TP1 5ª aula

22 de março de 2021 15:00

2. Considere o autómato $\mathcal{A} = (Q, A, \delta, i, F)$ onde $Q = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{a, b\}$, $i = 1$, $F = \{4\}$ e o conjunto de transições é definido pela função de transição δ definida pela tabela seguinte:

δ	1	2	3	4
a	$\{1,2\}$	$\{4\}$	$\varnothing$	$\{4\}$
b	$\{1,3\}$	$\varnothing$	$\{4\}$	$\{4\}$

(a) Represente o autómato $\mathcal{A}$ através de um grafo.
(b) Dê exemplos de palavras aceites por $\mathcal{A}$ e de palavras rejeitadas por $\mathcal{A}$.
(c) Descreva a linguagem reconhecida pelo autómato $\mathcal{A}$.
(d) Classifique o autómato.

$\mathcal{A} = (\{1,2,3,4\}, \{a,b\}, \delta, 1, \{4\})$

$\delta : Q \times A \longrightarrow \mathcal{P}(Q)$

$\delta(1,a) = \{1,2\}$

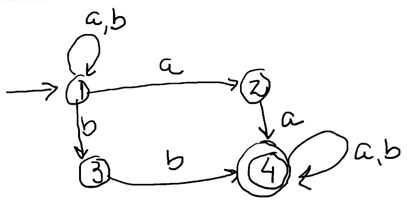
$\delta(1,b) = \{1,3\}$

$\delta(2,a) = \{4\}$

$\delta(2,b) = \varnothing$

...

a)



b) Exemplos de palavras aceites por $\mathcal{A}$: aab, bb, a^4, b^3, $a^n bb\, b^m$ $n, m \in \mathbb{N}_0$, ...

Exemplos de palavras rejeitadas pelo autómato: aba, a, b, bab, ...

c) $L(\mathcal{A}) = \{u \in A^* : \delta^*(1, u) \cap F \neq \varnothing\}$

$= \{a,b\}^* aa \{a,b\}^* \cup \{a,b\}^* bb \{a,b\}^*$

A expressão regular correspondente é
$(a+b)^* aa (a+b)^* + (a+b)^* bb (a+b)^*$

$= (a+b)^* (aa + bb) (a+b)^*$

$L(\mathcal{A}) = \mathcal{L}\left((a+b)^* (aa + bb) (a+b)^*\right)$.

que é a linguagem constituída por todas as palavras que admitem aa ou bb como fatores. $\sqcup \begin{Bmatrix} aa \\ bb \end{Bmatrix} \sqcup$

d) O autómato não é completo porque, por exemplo, $\delta(2,b) = \varnothing$.
O autómato não é determinista porque $\#\delta(1,a) = \#\{1,2\} > 1$.
O autómato é acessível porque: o vértice inicial é 1 e:
- a é etiqueta de um caminho de 1 para 2,
- aa é etiqueta de um caminho de 1 para 4
- b é etiqueta de um caminho de 1 para 3

e $Q = \{1,2,3,4\}$.

O autómato é co-acessível porque $F = \{4\}$ e

O autómato é ω-acessível porque $F = \{4\}$ e
- aa é etiqueta de um caminho de 1 para 4
- a é etiqueta de um caminho de 2 para 4
- b é etiqueta de um caminho de 3 para 4.

4. Considere o alfabeto $A = \{a, b, c\}$.

(a) Indique um autómato finito que reconheça o conjunto de todas as palavras sobre A que verificam:

i. ab é um fator; ii. ab não é fator; iii. existe uma única ocorrência de ab.

(b) Identifique a tabela das transições de cada um dos autómatos que desenhou.

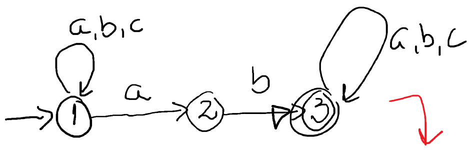
(c) Classifique os autómatos que desenhou.

(d) Para cada linguagem da alínea anterior, indique uma expressão regular que a represente.

a i) $L = \{u \in A^* : ab \text{ é fator de } u\} = \{u_1 ab u_2 : u_1, u_2 \in A^*\} =$

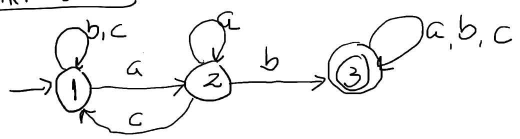
$= \{a,b,c\}^* ab \{a,b,c\}^*$

$= \mathcal{L}\big(\underbrace{(a+b+c)^* ab (a+b+c)^*}_{d)}\big)$



δ_H	1	2	3
a	{2}	{2}	{3}
b	{1}	{3}	{3}
c	{1}	{1}	{3}

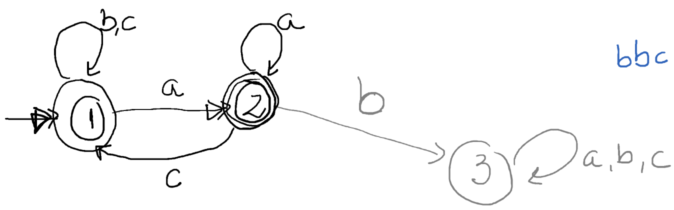
Alternativa:



b)

δ	1	2	3
a	{1,2}	∅	{3}
b	{1}	{3}	{3}
c	{1}	∅	{3}

ii) $L = A^* \setminus A^* ab A^*$



bbcbbbccbc...ba ?

