

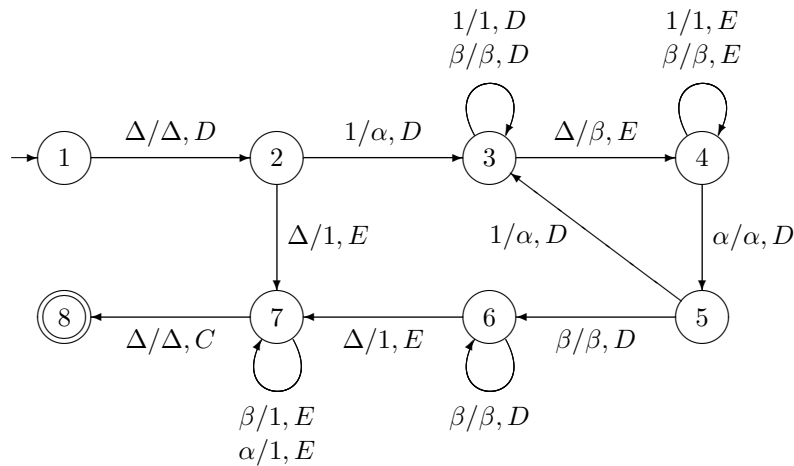
2º Teste de  
**Computabilidade e Complexidade**

Lic. Ciências da Computação

Duração: 2h15min

*Este teste é constituído por 5 questões. Todas as respostas devem ser devidamente **justificadas**.*

1. Seja  $h : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$  a função definida, para cada  $(x, y) \in \mathbb{N}_0^2$ , por  $h(x, y) = 2x + y$ .
  - a) Defina recursivamente a função  $h$ . Ou seja, determine funções  $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$  e  $g : \mathbb{N}_0^3 \rightarrow \mathbb{N}_0$  tais que  $h = \text{Rec}(f, g)$ .
  - b) Mostre que  $h$  é uma função recursiva primitiva.
  - c) Determine a função  $M_h$  de minimização de  $h$ .
2. Seja  $A : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$  a função de Ackermann que, recorde, é definida por:
  - i)  $A(0, y) = y + 1$ ;    ii)  $A(x + 1, 0) = A(x, 1)$ ;    iii)  $A(x + 1, y + 1) = A(x, A(x + 1, y))$ .
  - a) Determine  $A(1, 3)$ .
  - b) Sabendo que  $A(3, y) = 2^{y+3} - 3$  para todo o  $y \in \mathbb{N}_0$ , prove que  $A(4, y) = \underbrace{2^{2^{\cdot^{\cdot^2}}}}_{y+3 \text{ vezes}} - 3$  para qualquer  $y \in \mathbb{N}_0$ .
3. Mostre que a função  $f(n) = 2n^3 + 4n + (\frac{1}{2})^n$  é de ordem  $\mathcal{O}(n^4)$ .
4. Seja  $A = \{1\}$  e seja  $\mathcal{T}$  a seguinte máquina de Turing sobre  $A$ ,



- a) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir de  $(1, \underline{\Delta}111)$ .
  - b) Identifique a função  $g : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$  calculada por  $\mathcal{T}$ .
  - c) Determine a função  $tc_{\mathcal{T}}$ , de complexidade temporal da máquina  $\mathcal{T}$ .
  - d) Mostre que a função  $g$  é computável em tempo polinomial.
5. a) Mostre que  $L \leq_p L$  para toda a linguagem  $L$ .
  - b) Sendo  $L_1 = \{u \in A^* : |u| \text{ é par}\}$  e  $L_2 = \{u \in A^* : |u| \text{ é ímpar}\}$  duas linguagens sobre o alfabeto  $A = \{a, b\}$ , mostre que  $L_1 \leq_p L_2$ .

$$\text{COTAÇÃO: } \begin{cases} 1. & 5 \text{ valores } (2 + 1,25 + 1,75) \\ 2. & 3,5 \text{ valores } (1,5 + 2) \\ 3. & 1,5 \text{ valores} \\ 4. & 6,25 \text{ valores } (1,25 + 1,5 + 2 + 1,5) \\ 5. & 3,75 \text{ valores } (1,5 + 2,25) \end{cases}$$