

Sistemas Multimédia

Breve Introdução ao MatLab

Universidade de Aveiro

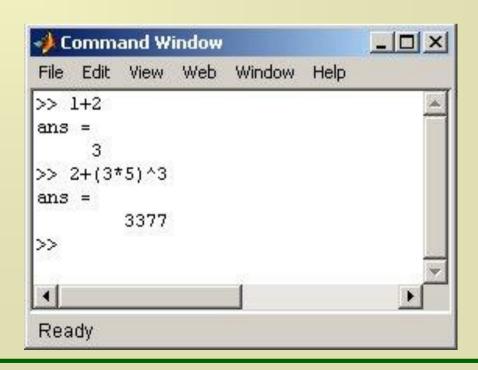


Sumário

- Variáveis no MatLab
- Vetores e Matrizes
- Operação elemento-a-elemento
- Indexação lógica
- Gráficos 2D e 3D
- Programação em MatLab
- Funções em MatLab



- O Matlab como calculadora
 - O Matlab permite o cálculo numérico directo a partir da janela de comando.
- Operações matemáticas
 - + soma
 - subtracção
 - * multiplicação
 - / divisão
 - ^ potenciação





Variáveis

 No Matlab é possível guardar em variáveis conjuntos de números, exemplo:

x = 2

- Os nomes das variáveis distinguem as letras maiúsculas das minúsculas. Exemplo: pi≠Pi
- As variáveis são guardadas no espaço de trabalho "workspace"
- As variáveis podem ser utilizadas nas operações da mesma forma que os números.
- Se não for atribuída nenhuma variável o resultado é armazenado numa variável temporária "ans"



- Números complexos
 - O Matlab permite a representação de números complexos.
 Para criar o número complexo

$$1 + 2i$$
 ou $1 + 2j$

basta introduzir na janela de comandos:

ou

$$>1+2*i$$



- Regras para atribuição de nomes de variáveis
 - Aceitam-se no máximo 31 caracteres (letras, números, "")
 - O primeiro caracter tem de ser uma letra.

Exemplos

$$a_1=2$$
, $soma_2=20$

Alguns erros frequentes



Funções matemáticas

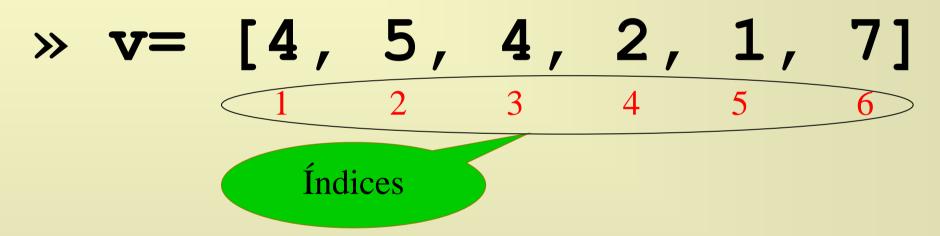
• O Matlab dispõe dum vasto conjunto de funções matemáticas. Alguns exemplos:

cos	co-seno (radianos)	log	logaritmo neperiano (base e)
sin	seno	log10	logaritmo base 10
tan	tangente	rem	resto da divisão inteira
acos	arco co-seno	abs	valor absoluto
asin	arco seno	sign	sinal
atan	arco tangente	round	arredondamento para o mais
			próximo
sqrt	raiz quadrada	floor	arredondamento para baixo
ехр	exponencial	ceil	arredondamento para cima



Vectores

• No Matlab para criar um vector "**v**" basta fazer por exemplo:



- Os elementos são separados por espaços ou vírgulas
 - Num vector coluna os elementos são separados por ";"
- Os índices são números inteiros e começam sempre pelo número 1.



Vectores

Para obter um elemento do vector escreve-se no CW

$$>> V(3)$$
; ans=4

Para substituir um elemento do vector escreve-se no CW

$$>> V(2) = 10$$

$$V = [4, 10, 4, 2, 1, 7]$$

- Atenção



•??? Subscript indices must either be real positive integers or logicals.



Definição

- Organização bidimensional de dados
- Estrutura de dados primária em MATLAB
- Tabela de valores com m linhas e n colunas
- Extensão do conceito de vector

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} m \text{ vectores linha} \\ n \text{ vectores coluna} \\ \hline Dimensão} \\ \underline{MxN} \\ \end{array}$$





•Temperaturas registadas durante uma semana

$$T = \begin{bmatrix} 10 & 11 & 10 & 9 & 10 & 11 & 10 \\ 7 & 8 & 8 & 6 & 7 & 9 & 7 \\ 22 & 24 & 22 & 18 & 22 & 18 & 24 \\ 18 & 19 & 18 & 16 & 17 & 16 & 19 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Medidas / Min & Min &$$

Dia da semana



No Matlab para criar uma matriz "A" basta fazer por exemplo:

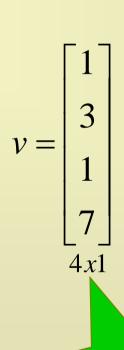
Os elementos em cada linha são separados por espaços ou vírgulas e a separação entre linhas por ";"

