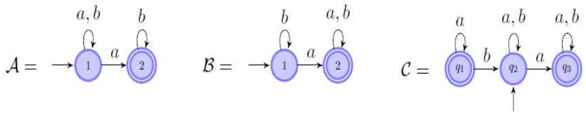
7ª aula

14 de abril de 2021 11:00

12. Considere os seguintes autómatos de alfabeto $\{a, b\}$.



$$\begin{cases} X_1 = aX_1 + bX_2 + \varepsilon \\ X_2 = (a+b)X_2 + aX_3 \\ X_3 = (a+b)X_3 + \varepsilon \end{cases}$$

(a) Escreva a tabela da função de transição de cada um dos autómatos.

(b) Classifique cada um dos autómatos quanto à completude, acessibilidade, co-acessibilidade e determinismo.

(c) Verifique que os três autómatos são equivalentes.

a) $\mathcal{A}$

δ_A	1	2
a	$\{1,2\}$	$\emptyset$
b	$\{1\}$	$\{2\}$

$\mathcal{B}$

δ_B	1	2
a	$\{2\}$	$\{2\}$
b	$\{1\}$	$\{2\}$

$\mathcal{C}$

δ_C	q_1	q_2	q_3
a	$\{q_1\}$	$\{q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$
b	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$	$\{q_3\}$

b) $\mathcal{A}$ - é não determinista porque
$\#\,\delta(1,a) = \#\{1,2\} = 2 > 1$
- é não completo porque $\delta(2,a) = \emptyset$
- é acessível pois 1 é o estado inicial e existe o caminho $\to (1) \xrightarrow{a} 2$, ou seja, é acessível.
- é co-acessível porque 2 é um estado final e existe o caminho $1 \xrightarrow{a} ((2))$, pelo que todos os estados são co-acessíveis

$\mathcal{B}$ - é completo, é determinista, é acessível e co-acessível

$\mathcal{C}$ - é completo, não é determinista, não é acessível (q_1 não é acessível) e é co-acessível.

c) Os três autómatos são equivalentes se $L(\mathcal{A}) = L(\mathcal{B}) = L(\mathcal{C})$, por definição.

$$\begin{cases} X_1 = (a+b)X_1 + aX_2 \\ X_2 = bX_2 + \varepsilon \end{cases} \iff \begin{cases} X_1 = (a+b)X_1 + ab^* \\ X_2 = b^* \cdot \varepsilon = b^* \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} X_1 = (a+b)^* \cdot ab^* \\ X_2 = b^* \end{cases}$$

$$\begin{aligned} L(\mathcal{A}) &= \mathcal{L}((a+b)^* ab^*) \\ &= \{a,b\}^* a b^* \\ &= A^* a b^* \\ &= \{u \in A^* : |u|_a \geq 1\} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} X_1 = bX_1 + aX_2 \\ X_2 = (a+b)X_2 + \varepsilon \end{cases} \iff \begin{cases} X_1 = bX_1 + a(a+b)^* \\ X_2 = (a+b)^*\varepsilon = (a+b)^* \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} X_1 = b^* a (a+b)^* \\ X_2 = (a+b)^* \end{cases}$$

$$\begin{aligned} L(\mathcal{B}) &= \mathcal{L}(b^* a (a+b)^*) \\ &= b^* a \{a,b\}^* \\ &= b^* a A^* \end{aligned}$$

$$= b^* a \{a,b\}^*$$
$$= b^* a A^*$$
$$= \{u \in A^* : |u|_a \geq 1\}$$

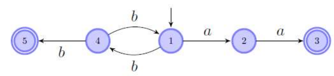
$$\begin{cases} X_1 = aX_1 + bX_2 + \varepsilon \\ X_2 = (a+b)X_2 + aX_3 \\ X_3 = (a+b)X_3 + \varepsilon \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ X_2 = (a+b)X_2 + a(a+b)^* \\ X_3 = (a+b)^*\varepsilon = (a+b)^* \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ X_2 = (a+b)^* a (a+b)^* \\ X_3 = (a+b)^* \end{cases}$$

$$L(\mathcal{C}) = \mathcal{L}\left(\left((a+b)^* a (a+b)^*\right)\right)$$
$$= A^* a A^*$$
$$= \{u \in A^* : |u|_a \geq 1\}$$

De facto $L(\mathcal{A}) = L(\mathcal{B}) = L(\mathcal{C})$.

16. Considere o autómato $\mathcal{A}$ representado pelo seguinte grafo.

$\mathcal{A} =$ 

(a) Descreva a linguagem $L(\mathcal{A})$.

(b) Determine um autómato determinista, completo e acessível equivalente a $\mathcal{A}$.

