[-a * t], {k, 0, 10}]
```
Set : Symbol C is Protected .

Out[243]=
```
0.0252513
```

4. Să se scrie legea de repartiţie a variabilei aleatoare ξ

care reprezintă numărul de aruncări nereuşite ale unui zar până la prima apariţie a numărului 4. Să se calculeze probabilitatea că numarul aruncărilor nereuşite va varia între 5+k si 15+k , unde k este numărul variantei.

In[244]:=
```
Clear["Global`*"]
k = 18; p = 1/6; q = 1 - p;
k1 = 5 + k
k2 = 15 + k
```

Out[246]= 23

Out[247]= 33

$$\boldsymbol{P}(k) = pq^{k-1},\ k=1,2,\ldots$$

In[248]:=
```
P[k_] := p * q ^ (k - 1);
N[Sum[P[k], {k, k1, k2}]]
```

Out[249]= 0.015676

5. V.a.c. ξ este definită de densitatea sa de repartiţie f(x). Să se determine:

$$f(x) = \begin{cases} (x-3)/8, x \in [3,7], \\ 0, \quad x \notin [3,7]; \end{cases}$$

1) reprezentarea v.a.c. ξ în Sistemul Mathematica;

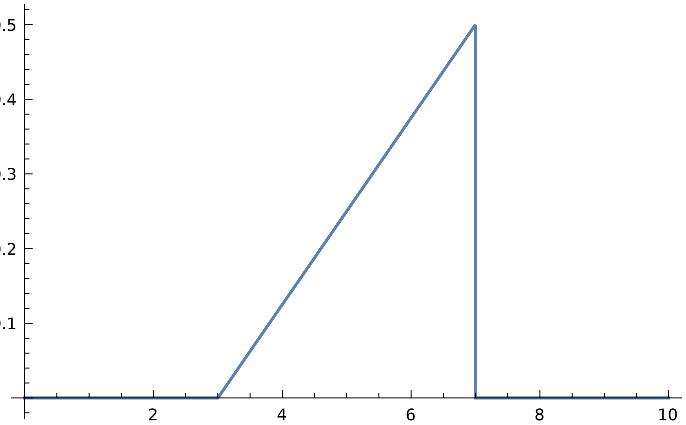
In[250]:=
```
Clear["Global`*"]
```

In[282]:=
```
a = 3; b = 7;
f[x_] := 0 /; a > x > 7;
f[x_] := ((x - 3) / 8) /; b ≥ x ≥ a;
```

2) linia de repartiţie;

In[273]:=
```
Plot[f[x], {x, a - 3, b + 3}]
```

Out[273]=



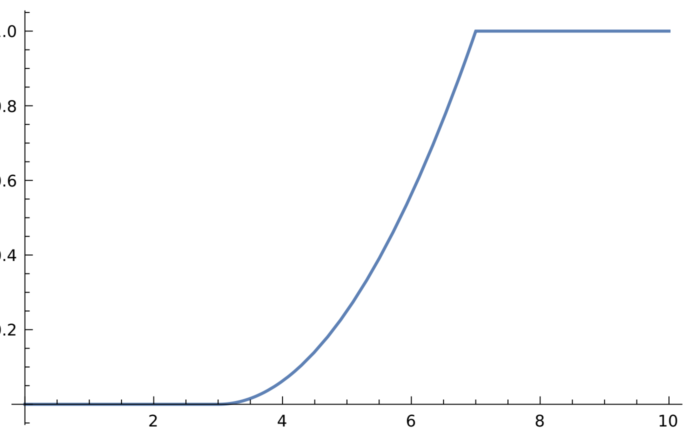
3) funcţia de repartiţie F(x) şi graficul ei;

In[274]:=
```
Integrate[(t - 3) / 8, {t, a, x}]
```

Out[274]= $\frac{9}{16} - \frac{3\,x}{8} + \frac{x^2}{16}$

In[275]:=
```
F[x_] := 0 /; x < a;
F[x_] := 1 /; x > b;
F[x_] := (9 / 16 - 3 x / 8 + x ^ 2 / 16) /; b ≥ x ≥ a;
Plot[F[x], {x, a - 3, b + 3}]
```

Out[278]=



4) valoarea ei medie;

In[279]:=
```
M = NIntegrate[x (x - 3) / 8, {x, a, b}];
N[M]
```

Out[280]= 5.66667

5) dispersia;

```
D = Integrate[(x - M)^2 * f[x], {x, a, b}]
```

Set : Symbol D is Protected .

Out[288]= 0.888889

6) abaterea medie pătratică;

In[293]:=
```
d = √0.8888888888888905
```

Out[293]= 0.942809

7) coeficientul de variaţie;

In[75]:=
```
v = d / M
```

Out[75]= 0.166378

8) momentele iniţiale de ordinele până la 4 inclusiv;

In[76]:=

$$\alpha_s[\xi] = \int_{-\infty}^{\infty} x^s f(x)\,dx$$

In[77]:=
```
α = {4, 3, 2, 1};
For[s = 1, s ≤ 4, s++, α[[s]] = NIntegrate[x^s * f[x], {x, a, b}]]
For[s = 1, s ≤ 4, s++, Print["α", s, " = ", α[[s]]]]
```

α1 = 5.66667

α2 = 33.

α3 = 196.6

α4 = 1193.53

9) momentele centrale de ordinele până la 4 inclusiv;

$$\mu_s[\xi] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_\xi)^s f(x)\,dx$$

```
μ = {4, 3, 2, 1};
For[s = 1, s ≤ 4, s++, μ[[s]] = Integrate[(x - M)^s * f[x], {x, a, b}]]
For[s = 1, s ≤ 4, s++, Print["μ", s, " = ", μ[[s]]]]
```

μ1 = -6.68178×10^{-15}

μ2 = 0.888889

μ3 = -0.474074

μ4 = 1.8963

10) asimetria;

In[294]:=
```
Sk = μ[[3]] / d ^ 3
```
Out[294]=
```
-0.565685
```

11) excesul;

In[295]:=
```
Ex = μ[[4]] / d ^ 4 - 3
```
Out[295]=
```
-0.6
```

12) probabilitatea ca ξ va lua valori din prima jumătate a intervalului de valori posibile.

In[296]:=
```
NIntegrate[f[x], {x, a, a + (b - a) / 2}](*probabilitatea pe prima jumatate*)
NIntegrate[f[x], {x, a + (b - a) / 2, b}](*probabilitatea pe a doua jumatate*)
```
Out[296]=
```
0.25
```
Out[297]=
```
0.75
```