Lucrarea de Laborator nr. 7
Tema: Tehnici de Programare

Scopul: utilizarea diverselor tehnici de programare pentru scrierea programelor complexe.

Sarcina (pe variante)

1. Se cere sa se genereze toate descompunerile numărului natural n ca suma de numere naturale (două partiții diferă fie prin valorile elementelor din partiție, fie prin ordinea acestora).
2. Să se genereze toate matricele nxn ce conțin elemente distincte din mulțimea $\{1,...,n^2\}$, astfel încât nici un element din matrice sa nu aibă aceeași paritate cu vecinii săi (vecinii unui element se consideră în direcțiile N, S, E, V).
3. Pe suprafața unei țări se găsesc n râuri. Se citesc de la intrare perechi de forma: i j, cu următoarea semnificație: râul i este afluent al râului j. Se numește Debitul izvorului i, cantitatea de apă care trece prin secțiunea izvorului râului i în unitatea de timp. Debitul râului i la vărsare va fi egal cu Debitul izvorului i plus suma debitelor afluenților la vărsare în râul i. Dându-se pentru fiecare râu debitul izvorului său, să se calculeze debitul la vărsare al fiecărui râu.
4. Un țăran primește o bucată dreptunghiulară de pământ pe care dorește să planteze o livadă. Pentru aceasta el va împarți bucata de pământ în nxm pătrate, având dimensiunile egale, iar în fiecare pătrat va planta un singur pom din următoarele soiuri pe care le are la dispoziție: cais, nuc, măr si prun. Să se afișeze toate variantele de a alcătui livada respectând următoarele condiții:
   - nu trebuie să existe doi pomi de același soi în doua căsuțe învecinate pe orizontală, verticală sau diagonală;
   - fiecare pom va fi înconjurat de cel puțin un pom din toate celelalte trei soiuri.

   Observație: țăranul are la dispoziție suficienți pomi de fiecare soi.
5. Se citește dintr-un fișier un text ce se termină cu punct și conține litere, iar ca separator blancul. Să se construiască șirul $l_1,....,l_k$ cu literele distincte din text și șirul $f_1,....,f_k$ al frecvențelor de apariție al acestor litere în text. Să se introducă un număr maxim de elemente din șirul f într-o matrice pătratică, astfel încât:
   - elementele din matrice sa fie distincte;
   - nici un element din matrice să nu aibă aceeași paritate cu vecinii săi (N, S, E, V).
6. Un cal și un rege se află pe o tablă pătratică de dimensiune nxn. Unele poziții sunt „arse”, pozițiile lor fiind cunoscute. Calul nu poate calca pe câmpuri „arse”, iar orice mișcare a calului face ca respectivul câmp si toți vecinii acestuia (N, S, E, V) să devină „arse”. Să se afle dacă există o succesiune de mutări permise (cu restricțiile de mai sus) prin care calul să poată ajunge la rege și să revină în poziția inițială. Poziția inițială a regelui, precum și poziția calului, sunt „nearse”.
7. Se dă un lac înghețat sub forma unui tablou bidimensional mxn. O broscuță se găsește în poziția (1,1), iar în poziția (m,n) se găsește o insectă. În gheață se găsesc găuri ale căror coordonate se cunosc. Găsiți drumul cel mai scurt al broscuței până la insectă si înapoi, știind că:
   - deoarece broscuța visa să devină cal, ea va sări ca un cal (de șah);
   - în punctele în care pășește broscuța, gheața cedează;
   - broscuța nu poate păși decât pe gheață.
8. Se consideră o tablă de șah de dimensiune nxn pe care sunt dispuse obstacole. Se cere să se tipărească numărul minim de mutări necesare unui nebun pentru a se deplasa, respectând regulile jocului de șah și ocolind obstacolele, dintr-o poziție inițială dată într-o poziție finală dată. Se considera că în poziția inițială și cea finală a nebunului nu există obstacole.

