Universidade do Minho
Dep. Matemática e Aplicações

Geometria

Lic. Ciências da Computação
07/04/2016
Primeiro Teste

Todas as respostas devem ser justificadas e os cálculos devem ser apresentados.

1. Sejam $\mathcal{R} = \{O, (\vec{v}_1, \vec{v}_2)\}$ e $\mathcal{R}' = \{O', (\vec{v}_1', \vec{v}_2')\}$ dois referenciais num plano afim $\mathcal{A}$ tais que:

   - $O = (-1, 0)_{\mathcal{R}'}$
   - $\begin{cases} \vec{v}_1' & = & \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \\ \vec{v}_2' & = & \vec{v}_1 + 2\vec{v}_2 \end{cases}$

   Determine uma expressão matricial para a mudança de coordenadas entre os referenciais $\mathcal{R}$ e $\mathcal{R}'$ e as coordenadas do ponto $M = (2, 1)_{\mathcal{R}}$ no referencial $\mathcal{R}'$.

2. Seja $\mathcal{A}$ um espaço euclidiano tridimensional munido de um referencial ortonormado. Considere os seguintes subespaços afins de $\mathcal{A}$

$$r = (1, 1, 1)+ < (1, 1, 0) >$$

$$\pi : x - y + 2z - 2 = 0$$

   (a) Determine um sistema de equações cartesianas de r.

   (b) Determine uma equação vetorial de π.

   (c) Verifique se r e π são paralelos e se $r \subset \pi$.

3. Seja $\mathcal{A}$ um espaço euclidiano tridimensional munido de um referencial ortonormado. Considere as retas $r = A+ < \overrightarrow{v} >$ e $s = B+ < \overrightarrow{w} >$, onde $A = (1, 1, 0), B = (1, -1, 0), \overrightarrow{v} = (1, 1, 1)$ e $\overrightarrow{w} = (2, -1, -1)$.

   (a) Mostre que as retas r e s são enviesadas.

   (b) Apresente uma equação vetorial da perpendicular comum a r e s.

4. Seja $\mathcal{A}$ um espaço euclidiano munido de um referencial ortonormado. Sejam P um ponto e $r = A+ < \vec{v} >$ uma reta de $\mathcal{A}$.

   (a) Se Q é a projeção ortogonal de P em r, mostre que $Q = A + \dfrac{\overrightarrow{AP}.\vec{v}}{\|\vec{v}\|^2}\vec{v}$.

   (b) Supondo que $\mathcal{A}$ é tridimensional, $P = (1, 2, -1)$ e $r = (3, 0, 1)+ < (1, -1, 1) >$, determine projeção ortogonal de P em r.

Cotações: 1) 1.5 valores; 2) 1+1+1.5 valores; 3) 1+1.5 valores; 4) 1.5+1 valores.