PROBLEMELE PENTRU EVALUARI SI EXAMEN.

EVALUAREA 2

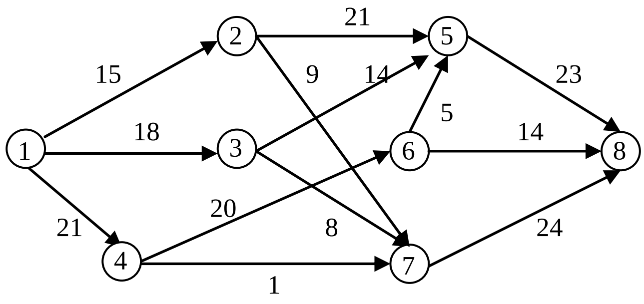
Matematica Discreta

<u>Problema1.</u>De determinat valoarea fluxului maximal in reteaua de trasport **G=<X,U,C>** conform algorimului Ford-Fulkersson **,** unde $X=\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8\}$ multimea virfurilor;
U={(1,2), (1,3) , (1,4), (2,5), (2,7), (3,5), (3,7), (4,6), (4,7), (5,8), (6,5), (6,8), (7,8) } – multimea arcelor, iar C – capacitatile arcelor

Var.1.

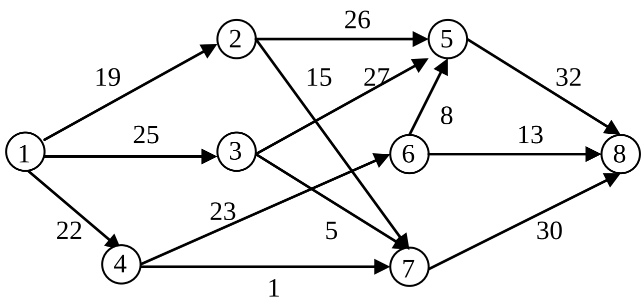
$C(x_1 ,x_2) = c_{12}=15,\ c_{13}=18,\ c_{14}=21,\ c_{25}=21,\ c_{27}= 9,\ c_{35}=14,\ c_{37}=8,\ c_{46}=20,\ c_{47}= 1,\ c_{58}= 23,\ c_{65}=5,\ c_{68}= 14,\ c_{78}= 24.$

Var.1



Var2.

$C(x_1 ,x_2) = c_{12}=19,\ c_{13}=25,\ c_{14}=22,\ c_{25}=26,\ c_{27}= 15,\ c_{35}=27,\ c_{37}=5,\ c_{46}=23,\ c_{47}= 1,\ c_{58}= 32,\ c_{65}=8,\ c_{68}= 13,\ c_{78}= 30.$

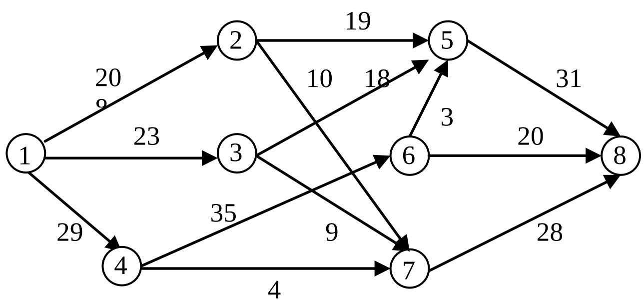


Var.3.

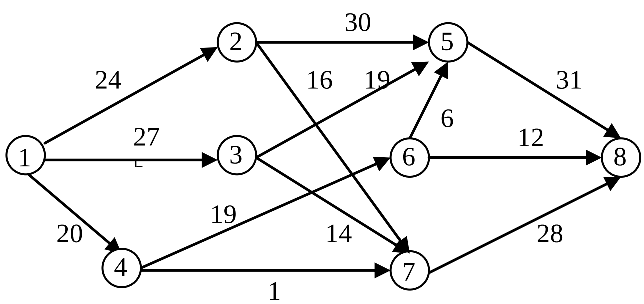
$C(x_1, x_2) = c_{12}=22, c_{13}=19, c_{14}=31, c_{25}=20, c_{27}=19, c_{35}=20, c_{37}=4, c_{46}=32, c_{47}= 1, c_{58}= 30, c_{65}=9, c_{68}=20, c_{78}=50.$

Var.4.

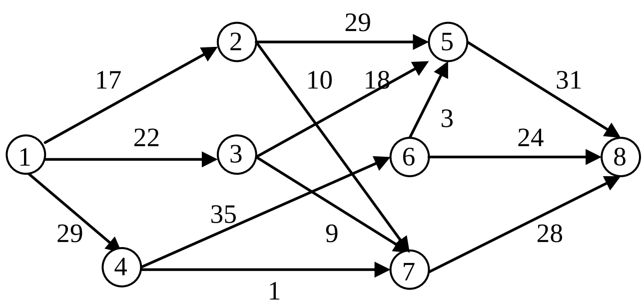
$C(x_1, x_2) = c_{12}=20, c_{13}=23, c_{14}=29, c_{25}=19, c_{27}=10, c_{35}=18, c_{37}=9, c_{46}=35, c_{47}= 4, c_{58}= 31, c_{65}=3, c_{68}=20, c_{78} =28$



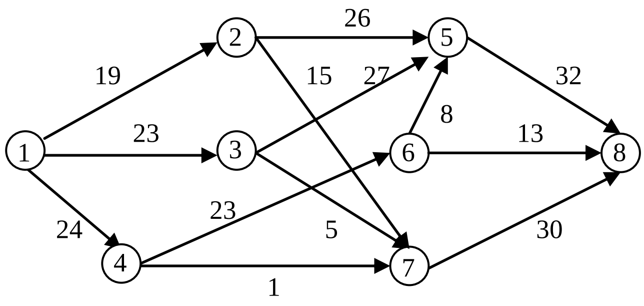
Var.5



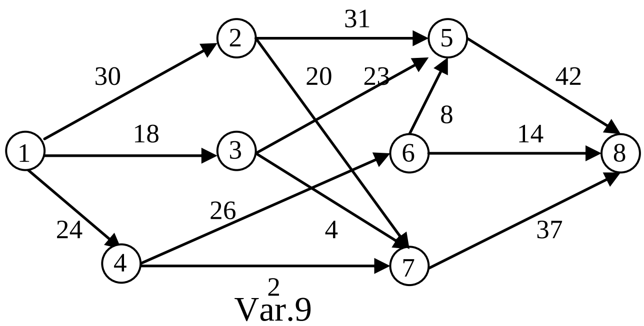
Var.6



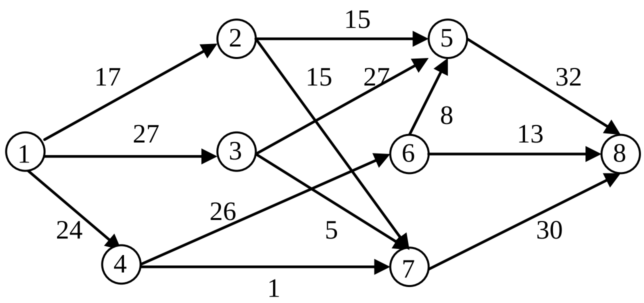
VAR.7



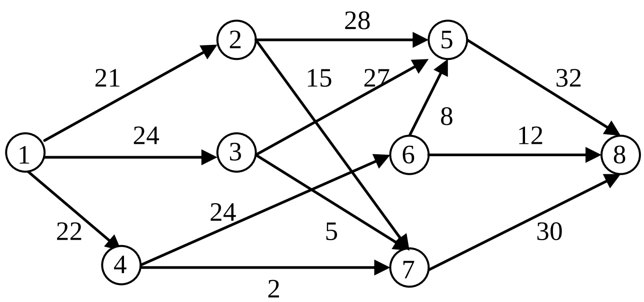
Var.8



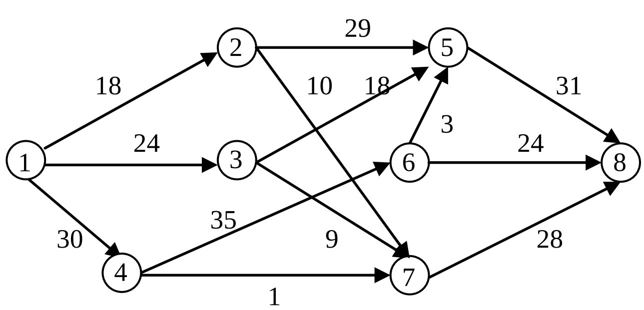
Var.9



Var.10

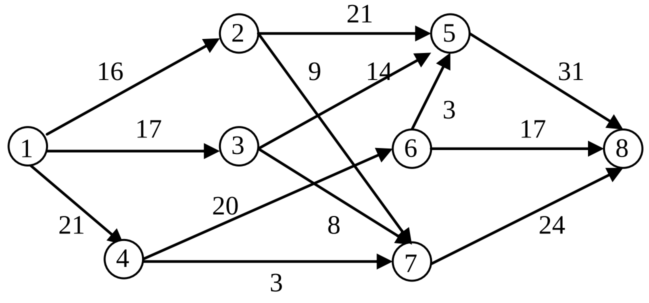


Var.11.



Var.12.

$C(x_1, x_2) = c_{12}=16, c_{13}=17, c_{14}=21, c_{25}=21, c_{27}=9, c_{35}=14, c_{37}=8, c_{46}=20, c_{47}=3, c_{58}= 31, c_{65}=3, c_{68}=17, c_{78} =24$



Var.13.

