

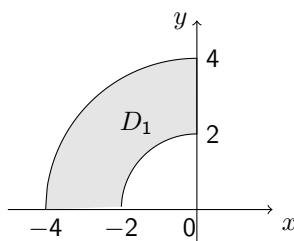
• **Integrais múltiplos**

Coordenadas polares, integração dupla em coordenadas polares

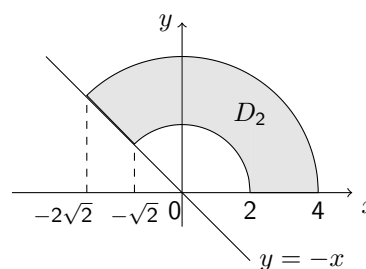
[Ver páginas 53 a 72, slides “Capítulo 3 - Integrais múltiplos, Secção 3.3”]

1. Use coordenadas polares para descrever as regiões apresentadas a seguir.

(a)



(b)



2. Considere o integral duplo

$$\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} x \, dy \, dx.$$

Esboce a região de integração e calcule o valor do integral mudando para coordenadas polares.

Coordenadas cilíndricas, integração tripla em coordenadas cilíndricas

[Ver páginas 73 a 82, slides “Capítulo 3 - Integrais múltiplos, Secção 3.3”]

3. Converta o ponto $(r, \theta, z) = \left(6, \frac{\pi}{2}, 5\right)$ em coordenadas cilíndricas para coordenadas cartesianas; e converta o ponto $(x, y, z) = (1, 1, 6)$ em coordenadas cartesianas para coordenadas cilíndricas.
4. Escreva o integral

$$\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{x^2+y^2}^4 (x+z) \, dz \, dy \, dx$$

em coordenadas cilíndricas (não calcule o valor do integral).

Coordenadas esféricas, integração tripla em coordenadas esféricas

[Ver páginas 83 a 97, slides “Capítulo 3 - Integrais múltiplos, Secção 3.3”]

5. Converta o ponto $(\rho, \theta, \phi) = \left(5, \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi\right)$ em coordenadas esféricas para coordenadas cartesianas.
6. Escreva o integral

$$\iiint_U 1 \, dx \, dy \, dz,$$

onde U é a semi-esfera de inequação $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ com $z \geq 0$, usando coordenadas cartesianas e usando coordenadas esféricas (não calcule o valor do integral).