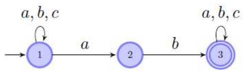
7ª aula

19 de abril de 2021 17:00

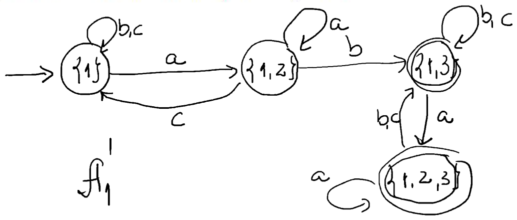
24. Considere os autómatos $\mathcal{A}_1$ e $\mathcal{A}_2$ representados respetivamente por

$\mathcal{A}_1 =$ 

(a) Calcule um autómato determinista completo e acessível que lhe seja equivalente.

(b) Determine o autómato minimal que lhe é equivalente.

a)



$\mathcal{A}_1'$

$\delta(1,a) \cup \delta(2,a) = \{1,2\} \cup \emptyset = \{1,2\}$
$\delta(1,b) \cup \delta(2,b) = \{1\} \cup \{3\} = \{1,3\}$
$\delta(1,c) \cup \delta(2,c) = \{1\} \cup \cup \emptyset = \{1\}$

$\delta(1,a) \cup \delta(3,a) = \{1,2,3\}$
$\delta(1,b) \cup \delta(3,b) = \{1,3\}$
$\delta(1,c) \cup \delta(3,c) = \{1,3\}$

$\delta(1,a) \cup \delta(2,a) \cup \delta(3,a) = \{1,2,3\}$
$\delta(1,b) \cup \delta(2,b) \cup \delta(3,b) = \{1,3\}$
$\delta(1,c) \cup \delta(2,c) \cup \delta(3,c) = \{1,3\}$

$\mathcal{A}_1'$ é DCA e equivalente $\mathcal{A}_1$.

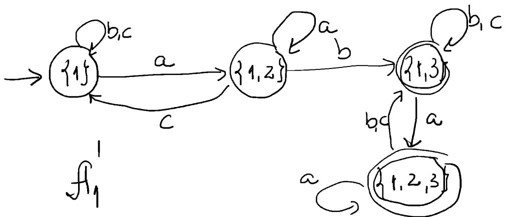
b) Vamos calcular a relação $\sim$.

Para simplificar:
q_1 — $\{1\}$
q_2 — $\{1,2\}$
q_3 — $\{1,3\}$
q_4 — $\{1,2,3\}$

- $Q/\sim_0 = \{\{q_3,q_4\}, \{q_1,q_2\}\}$

$q_3 \sim_0 q_4$, $\delta(q_3,a) = q_4 = \delta(q_4,a)$, $\delta(q_3,b) = q_3 = \delta(q_4,b)$ e $\delta(q_3,c) = q_3 = \delta(q_4,c)$

Logo $q_3 \sim_1 q_4$



$\mathcal{A}_1'$

$q_1 \sim_0 q_2$, $\delta(q_1,a) = q_2 = \delta(q_2,a)$, $\delta(q_1,b) = q_1 \not\sim_0 q_3 = \delta(q_2,b)$

Então $q_1 \not\sim_1 q_2$.

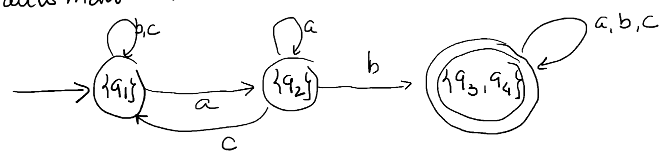
$Q/\sim_1 = \{\{q_1\}, \{q_2\}, \{q_3, q_4\}\}$

Como $\delta(q_3,a) = \delta(q_4,a)$, $\delta(q_3,b) = \delta(q_4,b)$ e $\delta(q_3,c) = \delta(q_4,c)$, então teríamos $q_3 \sim_k q_4$ $\forall k \in \mathbb{N}_0$.

Como $\delta(q_3,a)=\delta(q_4,a)$, $\delta(q_3,b)=\delta(q_4,b)$ e $\delta(q_3,c)=\delta(q_4,c)$, então teríamos $q_3 \sim_k q_4$ $\forall k \in \mathbb{N}_0$.

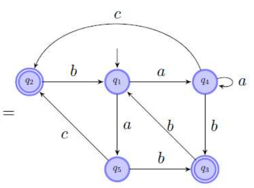
Em particular $Q/\sim_2 = \{\{q_1\}, \{q_2\}, \{q_3, q_4\}\}$, pelo que $\sim_2 = \sim_1 = \sim$. Logo $Q/\sim$ tem 3 estados: $\{q_1\}, \{q_2\}, \{q_3,q_4\}$.

