Aula 1: Labelled Transition Systems

Interaction & Concurrency Course Unit: Reactive Systems Module

March 31, 2023

Recommended reading

Chapter 3 of Aceto et al. 2007 and Chapter 2 of Groote and Mousavi 2014.

Concepts introduced and discussed:

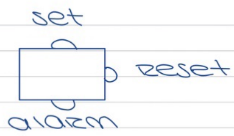
- behaviour of a system,
- labelled transition system (LTS) - state, action, transition, initial state, terminating state,
- deadlock,
- reachable state, → Estado alcançável
- nondeterministic LTS,
- equivalence of behaviours,
- ways of observing behaviours,
- trace, empty trace, set of traces from a state,
- traces from an initial state, LTS trace equivalence,
- strong bisimulation relation, states strongly bisimilar,
- strong bisimulation equivalence or bisimilarity.

Some relevant definitions (from Groote and Mousavi 2014):

- Def. 2.2.1 (Labeled transition system);
- Def. 2.3.1 (Trace equivalence);
- Def. 2.3.7 (Bisimulation) (Def. 2.3.6 - abridge version).

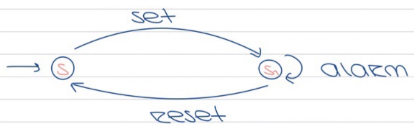
Exercises suggested (from Groote and Mousavi 2014):

- Exercise 2.2.2; ✓ pg 15



⇒ pontos de interação com o ambiente

Autómato que representa este sistema (LST1)



Não há subreposição de ações!

$S = \{s, s_1\}$

$Act = \{set, reset, alarm\}$

$\rightarrow_1 = \{(s, set, s_1), (s_1, alarm, s_1), (s_1, reset, s)\}$

$S_i = s$

$T = \{\}$ → não há

S — Conjunto de estados

Act — Conjunto de ações

$\rightarrow$ — Relação de transição ; $\rightarrow \subseteq S \times Act \times C$

S_i — Estado inicial

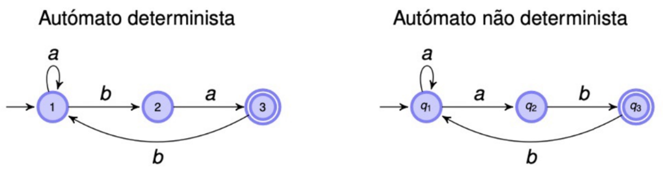
T — Estado final ou de terminação

Behaviour of a system:

→ ordem em que as ações podem ocorrer

Diz-se que ocorreu deadlock qd um sistema está num estado alcançável que não termina e não tem transições de saída.

LTS não determinístico



Equivalence of behaviour

Conceito Trace

Dado um LST, $A = (S, Act, \rightarrow, S_i, T)$, chamamos Trace ao **conjunto de caminhos que partem de** t.

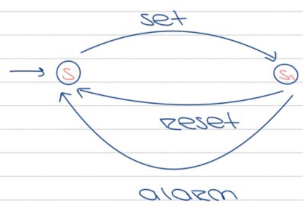
traces(t):

- $\varepsilon \in$ traces(t)
- se $s \xrightarrow{a} s'$
  - $\sigma \in$ traces(s')
  - $a.\sigma \in$ traces(s)

traces(t) = traces(s)

↳ quando os caminhos são iguais a partir do estado inicial.

Seja LST2



$\rightarrow_2 = \{(s, set, s_1), (s_1, reset, s), (s_1, alarm, s)\}$

LST2: traces(s) = {ε, set, set · reset, set · alarm, reset · set, ...}

Bissimulação Forte

➔ comportamento externo e interno equivalentes

Uma relação binária R sobre o conjunto de estados de uma LTS é uma bisimulação sse **sempre que** sRt **e** a **é uma acção**:

- se $s \xrightarrow{a} s_1$, então há uma transição $t \xrightarrow{a} t_1$ tal que $s_1 R t_1$;
- se $t \xrightarrow{a} t_1$, então há uma transição $s \xrightarrow{a} s_1$, tal que $s_1 R t_1$;