9. Se dă un labirint sub forma unei matrice mxn. Anumite poziții ale labirintului sunt ocupate. În două poziții precizate se găsesc doi îndrăgostiți, Romeo si Julieta. Se cere să se găsească drumul de lungime minimă pe care trebuie sa-l străbată cei doi îndrăgostiți pentru a se întâlni, știind că nu poate trece decât prin poziții libere. Se va presupune că pozițiile inițiale ale celor doi îndrăgostiți sunt libere.
10. Pe o matrice pătratică de dimensiune nxn sunt dispuse m pietre. Pietrele se pot mișca pe matrice astfel: o piatră de pe poziția (i,j) se poate deplasa în poziția (i-2,j) (respectiv (i,j-2), (i+2,j), (i,j+2)) doar dacă în poziția (i-1,j) (respectiv (i,j-1), (i+1,j), (i,j+1)) există o piatră, care în urma deplasării dispare. Știind că la un moment dat se poate deplasa orice piatră din matrice, se cere să se precizeze numărul minim de mutări astfel încât în final pe matrice să rămână o singură piatră.
11. Să se înmulțească 2 numere mari folosind tehnica DIVIDE ET IMPERA.
12. Să se implementeze algoritmul de căutare binara într-un șir $x_1,....,x_n$ ordonat crescător. Dându-se o valoare v să se precizeze dacă această valoare se află sau nu printre componentele șirului, în caz afirmativ să se precizeze poziția pe care apare în șir.
13. Să se simuleze următorul joc între doi parteneri (de exemplu între o persoană și calculator). Jucătorul 2 trebuie să ghicească un număr natural (cuprins între 1 si 32700) ascuns de jucătorul 1. Atunci când jucătorul 2 propune un număr i se răspunde prin:
    - 1- dacă numărul este prea mare;
    - -1- dacă numărul este prea mic;
    - 0- dacă numărul a fost găsit.
14. Se dau 2 șiruri de numere $a_1,a_2,.....,a_n$ și $b_1,b_2,.....,b_m$. Se cere să se găsească cel mai lung subșir comun al celor doua șiruri.
15. Se dau două șiruri de caractere. Se cere să se transforme al doilea șir în primul folosind cât mai puține operații, o operație putând fi una din următoarele:
    - se înlocuiește o literă din al doilea șir cu o literă din primul șir;
    - se inserează o literă în al doilea șir;
    - se șterge o literă din al doilea șir.
16. O galerie de pictură are nxm camere egale. Fiecare din ele are uși de comunicare cu camerele vecine. La intrarea în fiecare cameră un vizitator plătește o anumită sumă de bani, în funcție de valoarea picturilor din cameră. Intrarea în galerie se face numai pe ușa (1,1), iar ieșirea este unică: prin camera (n,m). Se cere să se determine cel mai scump traseu.
17. Fie funcțiile f,g definite pentru numere întregi astfel: f(a)= [a/2] și g(a)=3a. Să se determine din câte aplicări ale funcțiilor f și g se poate ajunge de la numărul X la numărul Y, ambele date inițial.
18. Un om dorește să urce o scară cu N trepte. El poate urca la un moment dat una sau două trepte. Precizați în câte moduri poate urca omul scara.
19. Se dă un vector cu n componente la început nule. O secțiune pe poziția k va incrementa toate elementele aflate în zona de secționare anterioară situate între poziția 1 și k. Exemplu.

0 0 0 0 0 0 0	se secționează pe poziția 4;
1 1 1 1 0 0 0	se secționează pe poziția 1;
2 1 1 1 0 0 0	se secționează pe poziția 3;
3 2 2 1 0 0 0	etc.

20. Să se determine o ordine de secționare a unui vector cu n elemente astfel încât suma elementelor sale să fie s. Valorile n și s se citesc de la tastatură.
21. Pe o banda magnetică sunt n programe, un program i de lungime l_i fiind apelat cu probabilitatea p_i, $1 \le i \le n$, $p_1+p_2+...+p_n=1$. Pentru a citi un program, trebuie să citim banda de la început. În ce ordine să memorăm programele pentru a minimiza timpul mediu de citire a unui program oarecare? Indicație: Se pun în ordinea descrescătoare a rapoartelor p_i/l_i.
22. Să presupunem că am găsit arborele parțial de cost minim al unui graf G. Elaborați un algoritm de actualizare a arborelui parțial de cost minim, după ce am adăugat în G un nou vârf, împreună cu muchiile incidente lui. Analizați algoritmul obținut.

23. Scrieți algoritmul Greedy pentru colorarea unui graf și analizați eficiența lui.
24. Ce se întâmplă cu algoritmul Greedy din problema comis-voiajorului dacă admitem că pot exista doua orașe fără legătură directă între ele?
25. Într-un graf orientat, un drum este hamiltonian dacă trece exact o dată prin fiecare vârf al grafului, fără să se întoarcă în vârful inițial. Fie G un graf orientat, cu proprietatea că între oricare două vârfuri există cel puțin o muchie. Arătați că în G există un drum hamiltonian și elaborați algoritmul care găsește acest drum.
26. Presupunând că există monezi de:
    i) 1, 5, 12 si 25 de unități, găsiți un contraexemplu pentru care algoritmul Greedy nu găsește soluția optima;
    ii) 10 si 25 de unități, găsiți un contraexemplu pentru care algoritmul Greedy nu găsește nici o soluție cu toate că există soluție.
    iii) Presupunând că există monezi de: $k^0, k^1, ..., k^{n-1}$ unități, pentru $k \in \mathbf{N}$, $k > 1$ oarecare, arătați că metoda Greedy dă mereu soluția optima. Considerați ca n este un număr finit și că din fiecare tip de monedă există o cantitate nelimitată.
27. Codul Fibonacci de ordinul n, $n \geq 2$, este secvența C_n a celor f_n codificări Fibonacci de ordinul n ale lui i, atunci când i ia toate valorile $0 \leq i \leq f_n-1$. De exemplu, dacă notăm cu $\boldsymbol{\lambda}$ șirul nul, obținem: $C_2 = (l)$, $C_3 = (0, 1)$, $C_4 = (00, 01, 10)$, $C_5 = (000, 001, 010, 100, 101)$ etc. Elaborați un algoritm recursiv care construiește codul Fibonacci pentru orice n dat. Gândiți-vă cum ați putea utiliza un astfel de cod. Indicație: Arătați ca putem construi codul Fibonacci de ordinul n, $n \geq 4$, prin concatenarea a două subsecvențe. Prima subsecvență se obține prefixând cu 0 fiecare codificare din Cn-1. A doua subsecvență se obține prefixând cu 10 fiecare codificare din Cn-2.