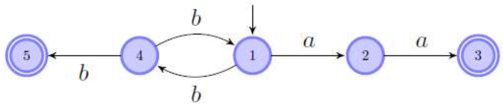
(c) Determine um autómato determinista, acessível e co-acessível equivalente a $\mathcal{A}$.

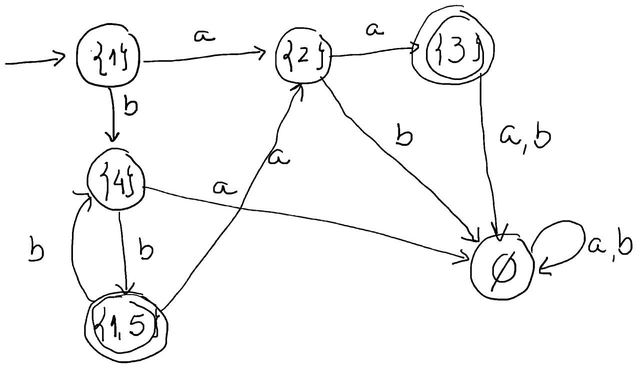
a)
$$\begin{cases} X_1 = aX_2 + bX_4 \\ X_2 = aX_3 \\ X_3 = \varepsilon \\ X_4 = bX_1 + bX_5 \\ X_5 = \varepsilon \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} X_1 = a^2 + b(bX_1 + b) \\ X_2 = a\varepsilon \\ X_3 = \varepsilon \\ X_4 = bX_1 + b\varepsilon \\ X_5 = \varepsilon \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} X_1 = a^2 + b^2X_1 + b^2 \\ \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} X_1 = (b^2)^*(a^2 + b^2) \\ \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \end{cases}$$

$$L(\mathcal{A}) = \mathcal{L}\left((b^2)^*(a^2+b^2)\right)$$
$$= (b^2)^* \{a^2, b^2\}$$

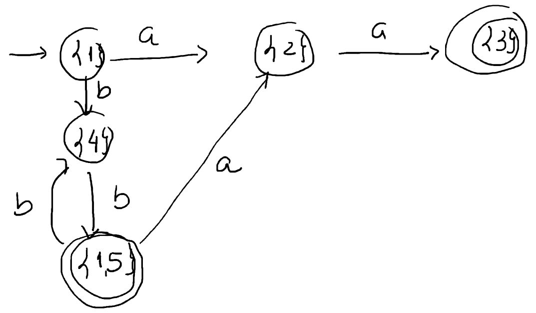
b)



$\mathcal{B}$ 

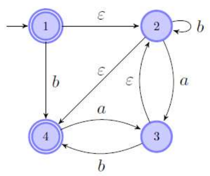
é um DCA equivalente ao autómato dado.

c) No autómato $\mathcal{B}$ o único estado não co-acessível é $\emptyset$. Logo se eliminarmos esse estado e todas as arestas que têm início ou fim ... equivalente determinista, acessível eliminarmos esse estado e todas as arestas que têm início ou fim em $\emptyset$, obtemos um autómato equivalente determinista, acessível e co-acessível. O resultado é o autómato seguinte:



18. Determine autómatos síncronos equivalentes a cada um dos seguintes autómatos assíncronos.

(b)

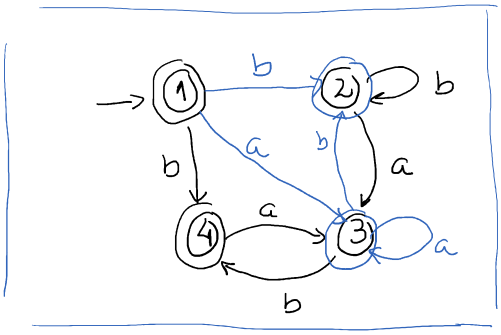


$\text{fecho}_\varepsilon(1) = \{1, 2, 4\}$

$\text{fecho}_\varepsilon(2) = \{2, 4\}$

$\text{fecho}_\varepsilon(3) = \{3, 2, 4\}$

$\text{fecho}_\varepsilon(4) = \{4\}$



$\underbrace{2 \xrightarrow{\varepsilon} 4 \xrightarrow{a} 3}_{a}$

$\underbrace{3 \xrightarrow{\varepsilon} 2 \xrightarrow{a} 3}_{a}$

$\underbrace{3 \xrightarrow{\varepsilon} 2 \xrightarrow{b} 2}_{b}$

$\underbrace{3 \xrightarrow{\varepsilon} 2 \xrightarrow{\varepsilon} 4 \xrightarrow{a} 3}_{a}$

