

Alínea A

O jogo da sequência é jogado para um dado número K , e uma sequência de números naturais. Há dois jogadores, cada jogador altera a sequência na sua vez de jogar, podendo inserir ou remover um número em qualquer posição, ou alterar o valor de qualquer número. Se inserir ou remover um número, a vez de jogar mantém-se no mesmo jogador, mas apenas uma vez (caso volte a inserir ou remover um número, a vez de jogar passa sempre para o outro jogador). A sequência após cada alteração, deve sempre somar K ou inferior, e o seu produto deverá ser sempre igual a K ou superior. No caso da soma das diferenças absolutas de todos os pares for exatamente igual a K , ganha o jogador que fez a última jogada. Caso um jogador faça uma jogada que leve a uma sequência inválida, perde o jogo. Após executadas K jogadas sem que nenhum jogador tenha ganho ou perdido, o jogo é dado como empatado.

Nesta primeira alínea pretendemos que solicite o valor de K e mostre a primeira sequência, constituída por dois valores iguais a $K/2$. Se K for impar, arredondar para baixo. K deve estar entre 2 e 100 inclusive, caso não esteja, retornar "K tem de ser entre 2 e 100."

Exemplos:

Indique K: 10 Sequencia: 5 5
Indique K: 1000 K tem de ser entre 2 e 100.
Indique K: 21 Sequencia: 10 10
Indique K: 6 Sequencia: 3 3

Explicação: o utilizador introduz o valor de K (a negrito), após o qual o programa mostra a sequência com dois elementos, com o valor de $K/2$.

Nota: nesta e nas restantes alíneas, faça corresponder o output do seu programa aos exemplos dados. As regras do jogo devem ser respeitadas em todas as alíneas.

Alínea B

Pretendemos agora verificar uma dada sequência para um dado valor de K. A sequência deverá ser dada como válida, se for válida de acordo com as regras do jogo da sequência. No caso da sequência ser válida, se a soma das diferenças absolutas entre cada par de elementos for igual a K, então temos uma sequência de vitória, devendo distinguir a sequência de vitória de outras sequências válidas conforme os exemplos em baixo.

Considere que não há sequências superiores a 100 números.

Exemplos:

Indique K: **10**

Indique uma sequencia de numeros inteiros positivos, terminando com 0: **2 2 0**

Sequencia invalida

Indique K: **10**

Indique uma sequencia de numeros inteiros positivos, terminando com 0: **5 4 3 0**

Sequencia invalida

Indique K: **10**

Indique uma sequencia de numeros inteiros positivos, terminando com 0: **3 3 3 0**

Sequencia valida

Indique K: **10**

Indique uma sequencia de numeros inteiros positivos, terminando com 0: **4 3 2 1 0**

Sequencia vitoria

Explicação: no primeiro caso o produto de 2×2 não é superior a $K=10$, pelo que a sequência é inválida. No segundo caso o produto é superior a 10, mas a soma dos números é também superior a 10, pelo que a sequência é inválida. No terceiro caso, a soma é 9 é inferior a 10, e o produto é 27 superior a 10, pelo que a sequência é válida. No entanto, a soma das diferenças entre pares é 0, pelo que não é uma sequência de vitória. Já a última sequência, soma 10 e tem o produto de 24, é uma sequência válida, e a soma das diferenças absolutas é também igual ao 10, pelo que é uma sequência de vitória. Notar que neste último exemplo, o 4 tem diferença para os outros números de $1+2+3$, o 3 tem diferença para os números seguintes de $1+2$ e o 2 tem diferença para o 1 de 1. Assim, a soma de todas as diferenças é igual a 10, que é exatamente o valor de K.

Alínea C

Nesta alínea pretendemos simular um jogo entre dois jogadores humanos, o jogador A e B. Após ler o valor de K e gerar a sequência inicial, de acordo com as alíneas anteriores, deve arrancar com o jogo. No jogo, deve mostrar a sequência atual e solicitar uma jogada ao jogador que for a jogar, efetuar a jogada. No caso da jogada ser inválida, parar o jogo perdendo o jogador que fez a jogada. Caso a sequência seja de vitória, parar o jogo e identificar o jogador que fez a jogada como vitorioso. Quando forem realizadas K jogadas, parar o jogo sendo o resultado um empate.

Para ler uma jogada, solicitar dois inteiros, um **índice** e um **valor**. Caso o **índice** seja superior ao tamanho da sequência, adicionar o **valor** no final da sequência. Caso contrário, o **índice** indica uma posição na sequência, que deverá ser substituído pelo **valor**. Se o **valor** for 0, remover o número da sequência, se negativo inserir **-valor** na sequência. No final deve ser verificada a validade da sequência resultante, se for inválida alertar, tal como se a sequência for de vitória.

