Universidade do Minho	11 de novembro de 2016
1º Teste de **Computabilidade e Complexidade**	
Lic. Ciências da Computação	Duração: 2h30min

*Este teste é constituído por 5 questões. Todas as respostas devem ser devidamente **justificadas**.*

1. Seja $A = \{a, b, c\}$. Considere a máquina de Turing

$$\mathcal{T} = (\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, A, A \cup \{\Delta\}, \delta, 0, 5, \Delta)$$

onde a função transição δ é definida pela tabela seguinte:

δ	a	b	c	Δ
0				$(1, \Delta, D)$
1			$(2, c, D)$	$(3, \Delta, E)$
2			$(1, c, D)$	$(4, \Delta, E)$
3			$(3, a, E)$	$(5, \Delta, C)$
4			$(4, b, E)$	$(5, \Delta, C)$

A máquina $\mathcal{T}$ calcula uma função parcial $g : A^* \to A^*$.

a) Represente $\mathcal{T}$ graficamente.

b) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}ccc)$.

c) Identifique o domínio D da função g.

d) Para cada elemento $u \in D$, determine a palavra $g(u)$.

2. Seja $A = \{a, b\}$. Mostre que a função

$$\begin{array}{rccl} g: & A^* \times A^* & \longrightarrow & \mathbb{N}_0 \\ & (u, v) & \longmapsto & \begin{cases} |u| - |v| & \text{se } |u| \geq |v| \\ 0 & \text{senão} \end{cases} \end{array}$$

é Turing-computável.

3. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas.

a) Existem linguagens L e K tais que L e $L \cap K$ são recursivas e K não é recursiva.

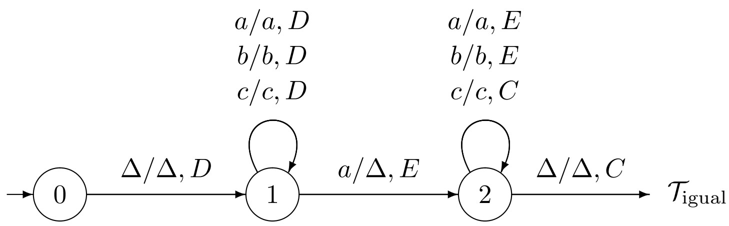
b) O problema "Dada uma máquina de Turing $\mathcal{T}$, será que $L(\mathcal{T}) \subseteq a^*$?" é decidível.

c) A palavra $x^2yx^2yxyx^3yxyx^3y^2x^3yx^2yx^3yxyx^2y^2x^2yx^3yxyxyxy^2$ é o código de uma máquina de Turing com exatamente 2 estados.

d) Se $\mathcal{T}$ é uma máquina de Turing que efetua movimentos do cursor apenas para a direita, então $\mathcal{T}$ nunca entra em ciclo.

(v.s.f.f.)

4. Seja $A = \{a, b, c\}$ e seja $\mathcal{T}_{\text{igual}}$ a máquina de Turing capaz de testar a igualdade entre duas palavras x e y de A^*, ou seja, começando com a fita em $\underline{\Delta}x\Delta y$, $\mathcal{T}_{\text{igual}}$ atinge uma configuração de aceitação se e só se $x = y$. Seja $\mathcal{T}$ a seguinte máquina de Turing não-determinista,



a) Indique a palavra $u \in A^*$ para a qual é possível computar a configuração $(2, \underline{\Delta}aba\Delta aba)$ a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}u)$. Indique a sequência de configurações que permitem passar de $(0, \underline{\Delta}u)$ para $(2, \underline{\Delta}aba\Delta aba)$.

b) Diga, justificando, se a palavra u da alínea anterior é aceite por $\mathcal{T}$.

c) Para que palavras $v \in A^*$, $(0, \underline{\Delta}v)$ é uma configuração de ciclo? Justifique.

d) Identifique, justificando, a linguagem L reconhecida por $\mathcal{T}$.

5. Seja A o alfabeto $\{a, b, c\}$ e seja L a linguagem $L = \{a^n b^n c^n : n \in \mathbb{N}_0\}$.

a) Construa uma máquina de Turing (usual ou com duas fitas) que reconheça L e descreva informalmente a estratégia dessa máquina.

b) Explique se o problema de decisão $P(w)$: "$w \in \overline{L}$?" é ou não decidível.

(Fim)

Cotação:
- **1**. 4,5 valores (1 + 1 + 1,25 + 1,25)
- **2**. 2,5 valores
- **3**. 4 valores (1 + 1 + 1 + 1)
- **4**. 5 valores (1,25 + 1 + 1,25 + 1,5)
- **5**. 4 valores (2,5 + 1,5)