$C(x_1, x_2) = c_{12}=19, c_{13}=25, c_{14}=22, c_{25}=26, c_{27}=15, c_{35}=27, c_{37}=5, c_{46}=2, c_{47}=1, c_{58}= 32, c_{65}=8, c_{68}=13, c_{78} =30.$

Var.14.

$C(x_1, x_2) = c_{12}=25, c_{13}=19, c_{14}=31, c_{25}=24, c_{27}=19, c_{35}=20, c_{37}=4, c_{46}=32, c_{47}=3, c_{58}= 30, c_{65}=9, c_{68}=17, c_{78} =50.$

Var.15.

$C(x_1, x_2) = c_{12}=26, c_{13}=20, c_{14}=29, c_{25}=21, c_{27}=19, c_{35}=18, c_{37}=9, c_{46}=35, c_{47}=5, c_{58}= 31, c_{65}=3, c_{68}=24, c_{78} =29$

Var.16.

$C(x_1, x_2) = c_{12}=24, c_{13}=27, c_{14}=20, c_{25}=30, c_{27}=16, c_{35}=19, c_{37}=14, c_{46}=19, c_{47}=1, c_{58}= 31, c_{65}=6, c_{68}=17, c_{78} =29$

Var.17.

$C(x_1, x_2)$ = c_{12}=17, c_{13}=22, c_{14}=29, c_{25}=28, c_{27}=10, c_{35}=18, c_{37}=9, c_{46}=32, c_{47}=5, c_{58}= 31, c_{65}=3, c_{68}=24, c_{78} =27.

Var.18.

$C(x_1, x_2)$ = c_{12}=19, c_{13}=23, c_{14}=24, c_{25}=26, c_{27}=15, c_{35}=27, c_{37}=5, c_{46}=23, c_{47}=2, c_{58}= 30, c_{65}=3, c_{68}=13, c_{78} =30.

Var.19.

$C(x_1, x_2)$ = c_{12}=30, c_{13}=18, c_{14}=24, c_{25}=28, c_{27}=19, c_{35}=23, c_{37}=4, c_{46}=26, c_{47}=2, c_{58}= 42, c_{65}=8, c_{68}=14, c_{78} =37.

Var.20.

$C(x_1, x_2)$ = c_{12}=17, c_{13}=27, c_{14}=25, c_{25}=25, c_{27}=15, c_{35}=27, c_{37}=5, c_{46}=26, c_{47}=4, c_{58}= 32, c_{65}=7, c_{68}=13, c_{78} =30.

PROBLEMA 2 (LOGICA MATEMATICA).

ESTE DATA FUNCTIA LOGICA $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ prin setul de valori a argumentelor pentru care primeste valoarea 1

1. DE ALCATUIT TABELUL DE ADEVAR;
2. DE OBTINUT FORMA CANONICA DISJUNCTIVA NORMALA (FCDN) SI FORMA CANONICA CONJUNCTIVA NORMALA (FCCN) ;
3. DE MINIMIZAT FCDN PRIN 3 METODE: QUINE, QUINE-MCKLUSKEY, KARNAUGH;
4. DE IMPILENTAT SCHEMELE LOGICE IN BAZELE: ŞI-NU , SAU-NU
5. DE CONSTRUIT DIAGRAMA TEMPORARA PENTRU FUNCTIA $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$..

Var.1 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(0, 2, 7, 8, 9, 10, 11, 13)$;

Var.2 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(1, 2, 5, 7, 8, 10, 13, 15)$;

Var.3 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(4, 6, 8, 9, 10, 11, 15)$

Var.4 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(2, 3, 6, 7, 8,14, 15)$;

Var.5 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(0, 1, 2, 4, 7, 10, 11, 12)$;

Var.6 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(0, 5, 7, 8, 9, 12, 13, 15)$

Var.7 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(0, 1, 2, 3, 6, 9, 12, 14, 15)$;

Var.8 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(0, 1, 4, 6, 7, 8, 9, 15)$;

Var.9 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(0, 3, 4, 5, 7, 8, 10, 11)$;

Var.10 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(0, 2, 3, 7, 8, 12, 14, 15)$;

Var.11 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(1, 2, 5, 6, 8, 9, 10, 14)$;

Var.12 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(0, 2, 9, 10, 11, 12, 13, 15)$;

Var.13 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(1, 6, 7, 9, 12, 13, 14, 15)$

Var.14 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(1, 2, 4, 10, 11, 13,14)$;

Var.15 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(1, 5, 6, 7, 9, 13, 14, 15)$;

Var.16 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(1, 2, 3, 4, 9,12, 15)$;

Var.17 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(2, 3, 4, 7, 10, 12, 13, 14)$;

Var.18 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(4, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 15)$;

Var.19 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(3, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 14)$;

Var.20 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(0, 1, 2, 4, 8, 10, 11, 12)$;

Var.21 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(1, 5, 7, 8, 9, 12, 13, 15)$

Var.22 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(0, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11)$;

Var.23 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(1, 2, 5, 7, 8, 10, 13, 15)$;

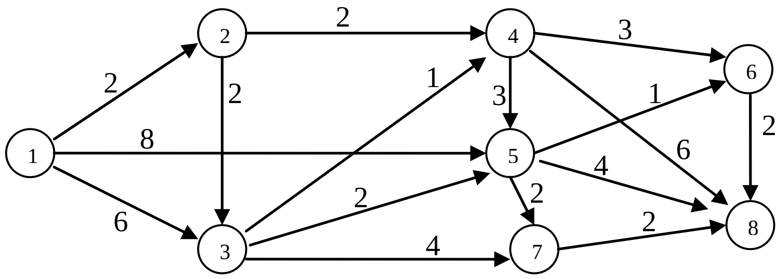
Var.24 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(4, 6, 8, 9, 10, 11, 15)$

Var.25 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(2, 3, 6, 7, 8,14, 15)$;

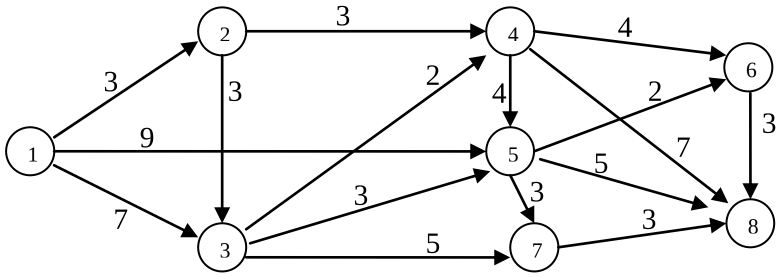
PROBLEMA II

Utilizând algoritmul Ford si Bellman-Kalaba de aflat drumurile de valoare minimă şi maximă între vârfurile 1 şi 8 în graful dat:
Используя алгоритмы Форда и Bellman-Kalaba *найти минимальные и максимальные пути между вершинами 1 и 8 в заданном граф*е:

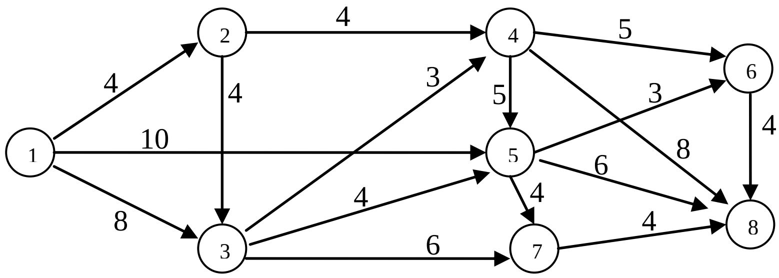
Var.1



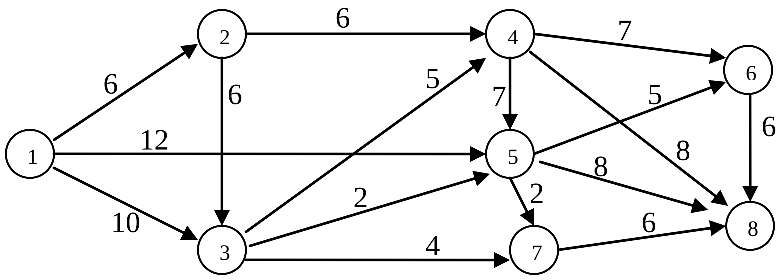
Var.2



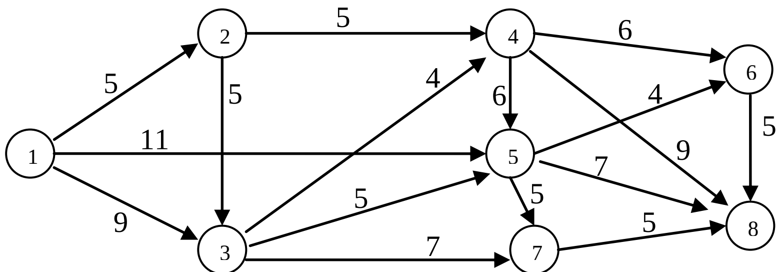
Var.3



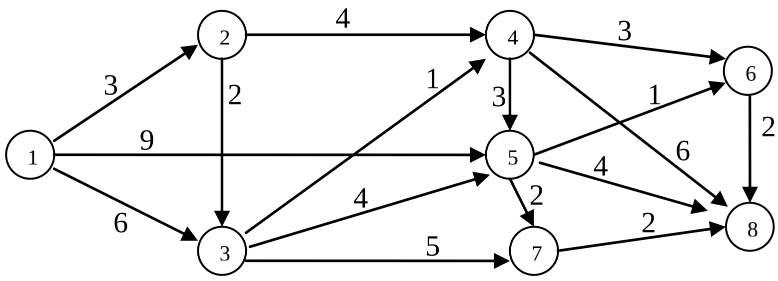
Var.4



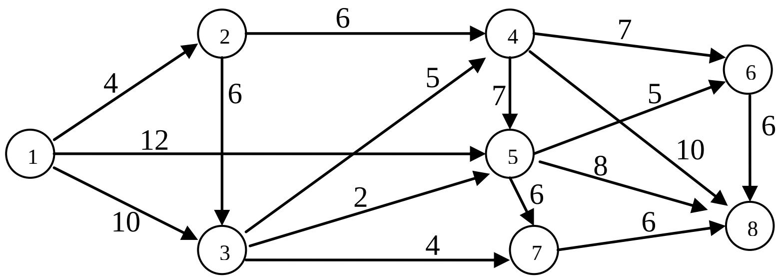
Var.5



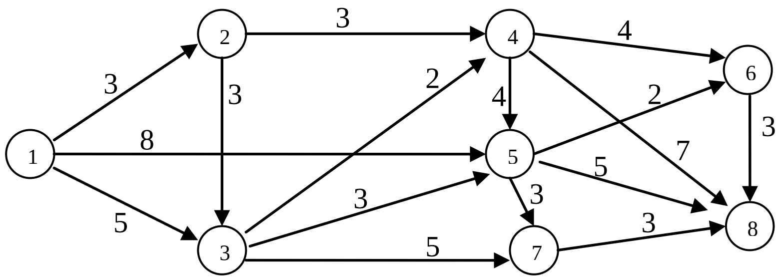
Var.6



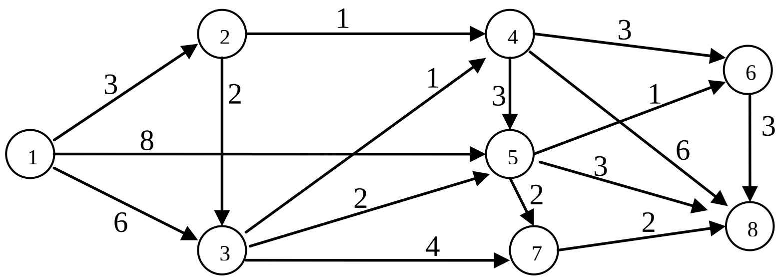
Var.7



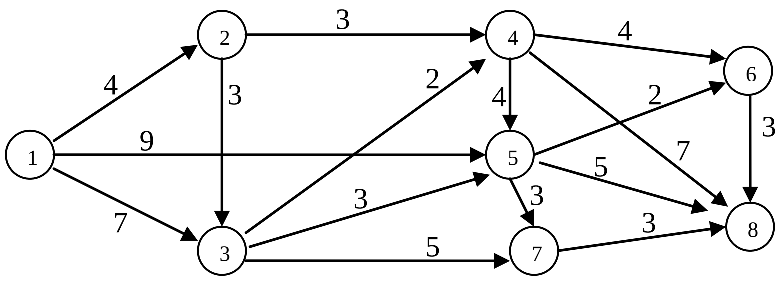
Var.8



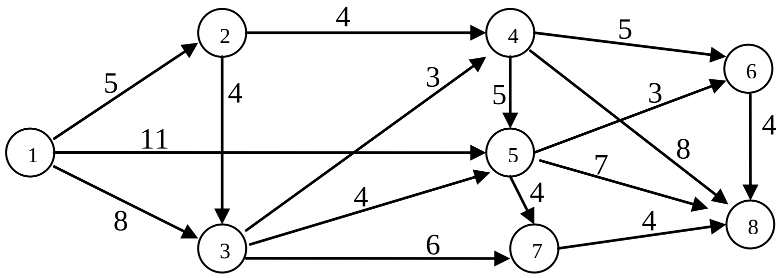
Var.9



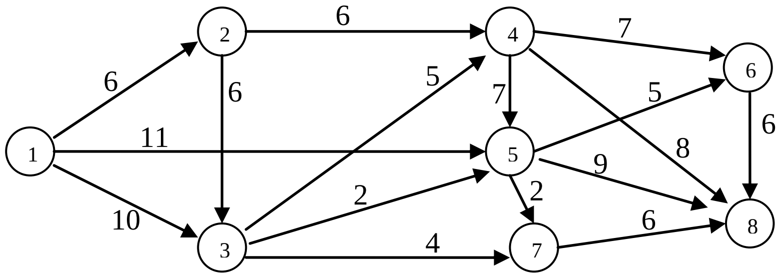
Var.10



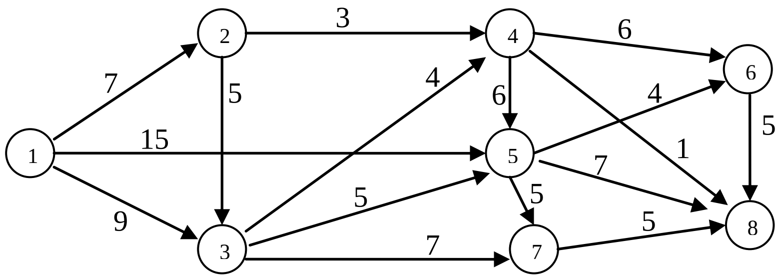
Var.11



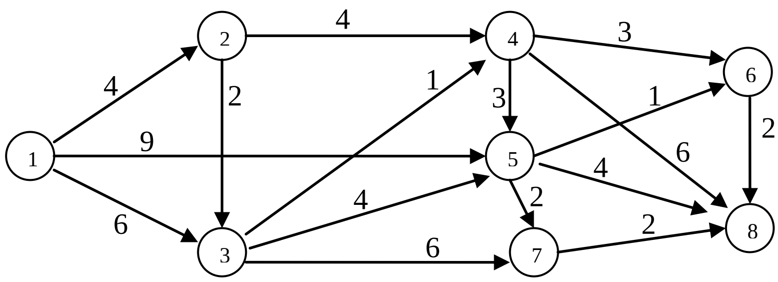
Var.12



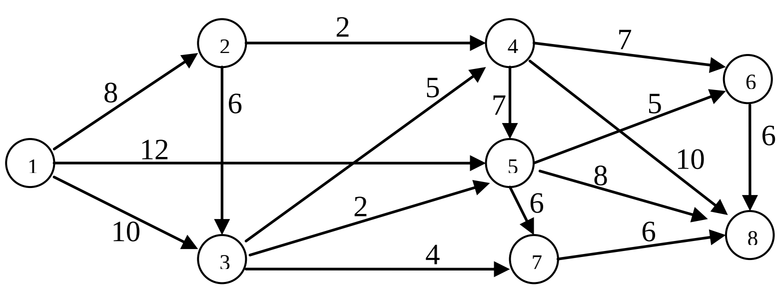
Var.13



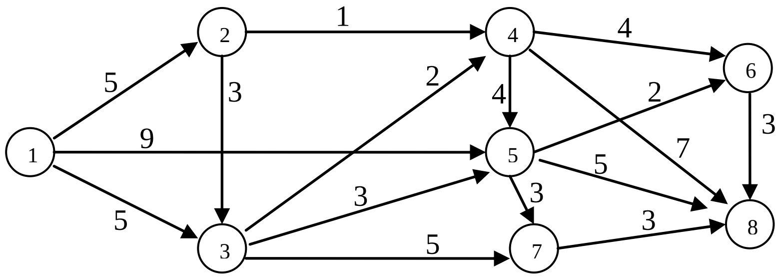
VAR.14



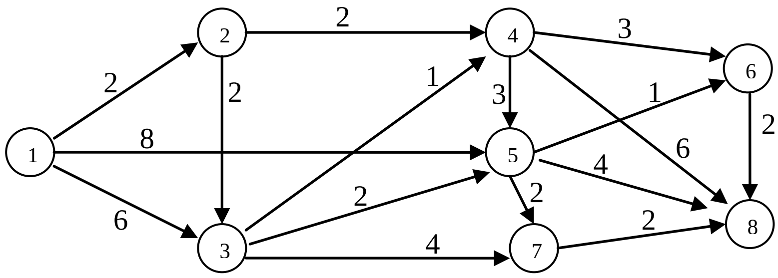
Var.15



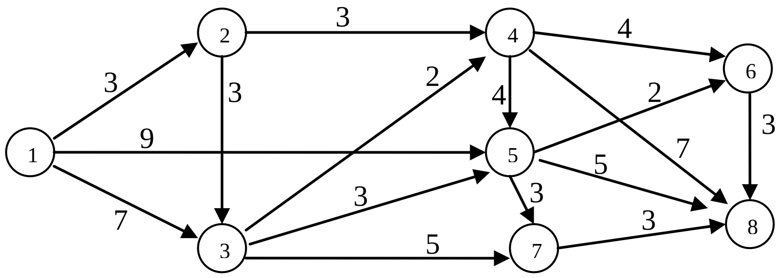
Var.16



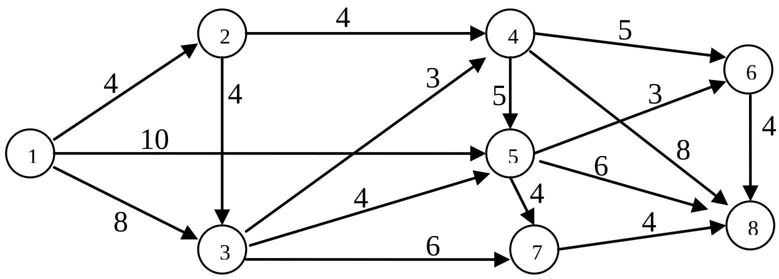
Var.17



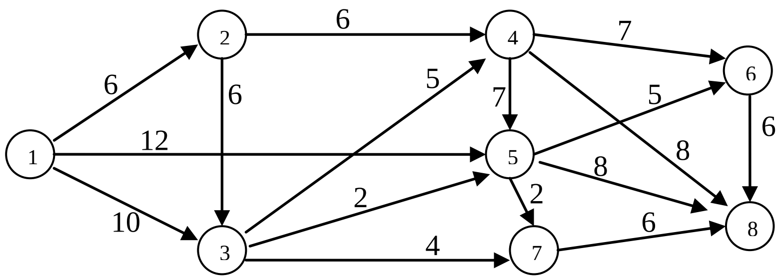
Var.18



Var.19



Var.20



Pentru Antrenament

Fiind dat graful ponderat $G=(V,U,P)$, unde V este mulţimea vârfurilor, U este mulţimea arcelor şi P este ponderea (valoarea) arcelor(m este penultima cifra , iar n – ultima cifra din carnetul de note a studentului) să se determine drumurile de valoare minimă şi drumurile de valoare maximă din vârful v_1 până în vârful v_8. Să se folosească algoritmii Ford si Bellman-Kalaba.

В заданном взвешенном графе $G=(V,U,P)$, где V множество вершин, U множество дуг и P множество весов дуг (m – предпоследняя, а n- последняя цифра номера зачетной книжки студента) , найти пути минимальной и максимальной длины из вершины v_1 до вершины v_8. Использовать алгоритмы Форда и Беллмана-Калаба.

$V=\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$, $U=\{(v_1,v_2), (v_1,v_3), (v_1,v_4), (v_2,v_3), (v_2,v_5), (v_2,v_6), (v_3,v_6), (v_4,v_3), (v_4,v_6)\ (v_4,v_7), (v_5,v_6), (v_5,v_8), (v_6,v_7), (v_6,v_8), (v_7,v_8)\}$, $P=(p_{ij})$, $p_{ij}=p(v_i,v_j)$, $(v_i,v_j)\in U$,
$P_{12}=5+n$; $P_{13}=4+m$; $P_{14}=6+m+n$; $P_{23}=5+3m$; $P_{25}=4+2m$; $P_{26}=7+n$; $P_{36}=4+m+n$; $P_{43}=3+2m$; $P_{46}=7+m+2n$; $P_{47}=4+m$; $P_{56}=7+2n$; $P_{58}=7+3m+n$; $P_{67}=3+4m$; $P_{68}=8+m+n$; $P_{78}=2+m+n$.

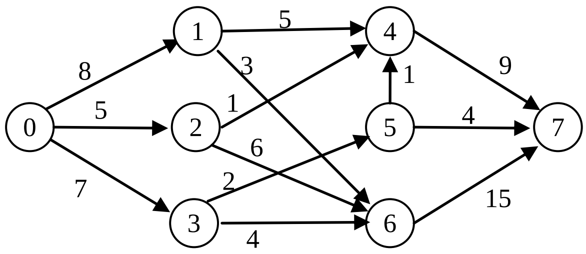
Probleme tip la disciplina *Matematică Discretă*

1. Reprezentaţi grafic A^2, B^2, C^2, AxB, AxC si BxC daca:
   $A = \{-3, -1\}\cup\{2, 4\}$, $B= \{-3, -1\}\cup[2, 4]$ si $C= [-3, -1]\cup[2, 4]$.
2. Este oare justă incluziunea $\{a\} \in \{a, b, c\}$? Enumeraţi toate părţile mulţimii $\{a, b, c\}$.
3. Interpretaţi în termeni din domeniul *corespondenţelor* situaţia “*Registrul unui hotel cu 50 camere*”, adică stabiliţi proprietăţile corespondenţei dintre mulţimea chiriaşilor şi mulţimea camerelor hotelului.
4. Reprezentaţi grafic M^2, N^2, P^2, MxN, MxP si NxP daca:
   $M= [3, 1]\cup[-2, -4]$, $N = \{3, 1\}\cup\{-2, -4\}$, $P= \{3, 1\}\cup[-2, -4]$
5. Este dată mulţimea $M=\{0, 1\}$. Este oare justă incluziunea $M\in M$? Care sunt elementele booleanului lui M $(B(M))$. Enumeraţi elementele mulţimii $B(B(M))$.
6. Interpretaţi în termeni din domeniul *corespondenţelor* situaţia “*Cuprinsul unei cărţi*”, adică stabiliţi proprietăţile corespondenţei dintre mulţimea compartimentelor enumerate la începutul cărţii şi mulţimea compartimentelor în textul propriu-zis al cărţii.
