Universidade do Minho	30 de janeiro de 2017
Exame de recurso de **Computabilidade e Complexidade**	
Lic. Ciências da Computação	Duração: 2h15min

Este teste é constituído por 5 questões. Todas as respostas devem ser devidamente ***justificadas****.*

1. Seja $A = \{a, b\}$. Considere a máquina de Turing

$$\mathcal{T} = (\{0, 1, 2, 3, 4\}, A, A \cup \{\Delta\}, \delta, 0, 4, \Delta)$$

onde a função transição δ é definida pela tabela seguinte:

δ	a	b	Δ
0			$(1, \Delta, D)$
1	$(1, a, D)$	$(1, b, D)$	$(2, \Delta, E)$
2		$(3, b, E)$	
3	$(3, b, E)$	$(3, a, E)$	$(4, \Delta, C)$

A máquina $\mathcal{T}$ calcula uma função parcial $g : A^* \to A^*$.

a) Represente $\mathcal{T}$ graficamente.

b) Identifique o domínio D da função g.

c) Para cada elemento $u \in D$, determine a palavra $g(u)$.

2. Considere o alfabeto $A = \{a, b, c\}$ e a linguagem $L = \{a^n bc^n ba^n : n \in \mathbb{N}_0\}$.

a) Construa uma máquina de Turing que reconheça L e descreva informalmente a estratégia dessa máquina.

b) Diga, justificando, se a linguagem L é recursiva.

c) Explique se o problema de decisão $P(w)$: "$w \in L$?" é ou não decidível.

3. Seja $h : \mathbb{N}_0^3 \to \mathbb{N}_0$ a função definida, para cada $(x, y, z) \in \mathbb{N}_0^3$, por $h(x, y, z) = x + yz$.

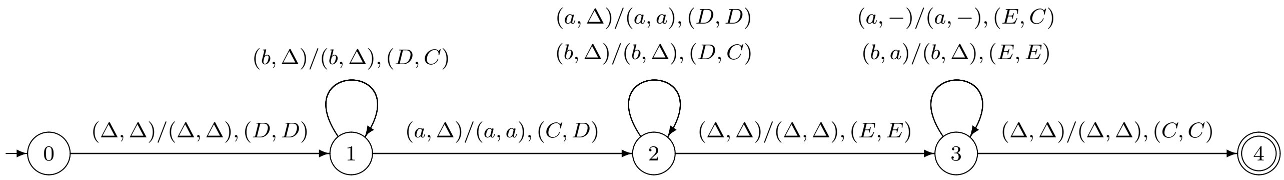
a) Defina recursivamente a função h. Ou seja, determine funções $f : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0$ e $g : \mathbb{N}_0^4 \to \mathbb{N}_0$ tais que $h = \mathrm{Rec}(f, g)$.

b) Mostre que h é uma função recursiva primitiva.

c) Determine a função M_h de minimização de h.

(v.s.f.f.)

4. Seja $A = \{a, b\}$ e seja $\mathcal{T}$ a seguinte máquina de Turing sobre A com duas fitas,



a) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}babbab, \underline{\Delta})$ e diga se a palavra *babbab* é aceite por $\mathcal{T}$.

b) Identifique a linguagem L reconhecida por $\mathcal{T}$.

c) Determine a função de complexidade temporal da máquina $\mathcal{T}$.

d) Mostre que $L \in DTIME(n)$.

e) Sendo K a linguagem $K = \{1^{3n} : n \in \mathbb{N}\}$ sobre o alfabeto $\{1\}$, mostre que $L \leq_p K$.

5. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas.

a) Se L é uma linguagem recursiva e $w \in L$, então toda a máquina de Turing pára com a entrada w.

b) O problema "Dada uma máquina de Turing $\mathcal{T}$, será que a linguagem $L(\mathcal{T})$ é regular?" é decidível.

c) A função $f(n) = 3^n + n^2$ é de ordem $\mathcal{O}(3^n)$.

(Fim)

Cotação:
- **1**. 3 valores $(1 + 1 + 1)$
- **2**. 4 valores $(2{,}5 + 0{,}75 + 0{,}75)$
- **3**. 3,5 valores $(1{,}5 + 1 + 1)$
- **4**. 6,5 valores $(1{,}25 + 1{,}25 + 1{,}5 + 1 + 1{,}5)$
- **5**. 3 valores $(1 + 1 + 1)$