- Exercise 2.2.3; ✓ pg 15
- Exercise 2.3.2; ✓ pg 16
- Exercise 2.3.8 (Exercise 2.3.7 - abridge version); ✓ pg 20
- ~~Exercise 2.3.9 (Exercise 2.3.8 - abridge version);~~
- ~~Exercise 2.3.10 (Exercise 2.3.9 - abridge version).~~

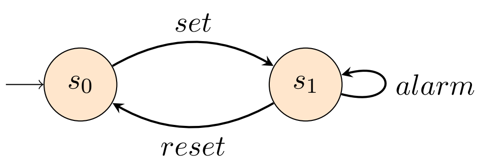
Exercise suggested (from Aceto et al. 2007):

- Exercise 2.4;

Examples discussed: alarm clock

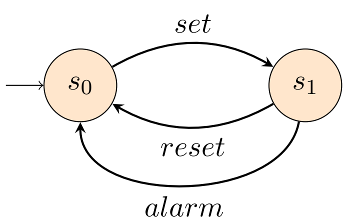
The following LTSs model different possible behaviours of an alarm clock.

Alarm 1

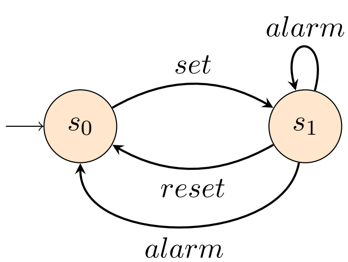


traces(s) = {ε, set, set · alarm, set · reset, set · alarm · reset, . . . }

Alarm 2



Alarm 3

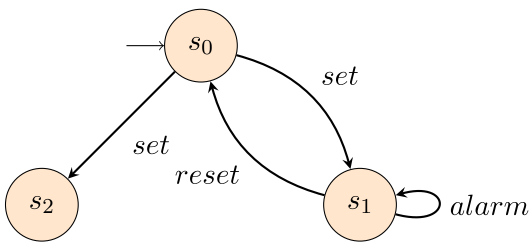


traces(s) = {ε, set, set · alarm, set · alarm · reset

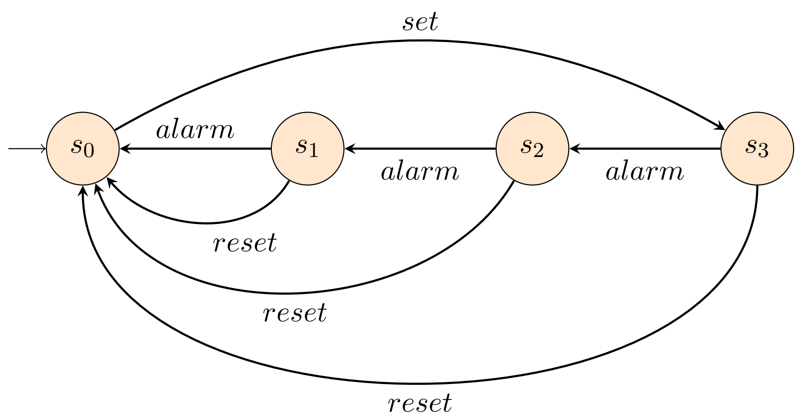
Aqui consigo fazer set · alarm · set e no Alarm 1 não!

Portanto não são trace equivalent.

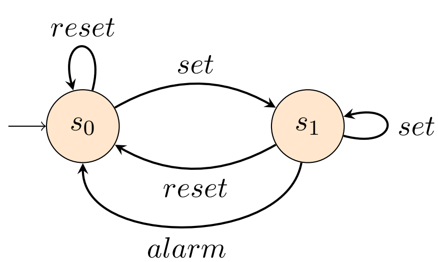
Alarm 4



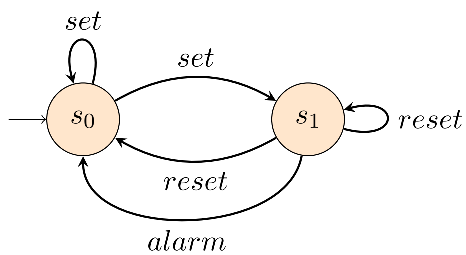
Alarm 5



Alarm 6



Alarm 7



Exercises

1. Describe informally the behavior of each alarm clock.

?, 2. Represent each alarm system as an LTS.