Exemplo:

Indique K: **10**
Sequencia: 5 5 [Joga A]
Jogada (indice valor): **0 3**
Sequencia: 3 5 [Joga B]
Jogada (indice valor): **3 2**
Sequencia: 3 5 2 [Joga A]
Jogada (indice valor): **1 3**
Sequencia: 3 3 2 [Joga B]
Jogada (indice valor): **0 -2**
Sequencia: 2 3 3 2 [Joga B]
Jogada (indice valor): **3 0**
Sequencia: 2 3 3 [Joga A]
Jogada (indice valor): **0 0**
Sequencia: 3 3
Jogador A perdeu.

Explicação: no primeiro jogo (o primeiro caso de teste), podemos verificar que o índice e valor são respeitados, sendo a jogada efetuada na sequência seguinte. Notar que ao ser inserido o 2 no índice 0, o jogador B manteve a jogada. O resultado termina com uma derrota do jogador A, dado que a última jogada efetuada levou a uma sequência inválida.

No segundo caso de teste, no jogo obteve-se uma sequência de vitória, sendo o jogador B o último a jogar, pelo que ganha o jogo. No terceiro caso de teste, o jogo, após 10 jogadas, nenhum jogador fez uma jogada inválida nem uma sequência de vitória, pelo que o jogo é dado como empate. O quarto caso de teste, o jogador A identificou uma oportunidade de manter a jogada, e fez duas jogadas conduzindo a uma sequência de vitória.

Alínea D

Nesta alínea vamos, para além de simular um jogo entre um jogador A e outro jogador B, como na alínea anterior, vamos também implementar uma heurística para um jogador artificial. Numa qualquer jogada, em vez de se fornecer um índice e um valor para uma jogada, podemos fornecer -2 -2 e neste caso deverá ser utilizado o jogador artificial.

O jogador artificial utiliza o seguinte procedimento heurístico (não dá grandes resultados):

1. Selecionar o índice I da sequência, que tiver o maior valor V (em caso de igualdade, escolher o menor índice);
2. Construir todas as jogadas possíveis com base no índice I :
 1. Considerar possibilidades de remover (valor=0) ou reduzir o número (valor=1,...,V-1)
 2. Caso soma dos números A , seja menor que K :
 1. Considerar a possibilidade de aumentar o número (valor= $V+1, \dots, V+(K-A)$)
 2. Considerar a possibilidade de adicionar um novo número (valor=-1,...,-(K-A)) --- valor negativo, adiciona o simétrico
3. Obter a melhor jogada de entre as criadas no passo anterior da seguinte maneira:
 1. Conduz a uma sequência de vitória, escolher e ignorar o resto
 2. De entre as jogadas válidas, pela ordem de criação do passo anterior, escolher a que tiver o menor tamanho
4. Caso do passo anterior não resulte nenhuma jogada válida, desconsiderar o índice I e ir para o passo 1 (escolhendo novo índice)

Considere que não há mais que 10000 potenciais jogadas.

Exemplos:

Indique K : **10**

Sequencia: 5 5 [Joga A]

Jogada (índice valor): **-2 -2**

Jogada artificial: 0 2

Sequencia: 2 5 [Joga B]

Jogada (índice valor): **-2 -2**

Jogada artificial: 1 6

Sequencia: 2 6 [Joga A]

Jogada (índice valor): **-2 -2**

Jogada artificial: 1 -1

Sequencia: 2 1 6

Jogador A ganhou.

Indique K: **10**

Sequencia: 5 5 [Joga A]

Jogada (índice valor): **1 3**

Sequencia: 5 3 [Joga B]

Jogada (índice valor): **-2 -2**

Jogada artificial: 0 4

Sequencia: 4 3 [Joga A]

Jogada (índice valor): **10 1**

Sequencia: 4 3 1 [Joga B]

Jogada (índice valor): **-2 -2**

Jogada artificial: 0 6

Sequencia: 6 3 1

Jogador B ganhou.

Explicação: o K fornecido é sempre 10. No primeiro jogo (o primeiro caso de teste) foi utilizado apenas o jogador artificial. No primeiro caso escolheu índice 0, dado que no índice 1 existia um valor igual. Foi efetuada a primeira jogada válida, ou seja, o número 2, já que colocado para 1 ou removendo o número, a sequência ficaria inválida. Na segunda jogada, o índice 1 é escolhido primeiramente, já que tem o valor maior, e a primeira jogada válida é incrementar o número, atendendo a que não há jogadas de vitória. No entanto, na terceira jogada, o mesmo número foi escolhido dado que tem o valor mais alto, mas a introdução de um número 1 é vitória ficando à frente de qualquer jogada válida, mesmo que considerada primeiramente. O jogador A é identificado como vitorioso. No segundo jogo (segundo caso de teste), o jogador A humano aventurou-se contra o jogador artificial B, que acabou por ganhar.

O terceiro caso de teste, foi um jogo longo, tendo sido atingido o limite de K jogadas sem vitória, pelo que o jogo foi declarado empatado após 10 jogadas. O quarto caso de teste, o jogador humano faz uma jogada inválida, pelo que perde sendo identificado o jogador que perdeu.