



---

Todas as respostas devem ser justificadas e os cálculos devem ser apresentados.

1. Sejam  $\mathcal{R} = \{O, (\vec{v}_1, \vec{v}_2)\}$  e  $\mathcal{R}' = \{O', (\vec{v}'_1, \vec{v}'_2)\}$  dois referenciais num plano afim  $\mathcal{A}$  tais que:

- $O = (1, -1)_{\mathcal{R}'}$
- $\begin{cases} \vec{v}'_1 &= \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \\ \vec{v}'_2 &= 2\vec{v}_2 \end{cases}$

Determine:

- (a) as coordenadas de  $O'$  no referencial  $\mathcal{R}$ ;
- (b) uma expressão matricial para a mudança de coordenadas entre os referenciais  $\mathcal{R}$  e  $\mathcal{R}'$ ;
- (c) as coordenadas do ponto  $M = (-1, 2)_{\mathcal{R}}$  no referencial  $\mathcal{R}'$ .

2. Considere um plano afim orientado  $\mathcal{A}$  munido de um de um referencial ortonormado positivo com origem  $O$ . Considere os pontos  $A = (1, 1)$  e  $B = (1, -1)$ .

- (a) Justifique que o referencial  $\{O, (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})\}$  é um referencial negativo.
- (b) Calcule o cosseno e o seno do ângulo orientado  $\angle(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$
- (c) O triângulo  $\triangle AOB$  é um triângulo rectângulo?

3. Num espaço afim tridimensional  $\mathcal{A}$  munido de um referencial  $\mathcal{R}$  considere a recta  $r$  que incide nos pontos  $A = (1, 0, 1)$  e  $B = (2, 3, -1)$ . Determine um sistema de equações paramétricas e um sistema de equações cartesianas da recta  $r$ .

4. Num espaço afim tridimensional  $\mathcal{A}$  munido de um referencial  $\mathcal{R}$  considere o plano  $\pi$  definido pela equação cartesiana

$$x - 2y + 3z + 1 = 0.$$

Apresente um sistema de equações paramétricas e uma equação vectorial para o plano  $\pi$ .

**Cotações:** 1) 1.5 valores; 2) 2 valores; 3) 1,5 valores; 4) 1 valor.