3. Define possible traces of the systems.

4. Are Alarm 1 and Alarm 3 trace equivalent? NOO

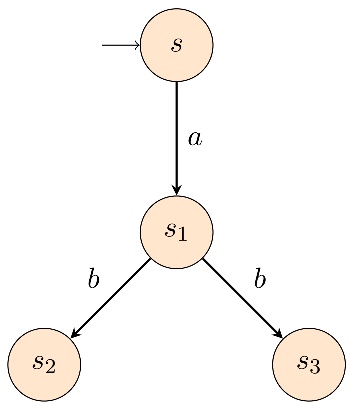
5. Are Alarm 1 and Alarm 4 trace equivalent? Are they bisimilar?

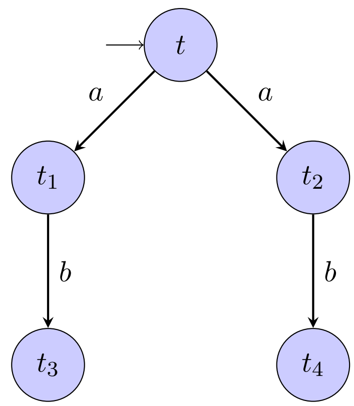
Other examples

For each of the following examples verify if :

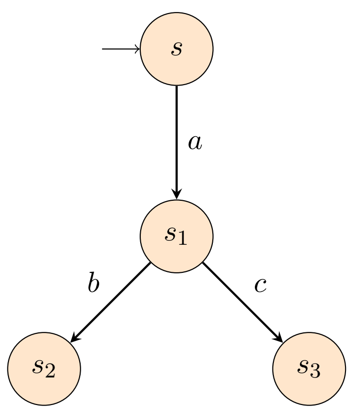
- s and t are trace equivalent
- $s \sim t$