7. Sa se stabilească FCD a funcţiei logice $f(x_1,x_2,x_3,x_4)=(\neg((x_1\vee x_2)\uparrow(x_3|x_4))\to(x_1x_2\sim x_3x_4))\oplus(\neg(x_1 x_2\vee x_3x_4))$

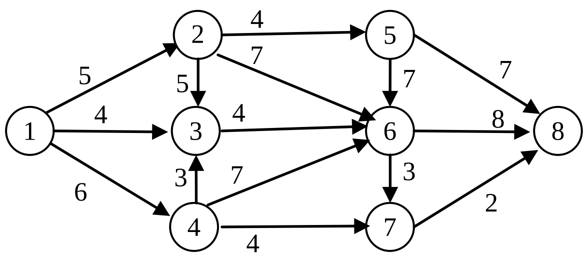
8. Sa se stabileasca FCD a functiei logice

$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=((x_1x_3 \oplus x_2x_4) \to \neg(x_1x_2 | x_3x_4)) \uparrow (x_1 \to x_2x_4)$

9. Determinaţi valoarea fluxului maxim în reţeaua de transport alăturată conform algoritmului Ford-Fulkerson



10. Determinaţi drumul minim în graful G din vîrful 1 în vîrful 8 conform algoritmilor lui Ford şi Bellman-Kallaba



11. Fie date următoarele mulţimi

$A = \{n \in Z | n^2 \leq 17\}$

$B = \{-2,0,2\}$

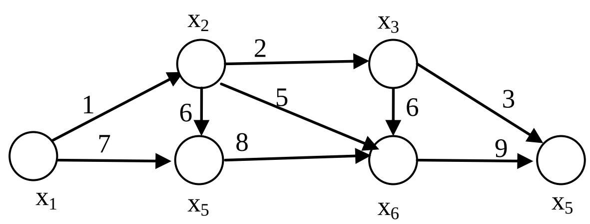
$C = \{E(x) | x \in R\}$, aici E(x) este funcţia *partea întreagă*

D = intersecţia mulţimii B cu mulţimea R

$E = \{2p | p \in Z\}$

F = mulţimea rădăcinilor polinomului $(x^2-4)(x^2-1)(x^3-3x^2)$

Utilizînd una din variantele relaţiilor de mai jos determinaţi locul corect al fiecărei mulţimi în unul din vîrfurile grafului astfel ca toate relaţiile alese din lista de mai jos să fie corecte simultan.



Relaţiile 1-5, 7-9:

1. x_i este inclusă în x_j şi nu sunt egale
2. x_i este egală cu x_j

Relaţiile 6

1. x_3 este inclusă în x_6 şi nu sunt egale
2. x_3 este egală cu x_6
3. x_3 nu este în nici o relaţie de incluziune cu x_6 şi invers

Răspunsul va specifica care mulţime a fost pusă în x_1, care în x_2 şi aşa mai departe pîna la x_6 şi care este relaţia 1 din cele două posibile(arcul 1 al grafului), care este relaţia 2 (arcul 2 al grafului), pînă la arcul 9.

TPI.1. Probe repetate

1.Două zaruri se aruncă simultan de trei ori. Fie X numărul de cazuri când pe toate zarurile au căzut numere pare. Aflaţi D(X).

2.Moneda se aruncă de 36 ori în serii a cite 6 aruncări. Stema se obţine cu probabilitatea 0,5. De aflat probabilitatea că în 3 asemenea serii stema v-a apărea de 3 ori.

3.La depozit au fost aduse 6 lăzi cu detalii. În fiecare ladă sunt câte 8 detalii. Probabilitatea ca un detaliu să fie cu defect este 0,1. De aflat probabilitatea că exact în 2 lăzi v-or fi nu mai mult de trei detalii cu defect.

4.Probabilitatea că evenimentul A se v-a realiza în fiecare din 4 probe independente este egală cu 0,6. Care-i probabilitatea, că într-o asemenea serie evenimentul A se v-a realizade la 2 pînă la 3 de ori? Care-i probabilitatea, că din trei asemenea serii numai în unul evenimentul A se v-a realizade la 2 pînă la 3 de ori?

5.Probabilitatea că evenimentul A se v-a realiza în fiecare din 5 probe independente este egală cu 0,4. Care-i probabilitatea, că efectuând 10 asemenea serii, în două din ele evenimentul A se v-a realize exact de 3 ori?

6.Din cauza perturbărilor probabilitatea transmiterii corecte a fiecărui semn prin canalul de legătură este egală cu 0,6. Pentru asigurarea fiabilităţii transmiteri corecte fiecare semn este repetat de 5 ori consecutiv şi se consideră că şirului din 5 semne consecutive transmise îi corespunde semnul care constituie majoritatea. Aflaţi probabilităţile transmiterii corecte : A- a unui semn; B- a două semne din trei.

