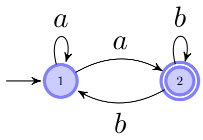
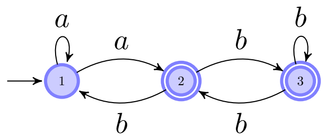
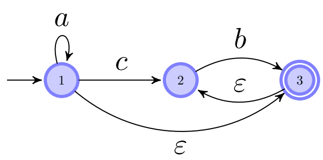
(a) $bab+a^*b+(ab)^*b^*$. (b) $(bab+a^*b+(ab)^*b^*)^*$. (c) $a(bab+a^*b+(ab)^*b^*)^*(a+b)^*$.

20. Considere os seguintes autómatos.

$\mathcal{A} =$ 

$\mathcal{B} =$ 

$\mathcal{C} =$ 

Em cada caso,

(a) indique o sistema de equações lineares que lhe está associado; (sugestão para o autómato $\mathcal{C}$: adaptar o sistema associado fazendo $s_j = \varepsilon$ se $\text{fecho}_\varepsilon(j) \cap F \neq \emptyset$, e fazendo $s_j = \emptyset$ caso contrário)

(b) resolva o sistema e determine uma expressão regular que represente a linguagem reconhecida pelo autómato.

21. Recorrendo à elaboração de autómatos e usando sistemas de equações lineares, determine uma expressão regular que represente cada uma das seguintes linguagens sobre o alfabeto $A = \{a, b, c\}$.

(a) $L_1 = \{u \in A^* : |u|_b \leq 1\}$.

(b) $L_2 = \{u \in A^* : |u|_a$ é par$\}$.

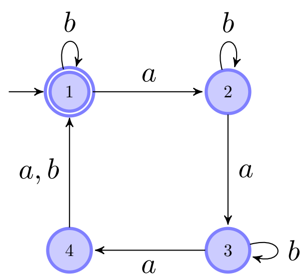
(c) $L_3 = \{u \in A^* : u$ tem uma e uma só ocorrência do factor $ab\}$.

22. Sejam $A = \{a, b\}$ um alfabeto e $L = A^*(ab)^+$.

(a) Determine todos os resíduos da linguagem L.

(b) Deduza que L é reconhecível.

23. Considere o alfabeto $A = \{a, b\}$ e o autómato $\mathcal{A}$ descrito na figura abaixo.

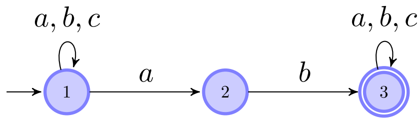


(a) Determine $L(\mathcal{A})$, utilizando o método das equações lineares.

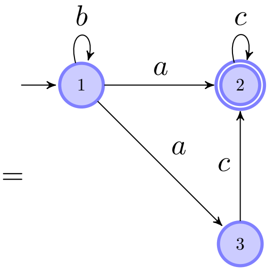
(b) Determine o autómato minimal equivalente ao autómato dado.

24. Considere os autómatos $\mathcal{A}_1$ e $\mathcal{A}_2$ representados respetivamente por

$\mathcal{A}_1 =$



$\mathcal{A}_2 =$



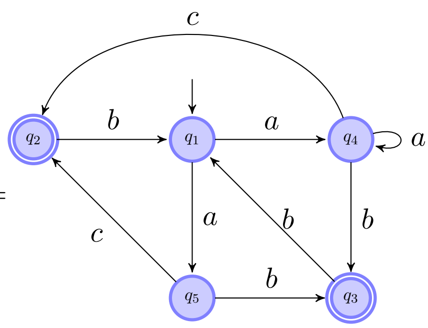
e para cada um destes autómatos:

(a) Calcule um autómato determinista completo e acessível que lhe seja equivalente.

(b) Determine o autómato minimal que lhe é equivalente.

25. Considere o alfabeto $A = \{a, b, c\}$ e o autómato $\mathcal{A}$ descrito na figura abaixo.

$\mathcal{A} =$

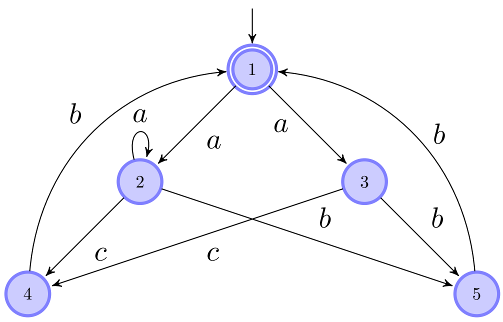


(a) Determine $L(\mathcal{A})$, utilizando o método das equações lineares.

(b) Indique um autómato determinista e acessível que reconheça $L(\mathcal{A})^*$.

(c) Determine o autómato minimal que reconhece $L(\mathcal{A})^*$.

26. Considere o alfabeto $A = \{a, b, c\}$ e o autómato $\mathcal{A}$ descrito na figura abaixo.



(a) Determine duas palavras de comprimento maior do que 7 que sejam aceites pelo autómato $\mathcal{A}$.

(b) Determine $L(\mathcal{A})$, utilizando o método das equações lineares.