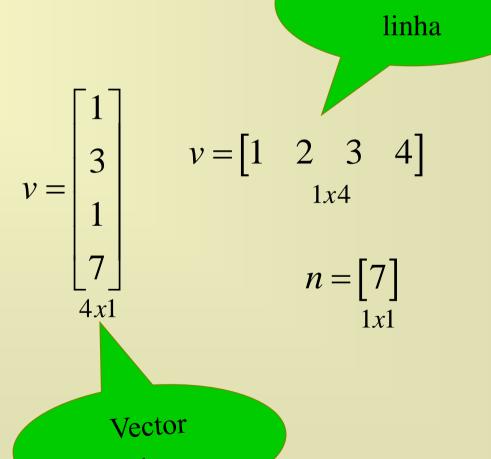


Exemplos:

$$A = \begin{bmatrix} 16 & 2 & 3 & 13 \\ 5 & 11 & 10 & 8 \\ 9 & 7 & 6 & 12 \\ 4 & 14 & 15 & 1 \end{bmatrix}$$

$$4x4$$





Vector

Vector coluna

Matriz



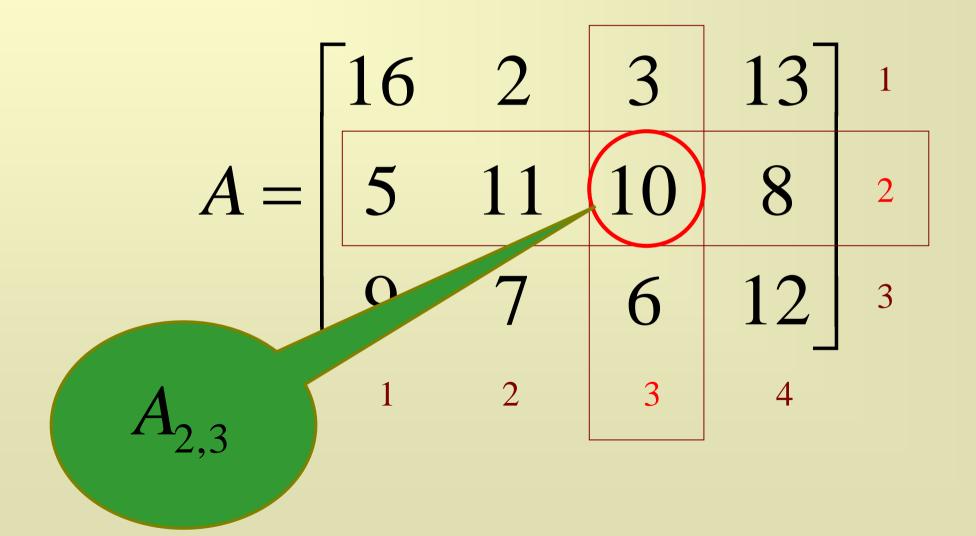
Índices das linhas

Índices:

$$\begin{bmatrix}
16 & 2 & 3 & 13 \\
A = \begin{bmatrix} 5 & 11 & 10 & 8 \\
3 \times 4 & 7 & 6 & 12 \end{bmatrix}^{1}$$

Índices das colunas







Para obter um elemento da matriz escreve-se no CW

$$>> A(2,3)$$
; ans=10

Para substituir um elemento da matriz escreve-se no CW

>> A (2,2) =-20

$$A = \begin{bmatrix} 16 & 2 & 3 & 13 \\ 5 & -20 & 10 & 8 \\ 9 & 7 & 6 & 12 \end{bmatrix}$$

Atenção

Novo elemento

•??? Index exceeds matrix dimensions.



Geração de uma sequência de números

- O operador ":"
 - O mais versátil operador do MATLAB
 - Permite definir de forma compacta um conjunto de valores (vector) em progressão aritmética.

```
» % x = valor inicial : passo : valor final;

» % Nota: argumentos de ":" não podem ser complexos

» x = 1:10;

» x = -pi : 2*pi/359 : pi;

» x = 100:-2:80;
```

• O recurso ao ":" não obriga à delimitação por []



Geração de uma sequência de números

Função Linspace

```
» % Quando sabemos os limites numéricos da sequência
» % xi e xf e o número de elementos N então devemos
» % recorrer à função

» x = linsapce(xi,xf,N);

» % Espaçamento linear (uniforme) entre os elementos
» de x. Evita-se o cálculo do passo.

» x = linspace(10,-10,5)

x =
10 5 0 -5 -10
```



Indexação de matrizes

• O operador ":" revela-se um poderoso meio de indexação.

```
>> x = 1:2:50;
>> x(10:15)
ans =
   19 21 23 25 27 29
```

Vectores de índices

```
>> v1 = 10:15;
\gg x(v1)
ans =
   19 21 23 25 27 29
```



Indexação de matrizes

```
\gg A = magic(4)
A =
     2 3 13
   16
      11 10 8
       7 6 12
        14 15 1
>> B = A(:,1:2:end) %B é composta pelas colunas ímpares de A
B =
   16
      10
       6
        15
>> last = A(end,end); % Última linha, última coluna
last = 1
```

Manipulação Matrizes

• Hermitiana de uma matriz

- É a transposta conjugada de uma matriz **A** e geralmente é representada por $(\mathbf{A}^*)^T = \mathbf{A}^H$
- Em notação Matlab a hermitiana de uma matriz representa-se por $\mathbf{A'}$. Se \mathbf{A} é real então $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}^H \Longrightarrow \mathbf{A'} = \mathbf{A}$.

• Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 1+j & 1 & 1 \\ 2 & 2+2j & 2 \\ 3 & 3 & 3-j \end{bmatrix} \quad A^{H} = \begin{bmatrix} 1-j & 2 & 3 \\ 1 & 2-2j & 3 \\ 1 & 2 & 3+j \end{bmatrix}$$



Exercícios

- Elabore um "script" Matlab que resolva os seguintes problemas:
 - Gere uma sequência de números impares entre 1 e 10√
 - Gere uma sequência de 11 números inteiros entre -5 e 5. √
 (resolva de 2 formas)
 - Gere a seguinte matriz \checkmark $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 1-j \\ 4 & j & -1 \end{bmatrix}$
 - Acrescente uma nova linha e coluna à matriz A
 - Apague as colunas impares.



- Por vezes estamos interessados em operações "elemento-a-elemento" em vez de matriciais
- Para efetuar uma operação "elemento-a-elemento" usa-se o "." antes de cada operação (multiplicação, divisão, potenciação, etc)

Multiplicação (x), divisão (/), etc

(X) operação(Y)

Indica operação elemento a elemento

A dimensão de X tem que ser a mesma de Y

Exemplos

```
>> x = [1 2 3 4]; y = [2 2 10 10];
>> p = x .* y % Multiplicação elem. a elem.
            2 4 30 40
>> A = [1 2 3 4; 5 6 7 8];
>> p = A . \star A
            1 4 9 16
       25 36 49 64
>> p = A .* y
  ??? Error using ==> Matrix dimensions must agree.
```



Mais exemplos

```
>> A = [2 4 ; 6 9]; B = [1 2 ; 2 3];
>> C = A .^2 % Potenciação elem. a elem.
   B =
           4 16
       36 81
>> D = A ./B % Divisão elem. a elem.
```



- Calculo de funções elaboradas
 - É possível decompor uma função num conjunto de funções elementares mais simples. Vejamos o seguinte exemplo

$$f(x) = \sin(x)\cos(x^2).$$

- Podemos decompor a função anterior no produto das funções sin(x) e cos(x). O produto entre estas duas funções deverá ser realizado elemento-a-elemento.



Decomposição das operações para calcular

As operações são realizadas elemento-a-elemento

$$f(x) = \sin(x)\cos(x^2).$$

$$f = \sin(x) \cdot *\cos(x \cdot ^2)$$

x é um vector

•	ECTOI	Sin(x)	x.^2	$cos(x.^2)$	$sin(x).*cos(x.^2)$
	Δ	D 111 (21)	A • Z	COD (2. 2)	5111(27) • COS(27 • Z)
	0	0	0	1	0
	pi/10	0.3090	0.0987	0.9951	0.3075
	2pi/10	0.5878	0.3948	0.9231	0.5426
	3pi/10	0.8090	0.8883	0.6308	0.5103
	pi	0	9.8696	-0.9027	0



Indexação lógica

• Em muitas situações pretende-se referenciar os elementos de uma matriz que satisfazem uma dada condição. Por exemplo, dado o vector

$$x = [1 \ 2 \ -1 \ 3 \ -3]$$

como se pode gerar um outro que apenas contenha os elementos menores que zero?

• Se fizer **x<0** obtêm-se o seguinte vector lógico

Este vector pode ser utilizado para indexar os elementos de x



Indexação lógica

Índices lógicos em Matlab

==	igual
~=	diferente
٧	menor
Λ	maior
<=	menor ou igual
>=	maior ou igual
&	"e" lógico
	"ou" lógico
~	negação



Indexação lógica

• O Matlab tem uma função designada por FIND que também permite indexação logica.

Sintaxe

find (cond.logica)

% Encontra os índices

dos elementos do

vector que satisfazem

a condição lógica.

Exemplo



• A sintaxe da função PLOT para fazer um gráfico de coordenas (x,y) é

```
plot(x,y)
```

% coloca **x** nas abcissa e **y** nas

ordenadas

Exemplos

```
>>x=linspace(0,2*pi,200);
>> y=sin(2*x);
>> plot(x,y)
>> z=rand(1,100);
>>plot(x,z)
```

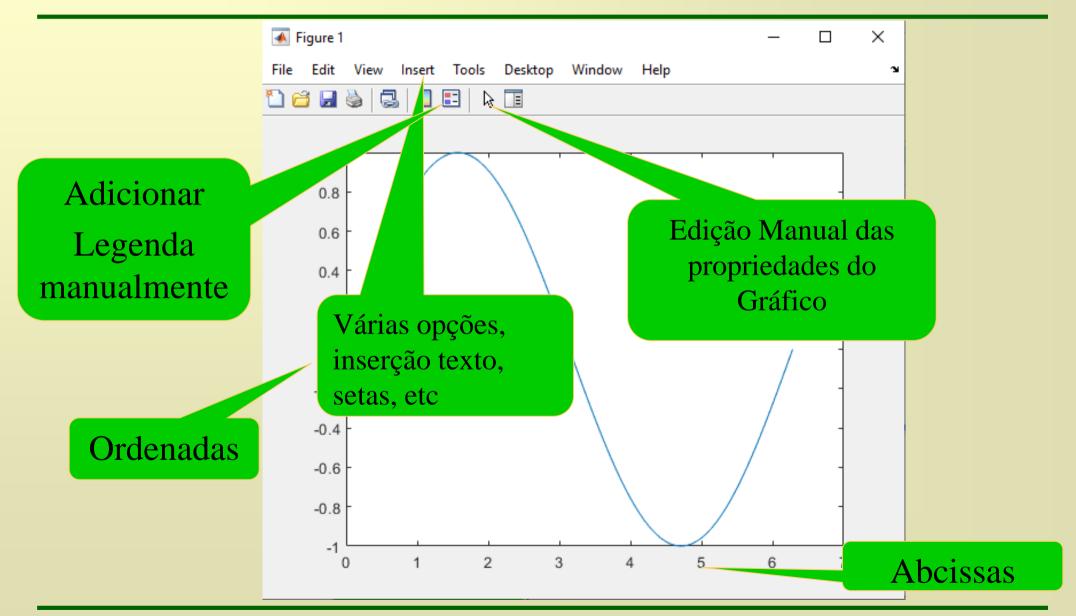
Atenção!