7.Probabilitatea de a nimeri ţinta cel puţin odată la două trageri este 0.96. Aflaţi probabilitatea a trei nimeriri la patru trageri.

8.Probabilitatea de a întâlni un tânăr mai înalt de 180 cm este egală cu **0,1.** În cămin studenţii locuiesc câte trei persoane în cameră. Care-i probabilitatea evenimentului că din 5 camere luate aleatoriu nu mai puţin decât în două va fi un tânăr mai înalt de 180 cm?

2.Caracteristici numerice VAD

a)Este dată repartiţia variabilei aleatoare ξ :

ξ	-1	3	5
P		0.5	0.3

Aflaţi:

1) $M\left(a\xi^2 + bM(\xi)\right)$, 2) $D\left(a\xi + bM(\xi)\right)$, dacă a = 1, b = 6.

b)Este dată repartiţia variabilei aleatoare ξ :

ξ	-3	2	4
P	0.1	0.4	

Aflaţi:

1) $M\left(a\xi^2 + bM(\xi)\right)$, 2) $D\left(a\xi + bM(\xi)\right)$, dacă a = 2, b = 4.

c)Este dată repartiţia variabilei aleatoare ξ :

ξ	2	3	5
P		0.4	0.3

Aflaţi:
1) $M\left(a\xi^2 + bM(\xi)\right)$, 2) $D\left(a\xi + bM(\xi)\right)$, dacă a = 3, b = 5.

d) Un ţintaş, care are 5 cartuşe trage asupra unei ţinte până la prima nimerire. Fie **X –** numărul de cartuşe cheltuite. De aflat D(X), dacă. la o tragere ţintaşul nimereşte ţinta cu probabilitatea p= 0.3.

e) O persoana, care are o legătură din 6 chei, încearcă să descuie uşa sa încercând cheile aleatoriu şi în caz că nu descuie, cheia se înlătură din legatură. Fie X – numărul de chei încercate până uşa sa descuiat. De aflat D(X).

f)De aflat legea de repartiţie a variabilei aleatoare X, care are doar două valori posibile x_1 şi x_2
($x_1 < x_2$) dacă se cunoaşte speranţa matematică M(X)= 3,1, dispersia D(X)=0,09 şi P(X= x_1)=0.9

g)De aflat legea de repartiţie a variabilei aleatoare X, care are doar două valori posibile x_1 şi x_2
($x_1 < x_2$) dacă se cunoaşte speranţa matematică M(X)= 4,4, dispersia D(X)=3,84 şi P(X= x_1)=0.4

h)De aflat legea de repartiţie a variabilei aleatoare X, care are doar două valori posibile x_1 şi x_2
($x_1 < x_2$) dacă se cunoaşte speranţa matematică M(X)= 5,8, dispersia D(X)=5,76 şi P(X= x_1)=0.2

I)Un muncitor deserveşte 4 strunguri. Probabilităţile că în decurs de-o ora I, II, III, IVstrung nu v-or necesita atenţia muncitorului sunt p_1=0,7 , p_2=0,75 , p_3=0,8 , p_4=0,9 . Fie X – numărul de strunguri care nu vor necesita atenţia muncitorului în decurs de o oră. Aflaţi D(X).

J)Doi basketballişti aruncă pe rând mingea în coş până la prima nimerire. Primul nimereşte coşul la o aruncare cu probabilitatea p_1,iar al doilea – cu p_2.. Fie X – numărul de aruncări efectuate de primul şi Y – de cel de-al doilea. De aflat M(X) şi M(Y).

3. Caracteristici numerice VAC

a)Se consideră funcţia: $f(x) = \begin{cases} k(x-3), & x \in [3,5], \\ 0, & x \notin [3,5]; \end{cases}$. a) Să se determine: parametrul $k \in R$ a. î. funcţia să fie densitatea de repartiţie ale unei variabile aleatoare continue X; b) funcţia de repartiţie a lui X; c) $M(X), D(X), \sigma(X)$

b)Se consideră funcţia: $f(x)=\begin{cases} k(x+2), \; x\in(0,3] \\ 0, \; x\notin(0,3] \end{cases}$. a) Să se determine: parametrul $k\in R$ a. î. funcţia să fie densitatea de repartiţie ale unei variabile aleatoare continue X; b) funcţia de repartiţie a lui X; c) $M(X), D(X), \sigma(X)$.

c)Este dată funcţia diferenţială de repartiţie $f(x)=\begin{cases} C(x-1)/25, & x\in[1,6], \\ 0, & x\notin[1,6]; \end{cases}$

Aflaţi:1)parametrul C; 2)F(x); 3)M(X), D(X), As; Ex, Mo, Me; 3)valoarea x_1 pentru care are loc P(X>=x_1)=0,1.

d)Se consideră funcţia: $f(x)=\begin{cases} k(x+1), \; x\in(0,4] \\ 0, \; x\notin(0,4] \end{cases}$. a) Să se determine: parametrul $k\in R$ a. î. funcţia să fie densitatea de repartiţie ale unei variabile aleatoare continue X; b) funcţia de repartiţie a lui X; c) $M(X), D(X), \sigma(X)$.

e)Este dată funcţia integrală de repartiţie $F(x)=\begin{cases} 0, \text{ pentru } x<1, \\ C(x^2-x), \text{ pentru } 1\le x\le 3, \\ 1, \text{pentru } x>3 \end{cases}$

Aflaţi:1)parametrul C; 2)f(x); 3)M(X), D(X), Mo, Me; 3)valoarea x_1 pentru care are loc P(X<x_1)=0,5.

f)Se consideră funcţia de repartiţie ale unei variabile aleatoare continue X: $f(x)=\begin{cases} 0, \; x<3, \\ C(x-3), \; 3\le x\le 5 \\ 0, \; x>5 \end{cases}$. a) Să se determine: a) funcţia de repartiţie a lui X;

b) $M(X), D(X), \sigma(X)$, Sk, Ex, Mo,Me..

IX. REFERINŢE BIBLIOGRAFICE

Principale

1. Beşliu, V. Matematica Discretă. / Ciclu de prelegeri. Chişinău, UTM, 2002. – 143 pag.
2. Beşliu, V. Matematica Discretă. / Ciclu de prelegeri. Chişinău, Variantă electronică..–143 pag
3. Matematica Discretă în inginerie. / Indicaţii metodice pentru seminare. Chişinău, UTM, 2002. – 53 pag.
4. Matematica Discretă. / Indicaţii metodice pentru seminare. Chişinău, UTM, 2007. – 88 pag.
5. Matematica Discretă în inginerie. / Indicaţii metodice pentru seminare. Variantă electronica. – 53 pag.
6. Matematica Discretă. / Indicaţii metodice pentru seminare. Varianta electronică – 88 pag.

7. Дискретная математика в инженерии./ Методические указания по практическим занятиям . Кишинев, ТУМ, 2002. – 53 pag.
8. Дискретная математика в инженерии./ Методические указания по практическим занятиям . Электронный вариант – 53 pag.
9. Дискретная математика./ Методические указания к практическим занятиям . Кишинев, ТУМ, 2008. – 93 pag.
10. Дискретная математика./ Методические указания к практическим занятиям. Электронный вариант. – 93 pag.
11. Indicaţii metodice la lucrările de laborator la disciplina „Matematica Discretă”. Chişinău, UTM, 1999-32 pag.
12. Balmus, I,Ceban Gh.,.Leahu, A, Lisnic, I. Teoria probabilităţilor şi a Informaţiei în sistemul de programe Mathematica/Teorie, indicaţii metodice şi probleme propuse. Chişinău, UTM, 201. – 136 pag.

Suplimentare

1. Moloşniuc, A. Programare Lineară şi grafuri. / Ciclu de prelegeri şi exerciţii. Chişinău, UTM, 2004. – 264 pag.
2. Новиков Ф.А., Дискретная математика для программистов. Санкт-Петербург:, 2001. – 320 стр.
3. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М. Высшая школа, 2007
4. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М. Высшая школа, 2007

Probleme de la prima evaluare

Matematica Discreta

I. Pentru graful G=<X, F> X={$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ } redat prin prima formă analitică de aflat drumul Hamilton dacă el există.*Для заданного графа Найти Гамильтонов путь в графе, если он существует*

a) $F(x_1)=\{x_2, x_3, x_8\}$, $F(x_2)=\{x_3, x_4, x_5\}$, $F(x_3)=\{x_1\}$, $F(x_4)=\{x_8\}$, $F(x_5)=\{x_4\}$, $F(x_6)=\{x_1, x_3, x_7\}$, $F(x_7)=\{x_1, x_6\}$, $F(x_8)=\{x_5\}$.

b)Pentru graful G=<X, F> X={$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ } redat prin prima formă analitică de aflat drumul Hamilton dacă el există.*Для заданного графа Найти Гамильтонов путь в графе, если он существует*

$F(x_1)=\{x_4\}$, $F(x_2)=\{x_1, x_3, x_4, x_5\}$, $F(x_3)=\{x_1, x_2\}$, $F(x_4)=\{x_5, x_7\}$, $F(x_5)=\{x_1, x_7\}$, $F(x_6)=\{x_7, x_8\}$, $F(x_7)=\{x_6\}$,

$F(x_8)=\{x_7\}$.

c)Pentru graful G=<X, F> X={$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ } redat prin prima formă analitică de aflat drumul Hamilton dacă el există.*Для заданного графа Найти Гамильтонов путь в графе, если он существует*

$F(x_1)=\{x_5, x_7\}$, $F(x_2)=\{x_4\}$, $F(x_3)=\{x_2, x_4\}$, $F(x_4)=\{x_3\}$, $F(x_5)=\{x_6, x_7\}$, $F(x_6)=\{x_1, x_8\}$, $F(x_7)=\{x_3, x_4, x_8\}$, $F(x_8)=\{x_3, x_7\}$.