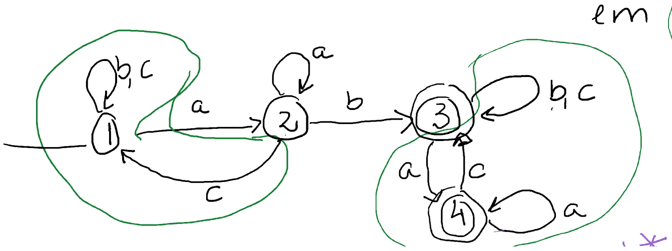
b)

	1	2
a	{2}	{2}
b	{1}	∅
c	{1}	{1}

NOTA: $A^* = A^* ab A^* \dot{\cup} A^* \setminus A^* ab B^*$

iii) $L = \{u \in A^* : ab \text{ é fator de } u \text{ e } ab \text{ ocorre uma única vez}\}$

$= \{u_1 ab u_2 : u_1, u_2 \in A^* \text{ e } ab \text{ não ocorre nem em } u_1 \text{ nem em } u_2\}.$



bbcccacabbba

b)

δ	1	2	3	4
a		{2}	{4}	{4}

b)

δ	1	2	3	4
a		$\{2\}$	$\{4\}$	$\{4\}$
b	$\{1\}$	$\{3\}$	$\{3\}$	$\emptyset$
c	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{3\}$	$\{3\}$

d) iii) $(b+c)^*\left(a^+c\,(b+c)^*\right)^* a^+b\,\left((b+c)^*(a^+c)^*\right)^*$ //

$= \left((b+c)^* a^+ c\right)^* (b+c)^* a^+ b \quad \left((b+c)^* (a^+ c)^*\right)^*$ //

d) ii) . . .

c) ——

7. Use o Lema da Iteração para provar que não são reconhecíveis as seguintes linguagens sobre o alfabeto $A = \{a, b, c\}$.

   (a) $\{a^n b^2 c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$. (b) $\{a^i b^j c^k \mid j = i + k \ \wedge \ i, j, k \in \mathbb{N}_0\}$.

a) Seja $n \in \mathbb{N}$. Fazendo $u = a^n b^2 c^n$, então $u \in L$ e $|u| = 2n+2 > n$.

$u = a^n b^2 c^n = xyz$ com $|xy| \leq n$ e $y \neq \varepsilon$

$u =$	a^n	b^2	c^n
	x | y	z	

Assim $y = a^l$ com $l \geq 1$. Então existe $r \geq 0$, tal que $n - r - l \geq 0$ e

$xyz = \underbrace{a^{n-r-l}}_{x}\underbrace{a^{l}}_{y}\underbrace{a^{r} b^2 c^n}_{z}$

$xy^kz = a^{n-l} a^{kl} b^2 c^n$

$a^{n+(k-1)l} b^2 c^n$

Se $k = 0$, então $xy^kz = a^{n-l} b^2 c^n \notin L$

Consequentemente, pelo lema da Iteração, L não é reconhecível.

8. Considere-se $A = \{a, b\}$ e $L = \{a^n b^m : m \geq n \geq 0\}$. Sejam $n \in \mathbb{N}$, e $u = a^n b^n$ uma palavra de L. Qualquer que seja o prefixo xy de u tal que $|xy| \leq n$ e $y \neq \varepsilon$, tem-se que $x = a^i$, $y = a^j$ com $i + j \leq n$, $i \geq 0$ e $j \geq 1$. Então $|u| \geq n$, $u = xyz$ com $z = a^{n-i-j} b^n$. Se $k = 2$, então $xy^kz = a^{n+j} b^n$ pelo que xy^kz não é uma palavra de L.

   De entre as afirmações abaixo diga qual é a afirmação verdadeira.

   (i) Com base no Lema da Iteração, a argumentação apresentada não permite concluir que a linguagem L não é regular.

   (ii) Com base no Lema da Iteração, a argumentação apresentada prova que L é uma linguagem regular.

   (iii) Com base no Lema da Iteração, a argumentação apresentada prova que L não é uma linguagem regular.

   (iv) Com base no Lema da Iteração, só poderíamos concluir que L não é uma linguagem regular se, para qualquer $k \geq 0$, xy^kz não fosse uma palavra de L.