$\underbrace{1 \xrightarrow{\varepsilon} 2 \xrightarrow{b} 2}_{b}$

$\underbrace{1 \xrightarrow{\varepsilon} 2 \xrightarrow{a} 3}_{a}$

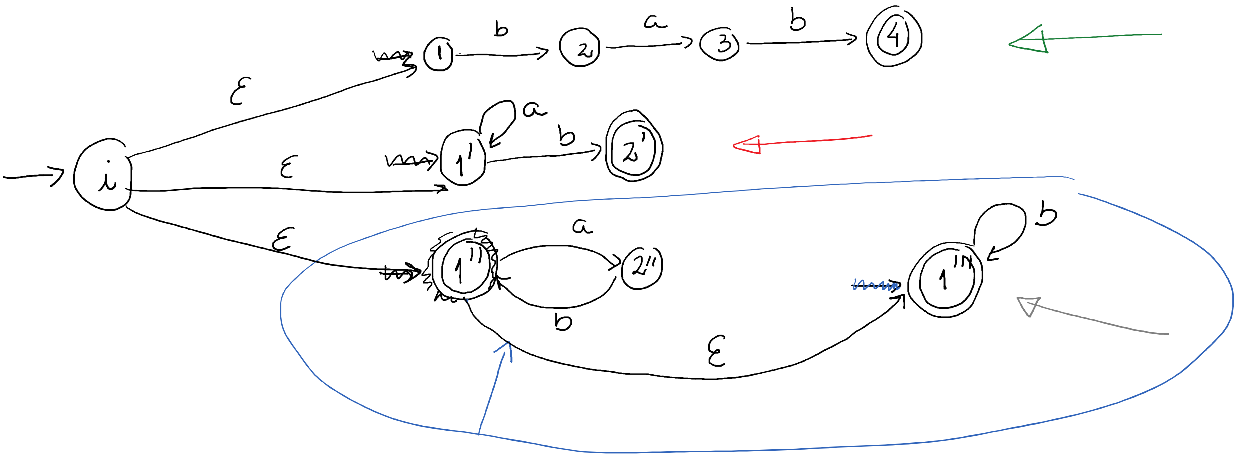
$\underbrace{1 \xrightarrow{\varepsilon} 2 \xrightarrow{\varepsilon} 4 \xrightarrow{a} 3}_{a}$

$1 \xrightarrow{\varepsilon} 2 \xrightarrow{\varepsilon} 4 \longrightarrow X$

19. Determine autómatos assíncronos que reconheçam as seguintes linguagens sobre o alfabeto $A = \{a, b\}$.

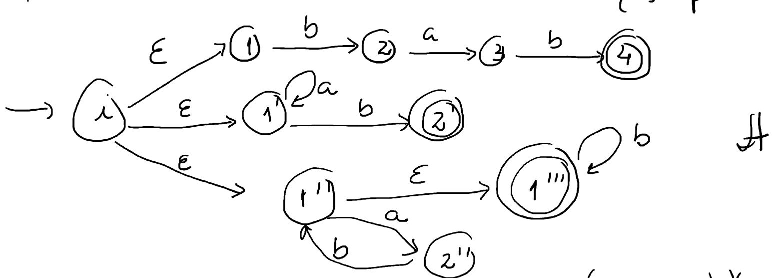
(a) $bab+a^*b+(ab)^*b^*$. (b) $(bab+a^*b+(ab)^*b^*)^*$.

a) $L(bab + a^*b + (ab)^*b^*) = \{bab\} \cup a^*b \cup (ab)^*b^*$

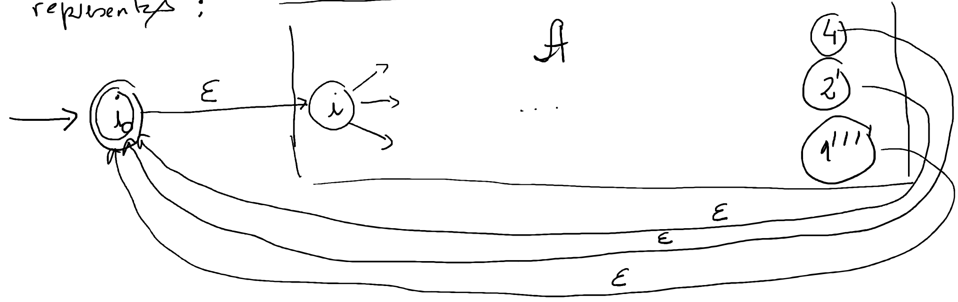


ou seja, um autómato nas condições pedidas é:

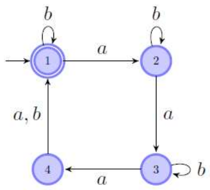
Ou seja, um autómato nas condições pedidas é:



b) Quer-se um autómato que reconheça $(L(\mathcal{A}))^*$. Tal autómato tem a seguinte representação:



23. Considere o alfabeto $A = \{a, b\}$ e o autómato $\mathcal{A}$ descrito na figura abaixo.



(a) Determine $L(\mathcal{A})$, utilizando o método das equações lineares.

(b) Determine o autómato minimal equivalente ao autómato dado.