2. Fiind dat graful ponderat $G=(V, U, P)$, unde V este mulţimea vârfurilor, U - mulţimea arcelor si P – multimea ponderilor să se determine utilizind algoritmii Ford şi Bellman-Kalaba drumurile de lungime minimă(maximă) din virful v_1 in virful v_8 .

В заданном взвешанном графе $G=(V, U, P)$, где V множество вершин, U – множество дуг и P – множество весов найти используя алгоритмы Форда и Беллмана-Калаба минимальные и максимальные пути из вершины v_1 в вершину v_8 .

a)$V=\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$, $U=\{(v_1,v_2), (v_1,v_3), (v_1,v_5), (v_2,v_3), (v_2,v_4), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_3,v_7), (v_4,v_5), (v_4,v_6), (v_4,v_8), (v_5,v_6), (v_5,v_7), (v_5,v_8), (v_6,v_8), (v_7,v_8)\}$, $P=(p_{ij})$, $p_{ij}=p(v_i,v_j)$, $(v_i,v_j)\in U$, $p_{12}=2$, $p_{13}=6$, $p_{15}=8$, $p_{23}=2$, $p_{24}=2$, $p_{34}=1$, $p_{35}=2$, $p_{37}=4$, $p_{45}=3$, $p_{46}=3$, $p_{48}=6$, $p_{56}=1$, $p_{57}=2$, $p_{58}=4$, $p_{68}=2$, $p_{78}=1$.

b) $V=\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$, $U=\{(v_1,v_2), (v_1,v_3), (v_1,v_5), (v_2,v_3), (v_2,v_4), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_3,v_7), (v_4,v_5), (v_4,v_6), (v_4,v_8), (v_5,v_6), (v_5,v_7), (v_5,v_8), (v_6,v_8), (v_7,v_8)\}$, $P=(p_{ij})$, $p_{ij}=p(v_i,v_j)$, $(v_i,v_j)\in U$, $p_{12}=3$, $p_{13}=7$, $p_{15}=9$, $p_{23}=3$, $p_{24}=3$, $p_{34}=2$, $p_{35}=3$, $p_{37}=5$, $p_{45}=2$, $p_{46}=4$, $p_{48}=7$, $p_{56}=2$, $p_{57}=3$, $p_{58}=5$, $p_{68}=3$, $p_{78}=3$.

c) $V=\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$, $U=\{(v_1,v_2), (v_1,v_3), (v_1,v_5), (v_2,v_3), (v_2,v_4), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_3,v_7), (v_4,v_5), (v_4,v_6), (v_4,v_8), (v_5,v_6), (v_5,v_7), (v_5,v_8), (v_6,v_8), (v_7,v_8)\}$, $P=(p_{ij})$, $p_{ij}=p(v_i,v_j)$, $(v_i,v_j)\in U$, $p_{12}=4$, $p_{13}=8$, $p_{15}=10$, $p_{23}=4$, $p_{24}=4$, $p_{34}=3$, $p_{35}=4$, $p_{37}=6$, $p_{45}=2$, $p_{46}=5$, $p_{48}=8$, $p_{56}=3$, $p_{57}=4$, $p_{58}=6$, $p_{68}=3$, $p_{78}=2$.

d)$V=\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$, $U=\{(v_1,v_2), (v_1,v_3), (v_1,v_5), (v_2,v_3), (v_2,v_4), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_3,v_7), (v_4,v_5), (v_4,v_6), (v_4,v_8), (v_5,v_6), (v_5,v_7), (v_5,v_8), (v_6,v_8), (v_7,v_8)\}$, $P=(p_{ij})$, $p_{ij}=p(v_i,v_j)$, $(v_i,v_j)\in U$, $p_{12}=5$, $p_{13}=9$, $p_{15}=11$, $p_{23}=5$, $p_{24}=5$, $p_{34}=4$, $p_{35}=5$, $p_{37}=7$, $p_{45}=6$, $p_{46}=6$, $p_{48}=8$, $p_{56}=4$, $p_{57}=2$, $p_{58}=7$, $p_{68}=5$, $p_{78}=5$.

e) $V=\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$, $U=\{(v_1,v_2), (v_1,v_3), (v_1,v_5), (v_2,v_3), (v_2,v_4), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_3,v_7), (v_4,v_5), (v_4,v_6), (v_4,v_8), (v_5,v_6), (v_5,v_7), (v_5,v_8) , (v_6,v_8), (v_7,v_8)\}$, $P=(p_{ij})$, $p_{ij}=p(v_i,v_j)$, $(v_i,v_j)\in U$, $p_{12}=6$, $p_{13}=8$, $p_{15}= 12$, $p_{23}= 2$, $p_{24}=6$, $p_{34}=5$, $p_{35}= 4$, $p_{37} = 8$, $p_{45}= 7$, $p_{46}=7$, $p_{48}=10$, $p_{56}=5$, $p_{57}=4$, $p_{58}=8$, $p_{68}=6$, $p_{78}=4$.

f) $V=\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$, $U=\{(v_1,v_2), (v_1,v_3), (v_1,v_5), (v_2,v_3), (v_2,v_4), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_3,v_7), (v_4,v_5), (v_4,v_6), (v_4,v_8), (v_5,v_6), (v_5,v_7), (v_5,v_8) , (v_6,v_8), (v_7,v_8)\}$, $P=(p_{ij})$, $p_{ij}=p(v_i,v_j)$, $(v_i,v_j)\in U$, $p_{12}=2$, $p_{13}=8$, $p_{15}= 6$, $p_{23}= 2$, $p_{24}=2$, $p_{34}=1$, $p_{35}= 2$, $p_{37} = 4$, $p_{45}= 3$, $p_{46}=3$, $p_{48}=6$, $p_{56}=1$, $p_{57}=2$, $p_{58}=5$, $p_{68}=2$, $p_{78}=1$.

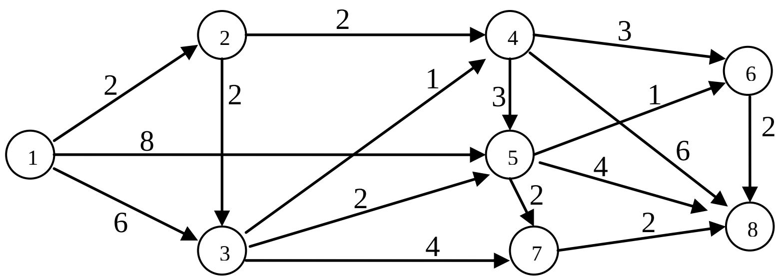
g) $V=\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$, $U=\{(v_1,v_2), (v_1,v_3), (v_1,v_5), (v_2,v_3), (v_2,v_4), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_3,v_7), (v_4,v_5), (v_4,v_6), (v_4,v_8), (v_5,v_6), (v_5,v_7), (v_5,v_8) , (v_6,v_8), (v_7,v_8)\}$, $P=(p_{ij})$, $p_{ij}=p(v_i,v_j)$, $(v_i,v_j)\in U$, $p_{12}=3$, $p_{13}=7$, $p_{15}= 8$, $p_{23}= 3$, $p_{24}=3$, $p_{34}=2$, $p_{35}= 3$, $p_{37} = 5$, $p_{45}= 2$, $p_{46}=4$, $p_{48}=7$, $p_{56}=2$, $p_{57}=2$, $p_{58}=5$, $p_{68}=3$, $p_{78}=3$.

h) $V=\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$, $U=\{(v_1,v_2), (v_1,v_3), (v_1,v_5), (v_2,v_3), (v_2,v_4), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_3,v_7), (v_4,v_5), (v_4,v_6), (v_4,v_8), (v_5,v_6), (v_5,v_7), (v_5,v_8) , (v_6,v_8), (v_7,v_8)\}$, $P=(p_{ij})$, $p_{ij}=p(v_i,v_j)$, $(v_i,v_j)\in U$, $p_{12}=5$, $p_{13}=9$, $p_{15}= 11$, $p_{23}= 5$, $p_{24}=5$, $p_{34}=4$, $p_{35}= 5$, $p_{37} = 7$, $p_{45}= 6$, $p_{46}=6$, $p_{48}=8$, $p_{56}=4$, $p_{57}=2$, $p_{58}=7$, $p_{68}=5$, $p_{78}=5$.