Os vectores x e z têm que ter o mesmo número de pontos

??? Error using ==> plot, Vectors must be the same lengths.



Figura do Matlab





- Alteração do aspecto gráfico
 - Para além dos argumentos vectoriais a função plot permite ainda alterar o modo como as linhas são desenhadas. Essas indicações são codificadas na forma de uma "string" de texto colocada a seguir aos vectores dos pontos.

- A "string" pode definir os seguintes atributos das linhas desenhadas
 - Marcadores dos pontos do gráfico
 - Cor das linhas e marcadores
 - Tipo de linha a desenhar



• Caractères definidores de atributos

y amarelo m rosa c azul claro r encarnado g verde b azul w branco k preto

Marcadores ponto

- círculo
- x marca x
- + marca mais
- * estrela
- s quadrado
- d diamante
- v triângulo (cima)
- ^ triângulo (baixo)
- < triângulo (esquerda)
- > triângulo (direita)
- p pentagrama
- h "hexagram"

Linhas

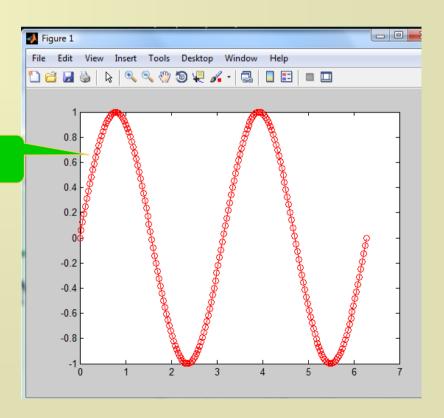
- linha a cheio
- : ponteada
- -. traço ponto
- -- tracejada



- Título, labels dos eixos, legenda
 - Na sequência do plot anterior:

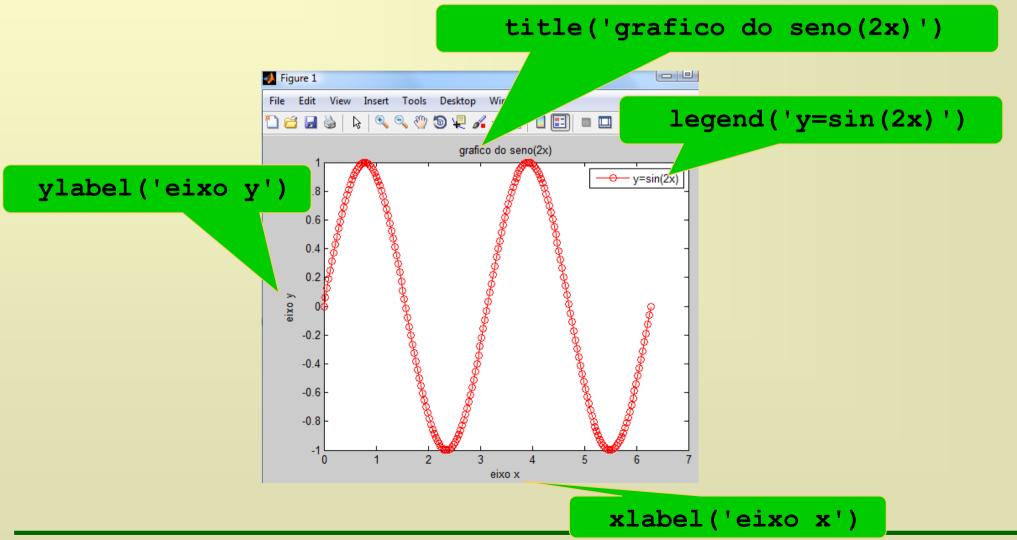
```
>>x=linspace(0,2*pi,200);
>> y=sin(2*x);
>> plot(x,y,'0-r');
```

plot(x,y, 'o-r')