(c) Indique um autómato síncrono determinista que reconheça $L(\mathcal{A}) \cup \mathcal{L}(a^*b^*)$.

27. Seja $A = \{0, 1\}$. Considere as linguagens:

- L_1 constituída pelas palavras sobre A que têm pelo menos um algarismo repetido;
- L_2 constituída pelas palavras sobre A que têm um número par de ocorrências do símbolo 1 e um número ímpar de ocorrências do símbolo 0.

(a) Para cada uma das linguagens anteriores, determine um autómato que a reconhece.

(b) Para cada uma das linguagens anteriores, indique uma expressão regular que a represente.

(c) Determine o autómato minimal que reconhece L_1:

i. determinando-o por minimização do autómato calculado anteriormente;

ii. usando a construção com base no cálculo de resíduos.

28. Seja $A = \{a, b, c\}$ um alfabeto. Considere os seguintes autómatos finitos:

(i) $\mathcal{B}_1 = (\{1, 2, 3, 4\}, A, \delta_1, 1, \{2, 3\})$ em que a função de transição δ_1 é definida pela tabela abaixo.

δ_1	1	2	3	4
a	$\{2,4\}$	$\{3\}$	$\varnothing$	$\{4\}$
b	$\{1\}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{1\}$
c	$\{1\}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{1\}$

(ii) $\mathcal{B}_2 = (\{1, 2, 3, 4\}, A, \delta_2, 1, \{3, 4\})$ em que a função de transição δ_2 é definida pela tabela abaixo.

δ_2	1	2	3	4
a	$\{3\}$	$\{2\}$	$\{4\}$	$\{2\}$
b	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$
c	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$

(iii) $\mathcal{B}_3 = (\{1, 2, 3, 4\}, A, \delta_3, 1, \{3, 4\})$ em que a função de transição δ_3 é definida pela tabela abaixo.

δ_3	1	2	3	4
a	$\{1\}$	$\{1,3\}$	$\{4\}$	$\varnothing$
b	$\{2\}$	$\{1\}$	$\varnothing$	$\varnothing$
c	$\{2\}$	$\{1\}$	$\varnothing$	$\varnothing$

De entre as afirmações seguintes selecione a afirmação verdadeira.

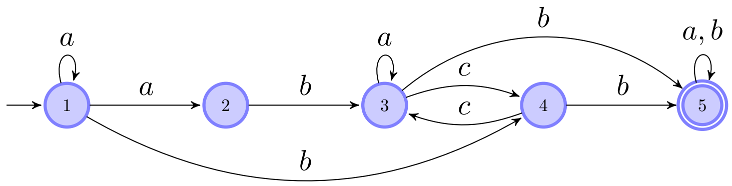
(a) $\mathcal{B}_2$ é um autómato minimal e $\mathcal{B}_2$ é equivalente a $\mathcal{B}_1$.

(b) $\mathcal{B}_1$ é um autómato minimal e $\mathcal{B}_2$ é equivalente a $\mathcal{B}_1$.

(c) $\mathcal{B}_1$, $\mathcal{B}_2$ e $\mathcal{B}_3$ são autómatos equivalentes.

(d) $\mathcal{B}_2$ e $\mathcal{B}_3$ são autómatos e acessíveis e são equivalentes.

29. Considere o alfabeto $A = \{a, b, c\}$ e o autómato $\mathcal{A}$ descrito na figura abaixo.



(a) Determine uma palavra, que admite o factor c^2a^3c, reconhecida pelo autómato $\mathcal{A}$ e verifique se $\mathcal{A}$ é determinista.

(b) Determine um autómato que seja determinista, completo e acessível e que reconheça a linguagem $L(\mathcal{A})$.

(c) Determine um autómato que seja determinista e acessível e que reconheça a linguagem $L(\mathcal{A})^*$.

(d) Calcule $L(\mathcal{A})^*$.

30. Sejam A um alfabeto e $L \subseteq A^*$ uma linguagem reconhecível. Mostre que $A^* \setminus L$ é uma linguagem reconhecível.

31. Seja $A = \{a, b\}$. Mostre que são reconhecíveis as linguagens:

(a) $a^{-1}A^*abaA^*$; (b) $(abab)^{-1}A^*abaA^*$.

32. Sejam A um alfabeto, $u \in A^*$ e L uma linguagem sobre A. Supondo que L é reconhecível, mostre que $u^{-1}L$ é uma linguagem reconhecível.

33. Elabore uma pequena pesquisa de modo a responder às questões seguintes.

(a) Sejam A um alfabeto e L_1 e L_2 linguagens sobre A reconhecíveis. Mostre que:

i. $L_1 \cap L_2$ é uma linguagem reconhecível;

ii. $L_1 \setminus L_2$ é uma linguagem reconhecível.

(b) Seja $A = \{a, b, c\}$. Mostre que são reconhecíveis as linguagens:

i. K_1 constituída pelas palavras com um número par de ocorrências de a e que admitem bc como factor.

ii. K_2 constituída por todas as palavras que têm um número par de ocorrências de a e que não têm ca^2 como fator.