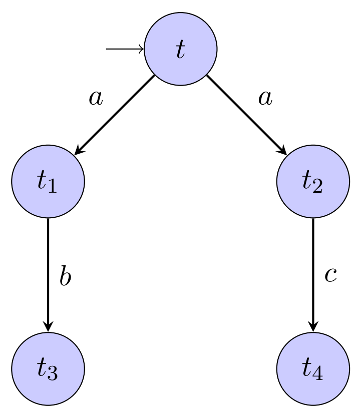
Example 0



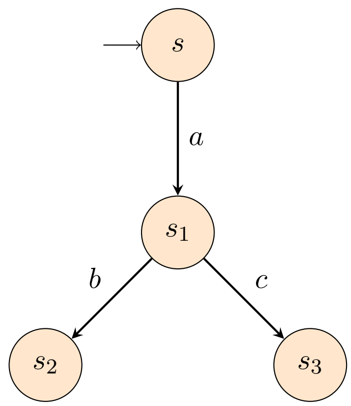


Example 1

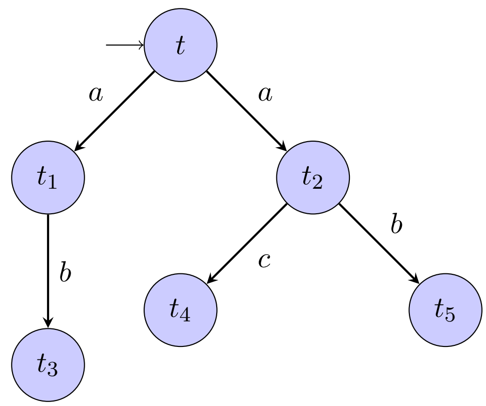




Example 2

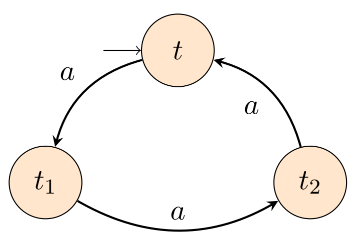


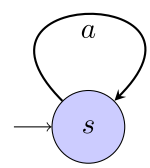
$\not\sim$



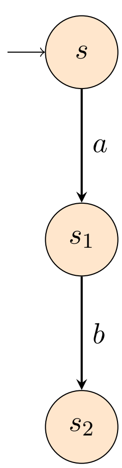
pg 16
Aulas T

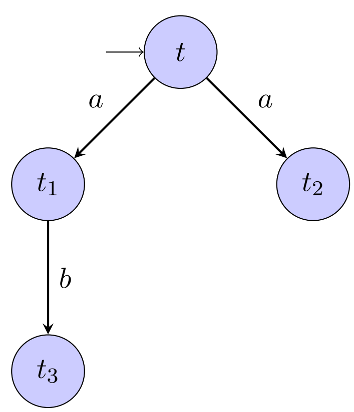
Example 3



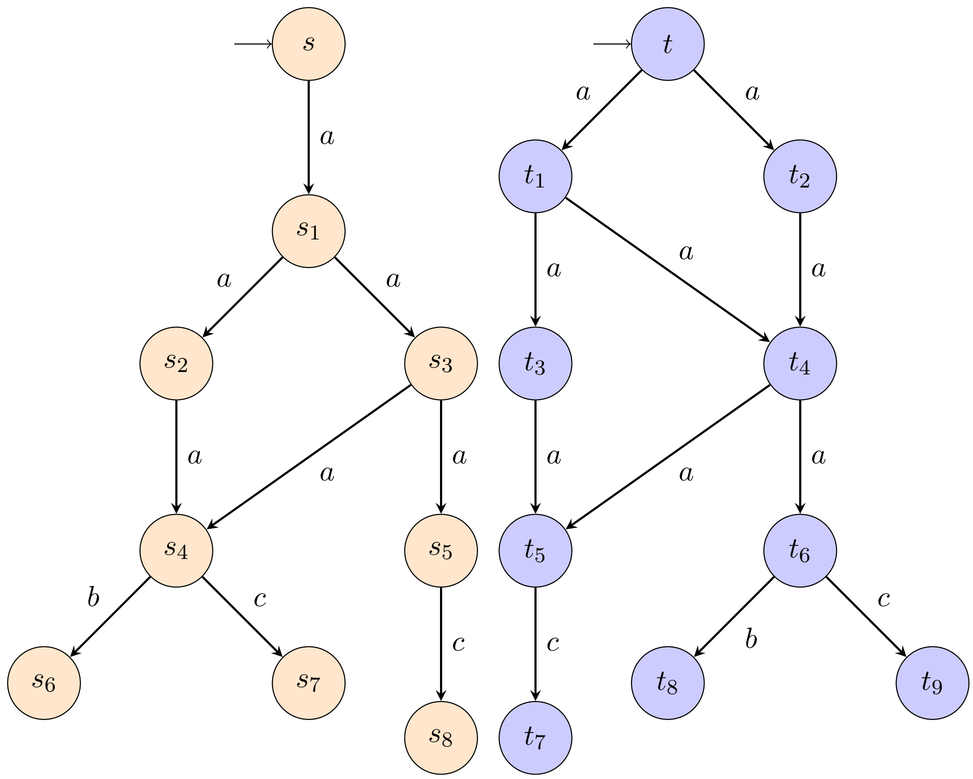


Example 4





Example 5

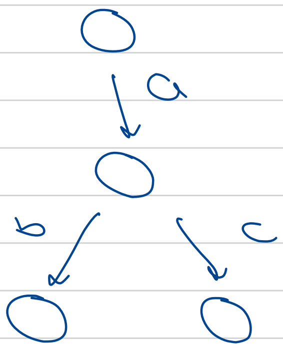


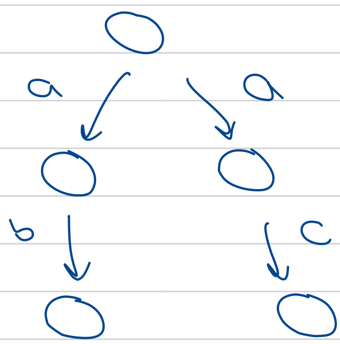
References

Aceto, Luca et al. (2007). *Reactive Systems - Modelling, Specification and Verification*. Cambridge University Press.

Groote, Jan and Mohammad Mousavi (2014). *Modelling and Analysis of Communicating Systems*. The MIT Press.