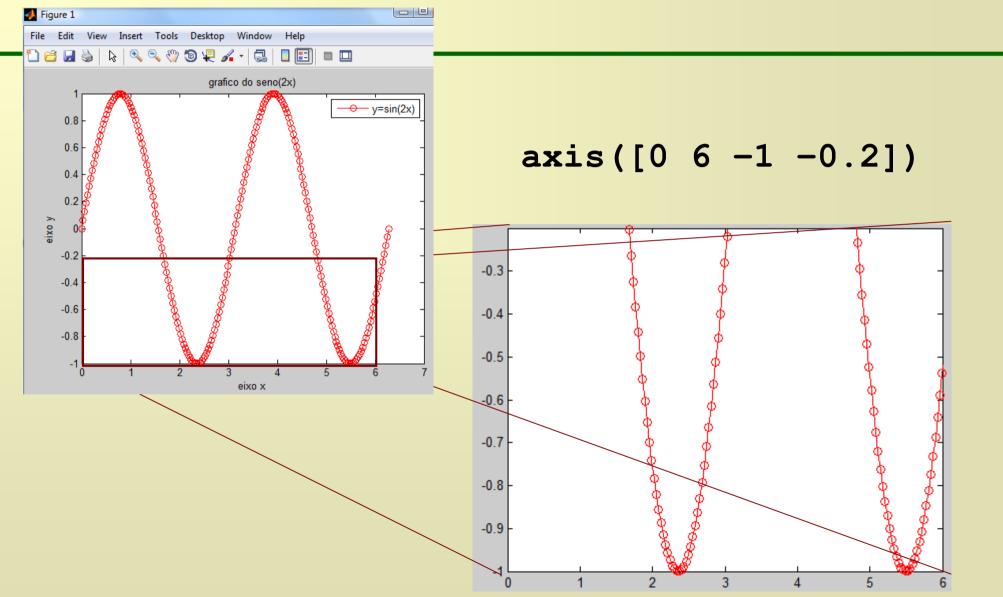


•Título, labels dos eixos, legenda





Eixos – Função axis



Sistemas Multimédia

37



Gráficos elementares

•Sintaxe da função axis

```
axis([xmin xmax ymin ymax])
```

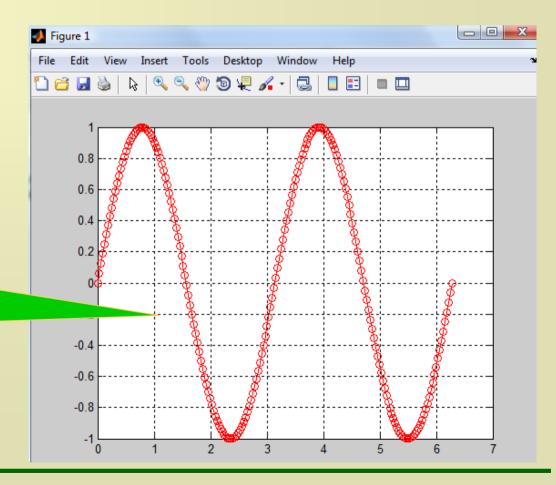


Gráficos elementares

- Também é possível colocar uma grelha nas figuras geradas pelo Matlab
 - Funções grid on, grid off

Grelhas

Vantagem: permitem
 uma leitura mais
 fácil





Exercício

• Suponha que pretendia visualizar o gráfico da seguinte função matemática

$$y = \sin(x)e^x$$

quando a variável x pertence a $[-2\pi, 0]$ (considere 200 elementos para o vetor x distribuídos uniformemente no intervalo indicado)

- Faça o gráfico da função
- a linha deve ser a ponteado vermelho
- o eixo das abcissas deve ter a gama [-8, 0] e o eixo das ordenadas [-0.5, 0.8]
- documente o gráfico (título, labels nos eixos)



Sobreposição de funções no mesmo gráfico

- Em Matlab existem várias formas de sobrepor curvas na mesma janela gráfica
 - Colocar na função plot todas as curvas que se pretende representar

```
plot(x1,y1,x2,y2,...)
plot(x1,y1,'string1',x2,y2,'string2',...)
```

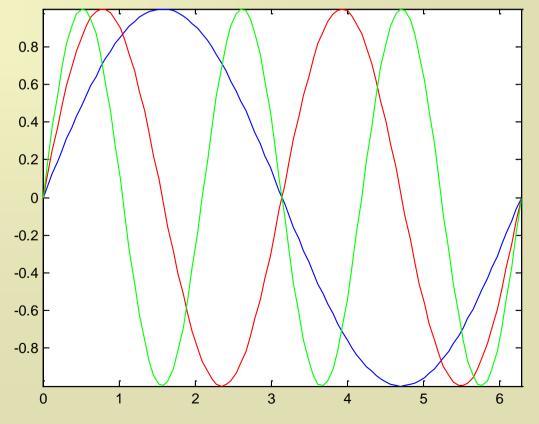
- O número de elementos dos pares (x1,y1) e (x2,y2) deve ser o mesmo.
- No entanto o número de elementos do par (x1,y1) pode ser diferente do par (x2,y2)



Sobreposição de funções no mesmo gráfico

 Também se pode usar as funções Hold on /off que activa/desactiva a sobreposição de gráficos sobre a mesma janela

```
>> x = linspace(0, 2*pi);
>> plot(x, sin(x))
>> hold on
>> plot(x, sin(2*x), 'r')
\Rightarrow plot(x, sin(3*x), 'g')
>> hold off
>> % limpa a figura
>> % corrente e imprime
>> % novo gráfico
>> plot(x, sin(4*x))
```





Exercício

Considere as seguintes funções complexas:

$$f(w) = \sin(4w)e^{iw} e$$
 $g(w) = \sin(8w)e^{iw}$

- Calcule o valor de $f(\omega)$ e $g(\omega)$ para $\omega \in [0, 2\pi]$ com 200 pontos linearmente espaçados. Represente, em dois sub-gráficos dispostos verticalmente, os gráficos da parte imaginária em função da parte real das duas funções, sendo a primeira representada a verde na parte superior e a segunda a vermelho na parte inferior. Coloque no gráfico as legendas e etiquetas necessárias à sua correta interpretação.

• Problema:

Como representar funções matemáticas da forma

$$z = f(x, y)$$

em que x e y pertencem a um dado intervalo.

• Este tipo de função pode ser representado por uma superfície num espaço tridimensional.



- Funções do Matlab que desenham superfícies
 - mesh(X,Y,Z)
 - surf(X,Y,Z)
- As variáveis X, Y e Z são matrizes em que cada elemento representa o valor da respectiva coordenada nesse ponto.
- A função meshgrid auxilia na criação das matrizes X e
 Y:

$$[XX,YY] = meshgrid(x,y)$$

em que x e y são vectores com a grelha em x e y.



