Universidade do Minho — 20 de dezembro de 2016

2º Teste de

Computabilidade e Complexidade

Lic. Ciências da Computação — Duração: 2h15min

Este teste é constituído por 5 questões. Todas as respostas devem ser devidamente ***justificadas****.*

1. Seja h a função obtida por recursão primitiva das funções $f : x \mapsto x^2$ e $g : (x, y, z) \mapsto y + z$.

a) Calcule $h(5, 1)$.

b) Identifique a função h.

c) Mostre que h é uma função recursiva primitiva.

d) Determine a função M_g de minimização de g.

2. Seja $A : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0$ a função de Ackermann que, recorde, é definida por:

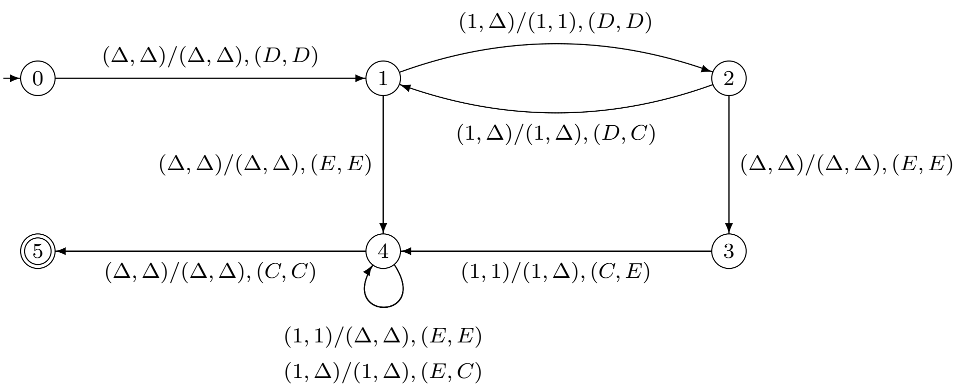
i) $A(0, y) = y + 1$; **ii)** $A(x + 1, 0) = A(x, 1)$; **iii)** $A(x + 1, y + 1) = A\big(x, A(x + 1, y)\big)$.

a) Determine $A(2, 1)$.

b) Sabendo que $A(x, y) > y$ para quaisquer $x, y \in \mathbb{N}_0$, prove que $A(x, y + 1) > A(x, y)$ para todos os $x, y \in \mathbb{N}_0$. *[**Sugestão**: fixe y e use indução sobre x.]*

3. Mostre que n^2 não é $\mathcal{O}(n)$.

4. Seja $A = \{1\}$ e seja $\mathcal{T}$ a seguinte máquina de Turing sobre A com duas fitas,



a) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir de $(0, \underline{\Delta}11111, \underline{\Delta})$.

b) Identifique a função $g : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ calculada por $\mathcal{T}$.

c) Determine a função $tc_{\mathcal{T}}$, de complexidade temporal da máquina $\mathcal{T}$.

d) Mostre que a função g é computável em tempo polinomial.

5. Considere duas linguagens $L_1 \subseteq A_1^*$ e $L_2 \subseteq A_2^*$.

a) Mostre que, se $L_1 \notin P$ e $L_2 \in P$, então $L_1 \not\leq_p L_2$.

b) Considere as linguagens $L_1 = a^*ba^*$ e $L_2 = \{a^nba^n : n \geq 0\}$ sobre o alfabeto $A = \{a, b\}$. Prove que $L_1 \leq_p L_2$.

Cotação:
- **1**. 5,5 valores (1,25 + 1,5 + 1,25 + 1,5)
- **2**. 3,25 valores (1,25 + 2)
- **3**. 1,75 valores
- **4**. 6 valores (1,25 + 1,5 + 1,75 + 1,5)
- **5**. 3,5 valores (1,25 + 2,25)