Trace Equivalent



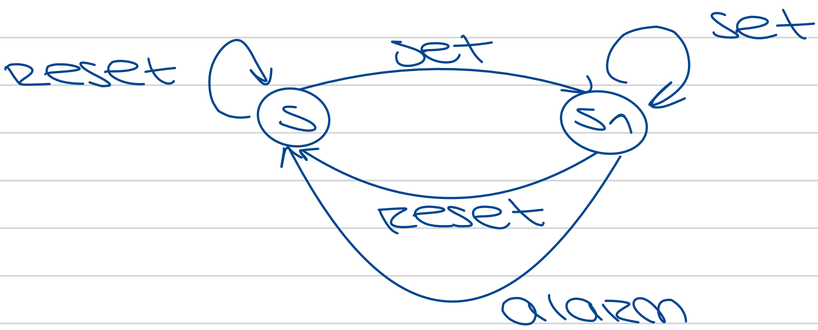


são trace equiv mas não são bissimilares.

$\{a, a.b, a.c\}$ $\{a, a.b, a.c\}$

Exercício 2.2.2. Faça as seguintes extensões para o despertador.

1. Desenhe o comportamento de um despertador onde sempre é possível fazer um set ou uma ação de reset.
2. Desenhe o comportamento de um despertador com botões não confiáveis. Ao pressionar o botão de configuração, o despertador pode ser definido, mas isso não precisa ser o caso. Da mesma forma para o botão de reset. Pressioná-lo pode redefinir o despertador, mas o relógio também pode permanecer em um estado em que um alarme ainda é possível.
3. Desenhe o comportamento de um despertador em que o alarme soa no máximo três vezes quando nenhuma outra ação interfere.



Exercício 2.2.3. Descreva o sistema de transição da figura 2.4 na forma de um sistema de transição rotulado

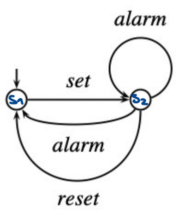


Figure 2.4: Nondeterministic behaviour of an alarm clock

$S = \{s_1, s_2\}$

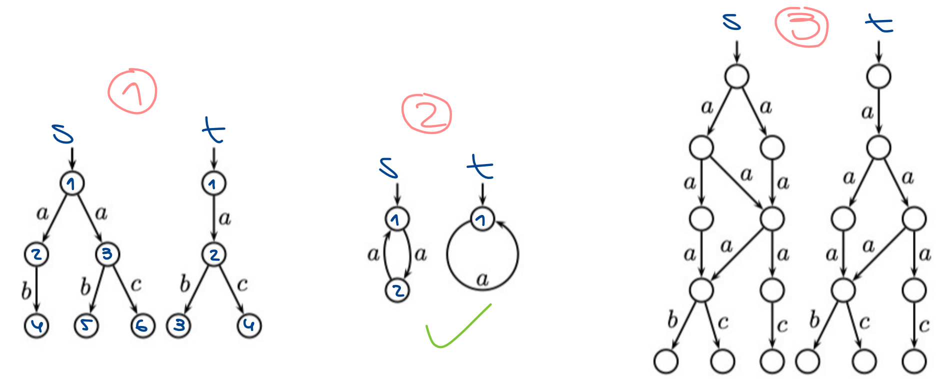
$Act = \{set, alarm, reset\}$

$\rightarrow = \{(s_1, set, s_2), (s_2, alarm, s_2), (s_2, alarm, s_1),$
$(s_2, reset, s_1)\}$

$S_i = s_1$

$T = \{\}$

Exercício 2.3.7 (Bissimilares)



1 $traces(s) = \{\varepsilon, a, ab, ac\}$

$traces(t) = \{\varepsilon, a, ab, ac\}$

Bissimulação Forte:

$(s_1, t_1) \in R$? ✓

$s_1 \xrightarrow{a} s_2$	$t_1 \xrightarrow{a} t_2$	$(s_2, t_2) \in R$
$s_1 \xrightarrow{a} s_3$	$t_1 \xrightarrow{a} t_2$	$(s_3, t_2) \in R$
$t_1 \xrightarrow{a} t_2$	$s_1 \xrightarrow{a} s_2$	$(s_2, t_2) \in R$

$(s_2, t_2) \in R$?

$s_2 \xrightarrow{b} s_4$	$t_2 \xrightarrow{b} t_3$	$(s_4, t_3) \in R$
$t_2 \xrightarrow{b} t_3$	$s_2 \xrightarrow{b} s_4$	$(s_4, t_3) \in R$
$t_2 \xrightarrow{c} t_4$	$s_2 \not\xrightarrow{c}$	

Todas as trans de t_2 e s_2.