Exemplo

```
>> x=1:3
```

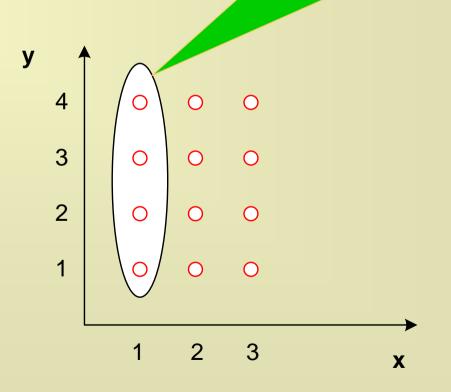
$$>> y=1:4$$

$$>> [xx,yy] = meshgrid(x,y)$$

$$XX =$$

-1		
1		
┛	_	

Corresponde à união dos pontos da primeira coluna de xx com a de yy





 Considere-se a seguinte função matemática

$$f(x, y) = 2e^{-((x+1)^2 + (y+1)^2)} + e^{-5((x-1)^2 + (y-1)^2)}$$

em que x e y são representados por 51 pontos no seguinte intervalo

$$x \in [-3,3] \land y \in [-3,3]$$



- Previamente temos discretizar o domínio da função:
 - define-se uma grelha (malha) rectangular de pontos

```
>> x = linspace(-3,3,51);
>> y = linspace(-3,3,51);
>>[XX,YY] = meshgrid(x,y);
% XX matriz com todas as coordenadas x da grelha
% YY matriz com todas as coordenadas y da grelha
% Impressão da grelha
>> plot(XX,YY(:,1),'k')
>> hold on
>> plot(XX(1,:),YY','k')
```



Mesh

```
>> %cálculo da função
```

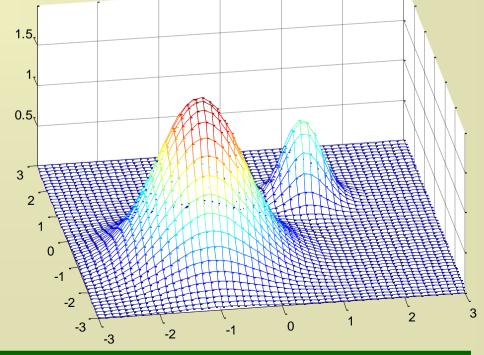
```
>> expo1 = -((XX+1).^2 + (YY+1).^2);
```

$$>> \exp 2 = -5*((XX-1).^2 + (YY-1).^2);$$

$$\Rightarrow$$
 f = 2*exp(expo1) + exp(expo2);

>> mesh(x,y,f), axis tight

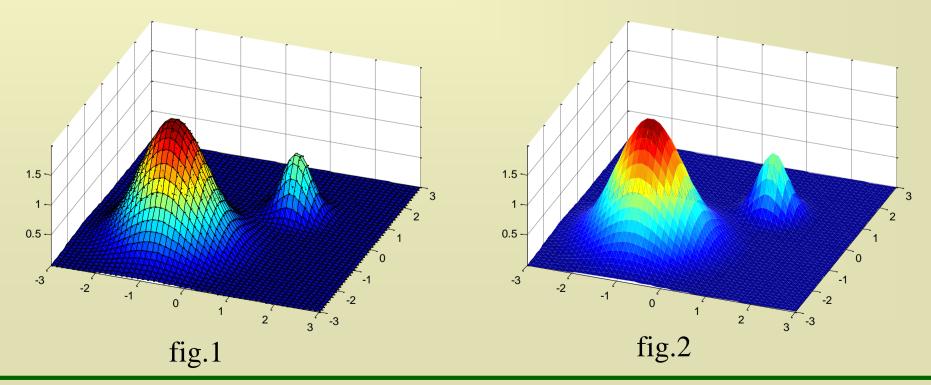
Podem-se passar apenas os vectores x e y em vez das matrizes





 Surf, análogo ao mesh mas ladrilhos são preenchidos com uma cor

```
>> surf(x,y,f), axis tight, %fig 1
>> surf(x,y,f), axis tight, shading interp %fig 2
```

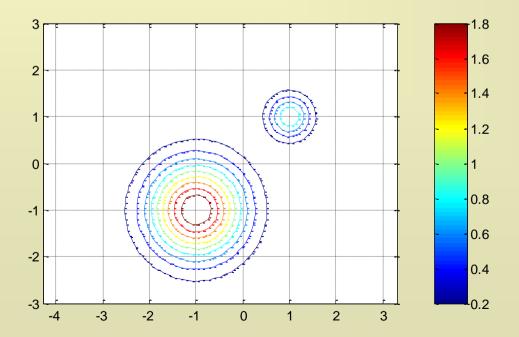




Curvas de nível

Curvas que unem pontos de igual valor (isolinhas)
 contour (x, y, z)

>> contour(x,y,f), grid on, colorbar % importante informação de cor



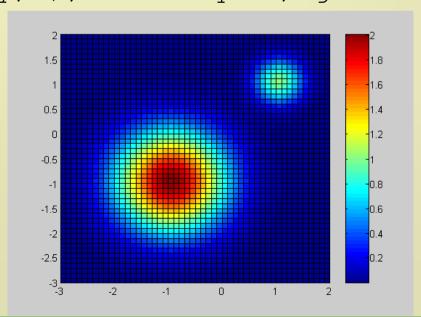


Gráficos de pseudo cor

• Neste tipo de gráfico cada cor representa uma dada amplitude segundo o eixo dos z. Cores iguais representam valores iguais em z.