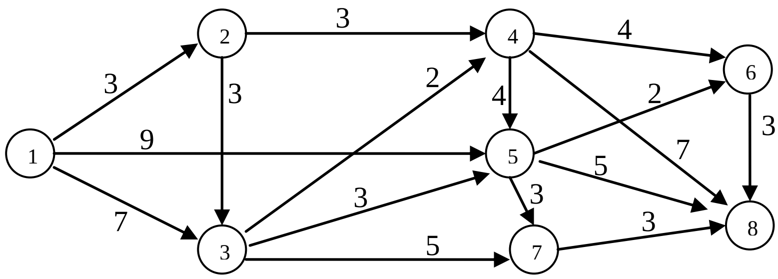
PROBLEMA II

Utilizând algoritmul Ford si Bellman-Kalaba de aflat drumurile de valoare minimă şi maximă între vârfurile 1 şi 8 în graful dat:
*Используя алгоритмы Форда и Bellman-Kalaba найти минимальные и максимальные пути между вершинами 1 и 8 в заданном граф*е:

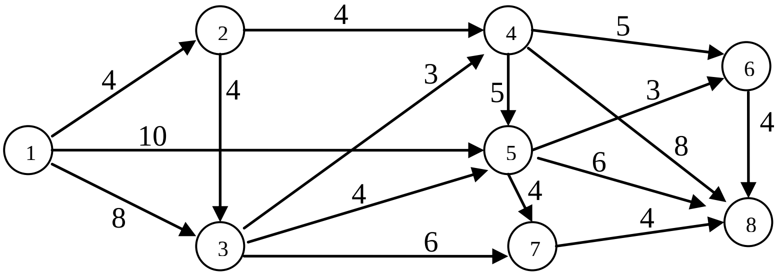
Var.1



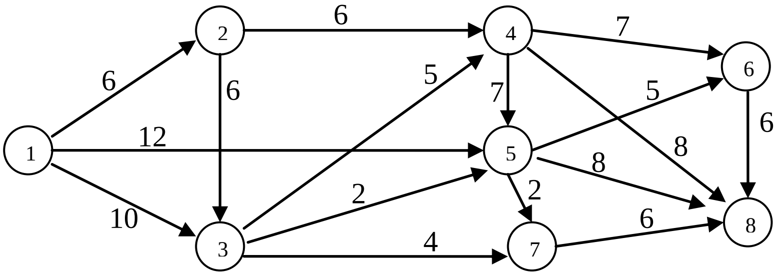
Var.2



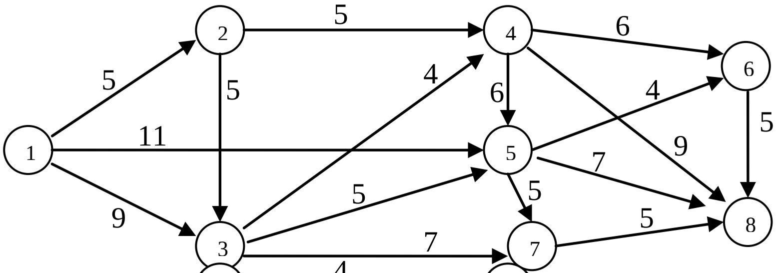
Var.3



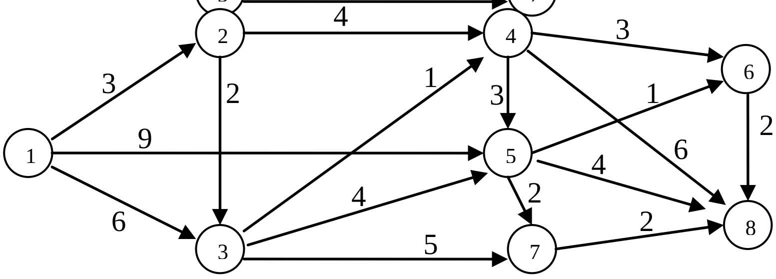
Var.4



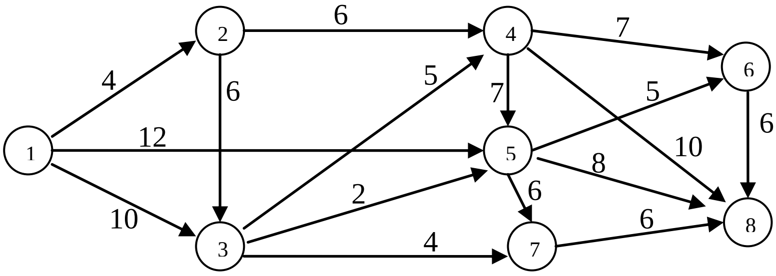
Var.5



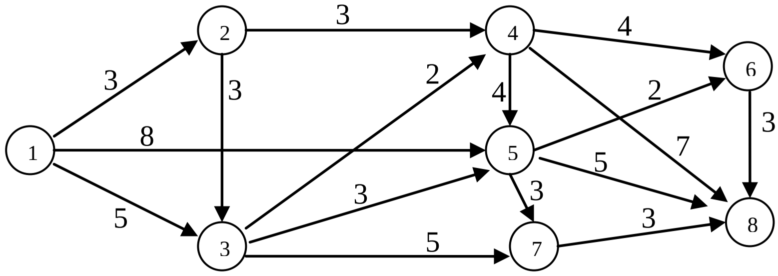
VAR.6



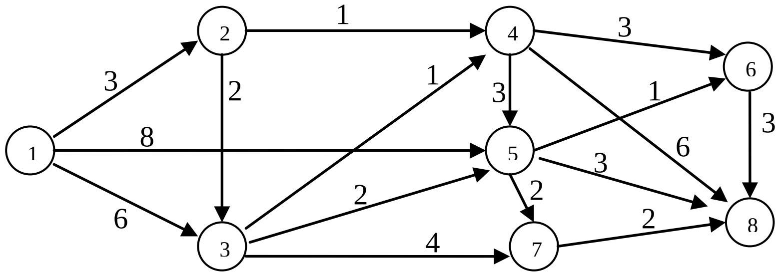
Var.7



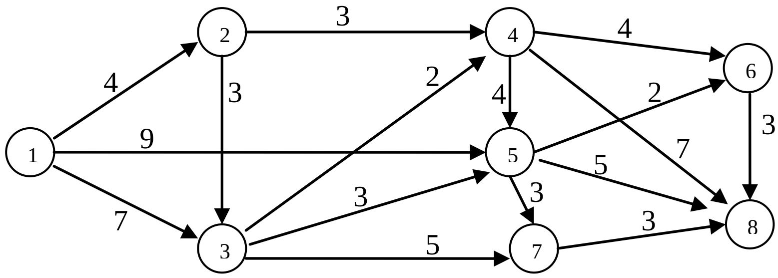
Var.8



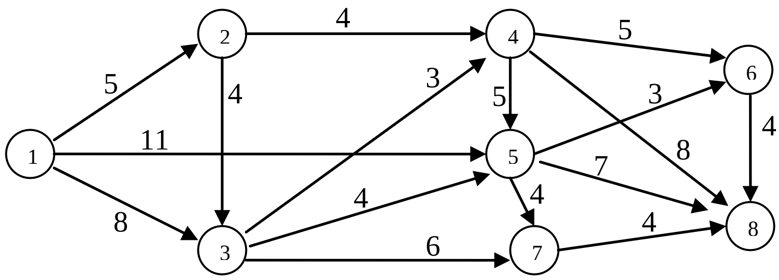
Var.9



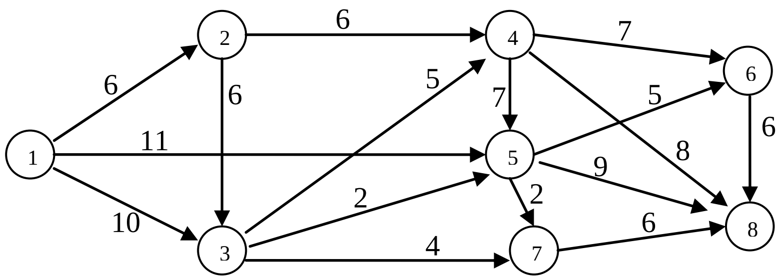
Var.10



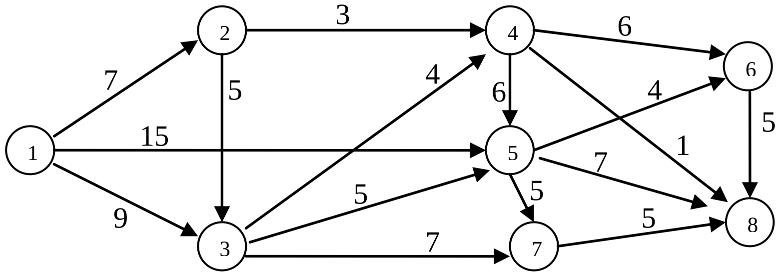
Var.11



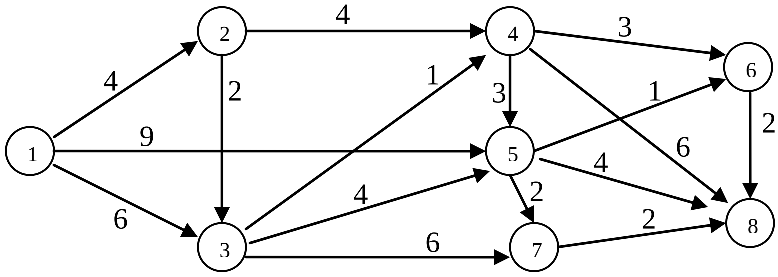
Var.12



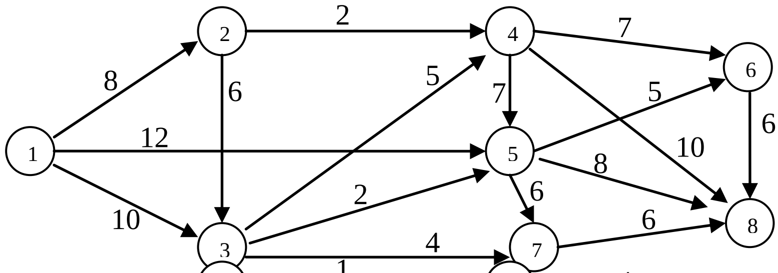
Var.13



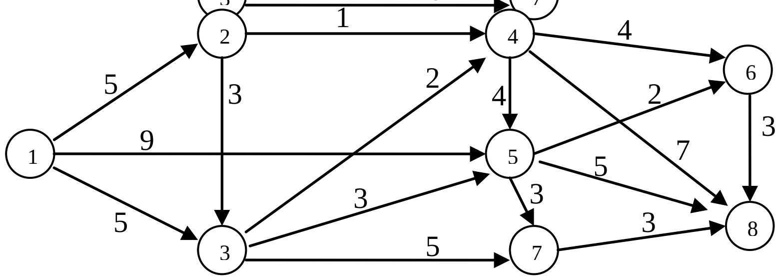
VAR.14



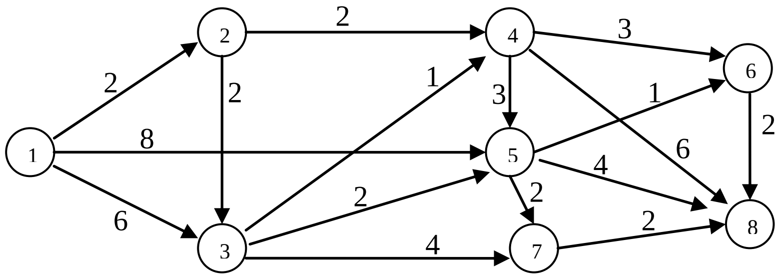
Var.15



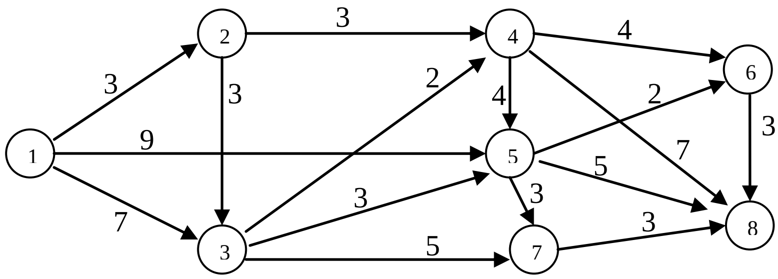
Var.16



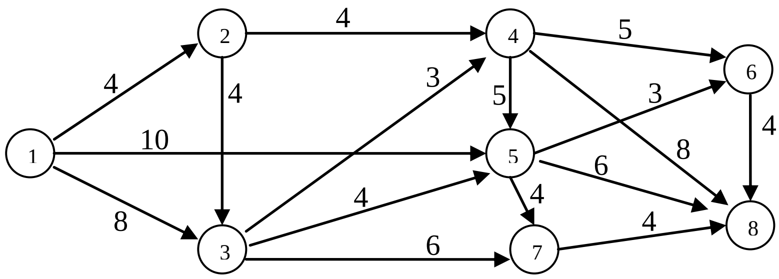
Var.17

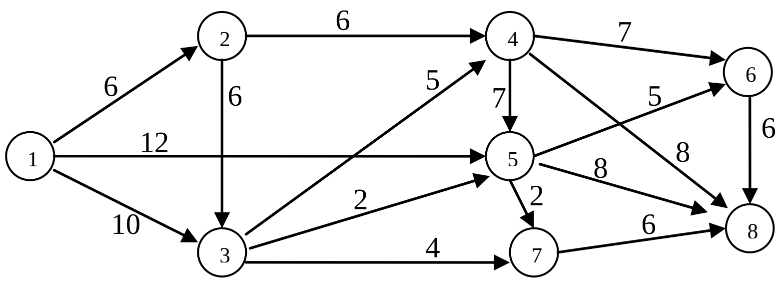


Var.18



Var.19





Var.20

Pentru Antrenament

Fiind dat graful ponderat $G=(V,U,P)$, unde V este mulţimea vârfurilor, U este mulţimea arcelor şi P este ponderea (valoarea) arcelor(m este penultima cifra , iar n – ultima cifra din carnetul de note a studentului) să se determine drumurile de valoare minimă şi drumurile de valoare maximă din vârful v_1 până în vârful v_8. Să se folosească algoritmii Ford si Bellman-Kalaba.

В заданном взвешенном графе $G=(V,U,P)$, где V множество вершин, U множество дуг и P множество весов дуг (m – предпоследняя, а n- последняя цифра номера зачетной книжки студента) , найти   пути минимальной и максимальной длины из вершины v_1 до вершины v_8. Использовать алгоритмы Форда и Беллмана-Калаба.

$V=\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$, $U=\{(v_1,v_2), (v_1,v_3), (v_1,v_4), (v_2,v_3), (v_2,v_5), (v_2,v_6), (v_3,v_6), (v_4,v_3), (v_4,v_6)\ (v_4,v_7), (v_5,v_6), (v_5,v_8), (v_6,v_7), (v_6,v_8), (v_7,v_8)\}$, $P=(p_{ij})$, $p_{ij}=p(v_i,v_j)$, $(v_i,v_j)\in U$, $P_{12}=5+n$; $P_{13}=4+m$; $P_{14}=6+m+n$; $P_{23}=5+3m$; $P_{25}=4+2m$; $P_{26}=7+n$; $P_{36}=4+m+n$; $P_{43}=3+2m$; $P_{46}=7+m+2n$; $P_{47}=4+m$; $P_{56}=7+2n$; $P_{58}=7+3m+n$; $P_{67}=3+4m$; $P_{68}=8+m+n$; $P_{78}=2+m+n$

1.Calcul nemijlocit al probabilitatilor

1.Trei automobilişti participă la un raliu. Probabilităţile că fiecare dintre ei v-a ajunge la finiş corespunzător sunt: p_1=0.8, p_2=0.4, p_3=0.6. Aflaţi probabilităţile următoarelor evenimente: A-numai doi au finişat; B- cel puţin unul n-a finişat ; C- cel puţin doi n-au susţinut finişat.

