Universidade do Minho
Departamento de Matemática

LCC **Análise**

Ficha de trabalho 1 — 2019/2020

- **Derivadas parciais de ordem superior** [Ver páginas 26 a 30, slides "Capítulo 1 - Derivadas parciais"]

1. Verifique que $\dfrac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = \dfrac{\partial^2 w}{\partial y \partial x}$ para

(a) $w = x^4 e^y + y \cos x$; (b) $w = x^2 \cos(xy)$.

2. Calcule $w_{xyz} = \dfrac{\partial^3 w}{\partial z \partial y \partial x}$ quando $w = x^3 y^2 z + x y^6 z - yz$.

3. Uma função f de x e y diz-se *harmónica* se $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$. Prove que a função

$$f(x, y) = e^{-x} \cos(y) - e^{-y} \cos(x)$$

é uma função harmónica.

- **Derivadas de funções compostas** [Ver páginas 31 a 36, slides "Capítulo 1 - Derivadas parciais"]

4. Usando a regra da cadeia, determine $\dfrac{dz}{dt}$ para

(a) $z = x^3 + y^2$, $x = \cos t$ e $y = \dfrac{1}{t}$; (b) $z = \ln(x + y^2)$, $x = e^{t^2}$ e $y = t^3 + t$.

5. Determine $\dfrac{\partial w}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial w}{\partial y}$ para $w = u \cos v^2$, onde $u = x^3 + y$ e $v = x^2 y$.

6. Determine $\dfrac{\partial z}{\partial r}$, sabendo que $z = u^2 + v^2 + w^2$, onde $u = re^{-s}$, $v = s^2 e^{-r}$ e $w = re^s$.

Qual o valor de $\dfrac{\partial z}{\partial r}$ quando $r = 2$ e $s = 1$?

- **Derivada da função implícita** [Ver páginas 37 a 48, slides "Capítulo 1 - Derivadas parciais"]

7. Admitindo que $y = f(x)$ verifica

$$x^3 + xy^2 + y^4 + x = 4,$$

determine $\dfrac{dy}{dx}$.

8. Calcule $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial z}{\partial y}$, admitindo que $z = f(x, y)$ verifica

$$z^2 y + 2xz^2 + xy^2 + 4z = 0.$$

DATA LIMITE PARA O ENVIO DA RESOLUÇÃO: 13H DE 21 DE MARÇO.