pcolor(x,y,z)

>> pcolor(x,y,f), axis equal, grid on, colorbar





Sombra, Luz e Reflexão nas Superfícies

- Tipos de sombra
 - Depois de desenhar uma superfície 3D é possível modificar a forma como a superfície é colorida utilizando a função

Shading

com uma das seguintes opções:

- shading flat (cor única em cada quadrilátero)
- shading faceted (acrescenta contorno)
- **shading interp** (faz a interpolação das cores)



Exercício

• Considere a seguinte função f(x,y) definida no domínio $x \in [-1,1] \land y \in [-1,1]$:

$$f(x,y) = \cos(4\pi(x+y))e^{-|x+y|}$$

 Calcule a função numa grelha de 51 × 51 pontos e elabore um gráfico de superfície utilizando um sombreado interpolado.
 Acrescente as legendas necessárias para aumentar a legibilidade do gráfico.



- Sintaxe da Instrução for
 - A instrução for permite repetir um conjunto de instruções utilizando uma variável como contador de controlo.

Sintaxe

```
for n= ini:passo:fim
   instrução1;
   instrução2;
   :
end
```



• Sintaxe da Instrução while

```
while condição
    Instrução 1
    Instrução 2
    :
```

end

Enquanto a condição lógica for verdadeira o conjunto de instruções é executado. Note-se que se a condição for falsa no início as instruções nunca são executadas.



A instrução if

```
if condição1
    Instruções
elseif condição2
    Instruções
else
    Instruções
end
```

• A instrução elseif pode ocorrer mais do que uma vez.



Exemplo

Calcular a seguinte soma

$$S = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{n^2}$$

Com o ciclo **for** calculam-se os primeiros *N* termos do somatório

```
S= 0;
for n= 1:N
     S= S + 1/n^2;
end
```



Funções em Matlab

- Corresponde ao conceito de programa ou subprograma com entradas/saídas definidas formalmente
- Uma função aceita argumentos de entrada e devolve argumentos na saída
- Uma função manipula objectos (variáveis) cujo domínio de existência se restringe a um "workspace" privado criado no momento da execução da função.



• Este "workspace" é espaço de memória logicamente separado do "workspace" genérico criado para executar comandos nativos do Matlab

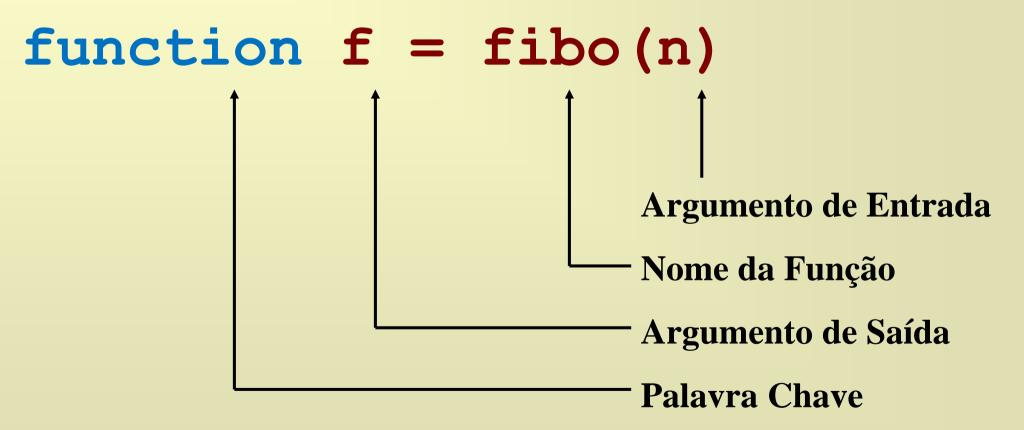


Funções em Matlab

- Um função em Matlab é um ficheiro ".m"
- Um ficheiro ".m" onde se pretende definir uma função deve obedecer à seguinte organização mínima
 - Linha de definição
 - 1^a linha informativa
 - Texto de help
 - Corpo da função
 - Comentários

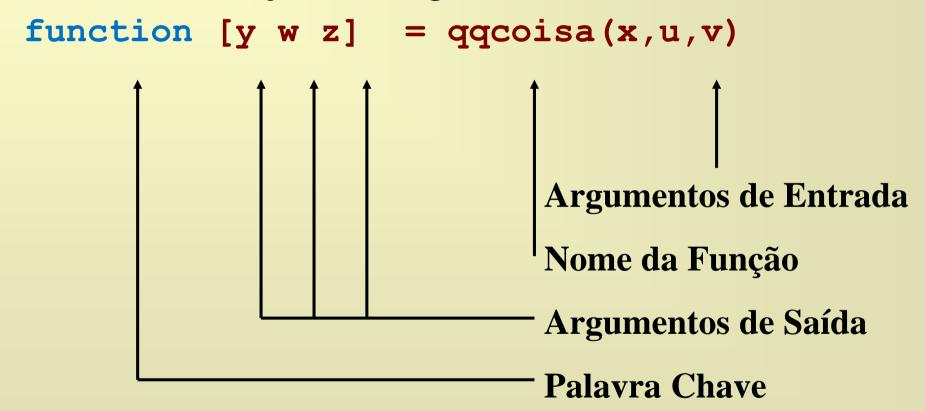


• Linha de definição (caso mais simples)





• Linha de definição (caso geral)