2. Două strunguri produc detalii de acelaşi tip. Primul strung admite 10% detalii cu defect, al II- 20%. Aleatoriu se iau câte două detalii detaliu produs de fiecare strung. Aflaţi probabilităţile următoarelor evenimente: A- cel puţin un detaliu este standard; B- două detalii sunt cu defect; C-trei detalii sunt cu defect.

3.Trei persoane participa la un concurs. Probabilităţile că fiecare dintre ei v-a promova concursul corespunzător sunt: p_1=0.8, p_2=0.4, p_3=0.6. Aflaţi probabilităţile următoarelor evenimente: A-cel puţin doi au promovat; B- cel puţin unul a promovat ; C- cel puţin doi n-au promovat.

4.Patru zaruri se aruncă concomitent. Aflaţi probabilităţile următoarelor evenimente: A – numai pe 3 zaruri vor fi 6 puncte,iar pe al patrulea – alt număr; B-Pe trei zaruri va fi acelaşi număr de puncte, iar pe al patrulea – alt număr; C – pe toate zarurile vor fi diferit număr de puncte; D – cel putin pe un yar cad 6 puncte; E – cel puţin pe două zaruri cad 6 puncte.

5.Trei strunguri produc detalii de acelaşi tip. Primul strung admite 8% detalii cu defect, al II- 7%, iar al III- 6%. Aleatoriu se ia câte un detaliu produs de fiecare strung. Aflaţi probabilităţile următoarelor evenimente: A- cel puţin un detaliu este standard; B- cel puţin un detaliu este cu defect; C-nu mai mult de două cu defect.

6.Trei absolventi de liceu participa la concursul de admntere la UTM. Probabilităţile că fiecare dintre ei va promova corespunzător sunt: p_1=0.2, p_2=0.7, p_3=0.3. Aflaţi probabilităţile următoarelor evenimente: A- numai unul nu promovează; B-cel puţin unul nu promovează; C-numai doi promovează.

7. Doi agenţi economici sau înţeles să se întâlnească în anumit locde la orele 15.00 până la 16.30 cu condiţia că cine vine primul aşteaptă 25 min şi apoi pleacă. Aflaţi probabilitatea evenimentului că întâlnirea a avut loc.

2.Formula probabilităţii totale. Formula Bayes.

1.În prima urnă se afla 6 bile albe şi 7 bile negre iar in a doua 5 bile albe si 4 negre. Din prima urna aleatoriu se extrag 2 bile si se trec in a doua, după ce din a doua urna se extrag 2 bile. De aflat probabilitatea ca din urna a doua sau extras 2 bile negre.

2.În prima urnă se afla 5 bile albe şi 6 bile negre iar in a doua 6 bile albe si 5 negre. Din prima urna aleatoriu se extrag 3 bile si se trec in a doua, după ce din a doua urna se extrag 3 bile. De aflat probabilitatea ca din urna a doua sau extras 1 bilă albă şi 2 negre.

3.În prima urnă se afla 2 bile roşii şi 3 bile negre iar in a doua 4 bile roşii si 4 negre. Din prima urna aleatoriu se extrag 2 bile si se trec in a doua, după ce din a doua urna se extrag 2 bile. De aflat probabilitatea ca din urna a doua sau extras o bilă roşie şi una neagra.

4.În prima urnă se afla 3 bile albe şi 4 bile negre iar in a doua 4 bile albe si 3 negre. Din prima urna aleatoriu se extrag 2 bile si se trec in a doua, după ce din a doua urna se extrag 2 bile care sau dovedit a fi negre De aflat probabilitatea ca din prima urnă sau extras 2 bile negre.