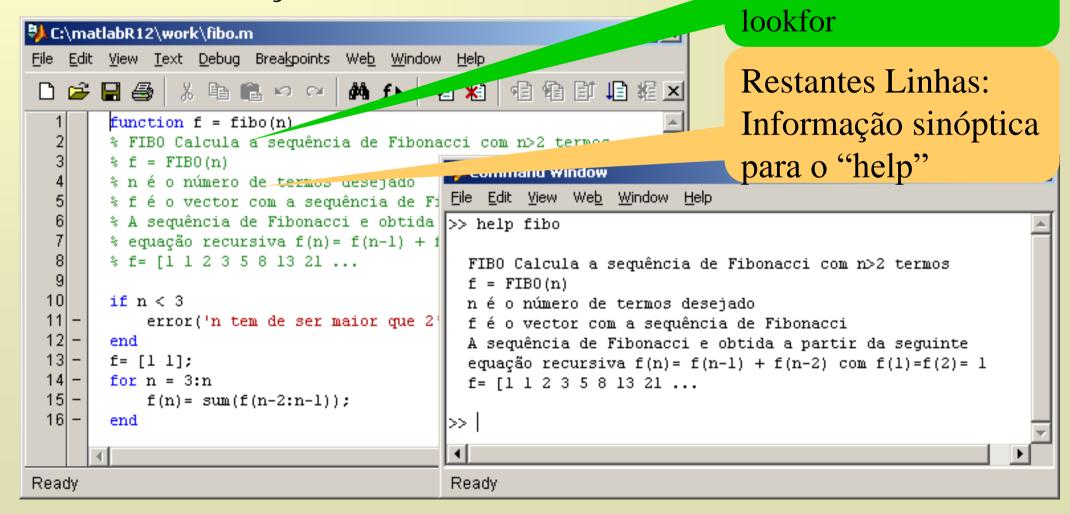




1^a Linha: Informação

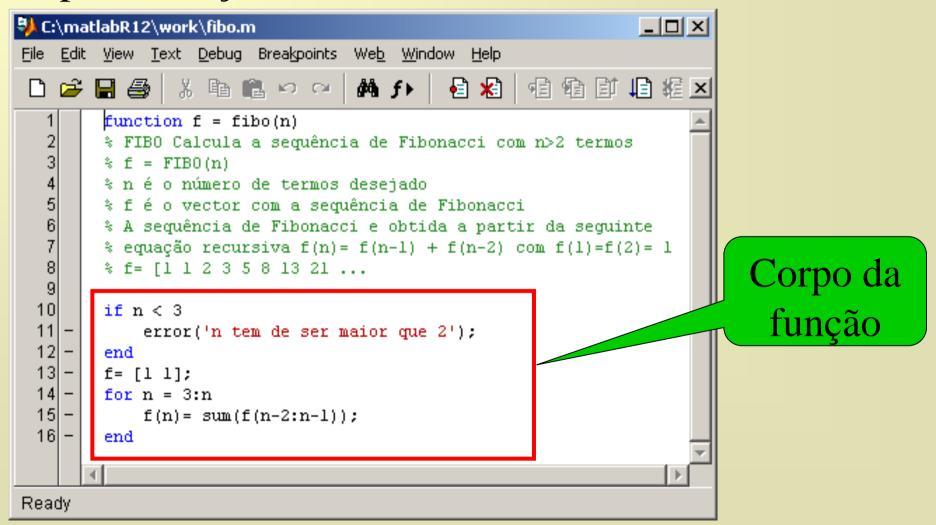
sumária. Utilizada pelo

Documentação



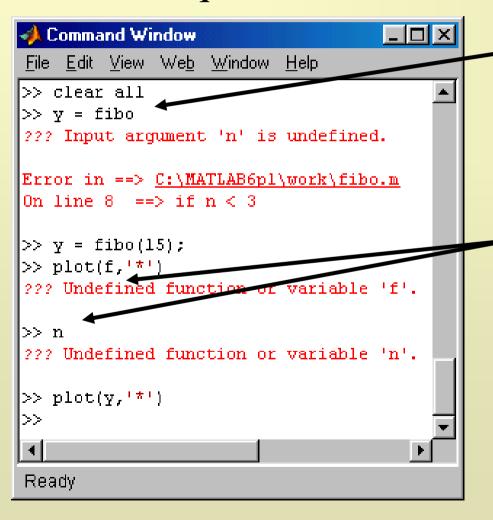


Corpo da função





•Erros frequentes



Invocação deficiente

Objectos privados da função. Não existem no "workspace" genérico



- Regras para atribuição de nomes de funções
 - Os nomes de funções seguem as mesmas regras de nomeação de variáveis.
 - Aceitam-se no máximo 31 caracteres incluindo "_". O primeiro caracter tem de ser uma letra.
 - O nome do ficheiro ".m" que contém a função deverá ser gravado como "nome_da_função.m"

```
Exemplo: function y = aveg(x) \dots => ficheiro aveg.m
```

- Caso assim não seja o nome interno é ignorado.
- Esta prática é fortemente desaconselhada

Nomes iguais



Exercício

 Considere a expansão em série de Taylor da função seno dada pelo somatório

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} \dots = \sum_{n=1}^{N} \frac{x^n}{n!} \sin(\frac{n\pi}{2})$$

- Elabore uma função em Matlab que calcule o valor deste somatório. Resolva com um ciclo for. Os parâmetros de entrada são o valor de N e o vector x e o de saída o valor da série.
- Teste a função para $x \in [0, 2\pi]$ e para N=2e N=10