O autómato minimal é então:



25. Considere o alfabeto $A = \{a, b, c\}$ e o autómato $\mathcal{A}$ descrito na figura abaixo.

$\mathcal{A} =$



(a) Determine $L(\mathcal{A})$, utilizando o método das equações lineares.
(b) Indique um autómato determinista e acessível que reconheça $L(\mathcal{A})^*$.
(c) Determine o autómato minimal que reconhece $L(\mathcal{A})^*$.

a)
$$\begin{cases} X_1 = aX_4 + aX_5 \\ X_2 = bX_1 + \varepsilon \\ X_3 = bX_1 + \varepsilon \\ X_4 = cX_2 + bX_3 + aX_4 \\ X_5 = \underbrace{cX_2 + bX_3} \end{cases} \quad X_2 = X_3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} X_2 = bX_1 + \varepsilon \\ X_3 = X_2 \\ X_4 = (c+b)X_2 + aX_4 = X_5 + aX_4. \\ X_5 = (c+b)X_2 \end{cases}$$

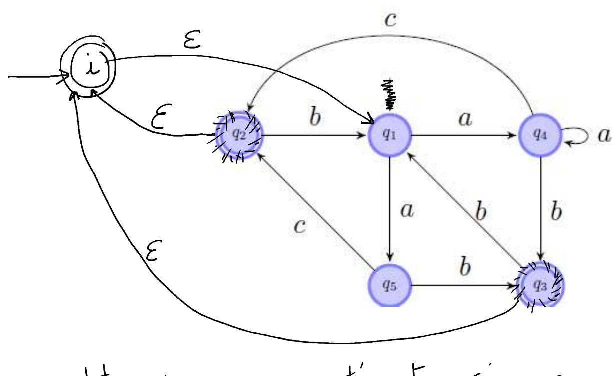
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \equiv \\ \equiv \\ X_4 = a^* X_5 \\ X_5 = (c+b)(bX_1 + \varepsilon) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X_1 = a a^* X_5 + a X_5 = (a^+ + a) X_5 = a^+ X_5 \\ \equiv \\ \equiv \\ \equiv \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} X_1 = a^+ (c+b)(bX_1 + \varepsilon) = a^+(c+b)\,b\,X_1 + a^+(c+b)\varepsilon \\ \equiv \\ \equiv \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} X_1 = \left(a^+ (c+b)\, b\right)^* a^+ (c+b) \\ \equiv \\ \equiv \end{cases}$$

$$L = L(\mathcal{A}) = \mathcal{L}\left((a^+(c+b)\,b)^* a^+ (c+b) \right) = (a^+ \{c,b\}\, b)^* a^+ \{c,b\}$$

b)

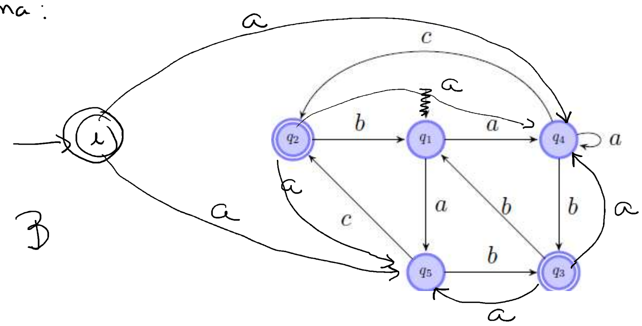


Este autómato é um autómato assíncrono que reconhece L^*.

$\text{fecho}_\varepsilon(q_3) = \{q_3, i\}$
$\text{fecho}_\varepsilon(i) = \{i, q_1\}$
$\text{fecho}_\varepsilon(q_2) = \{q_2, i\}$

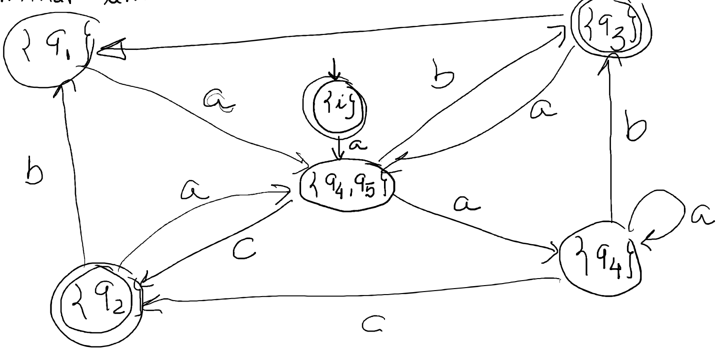
Vamos agora determinar um autómato síncrono equivalente ao autómato acima.

Vamos agora determinar um autómato síncrono equivalente ao autómato acima:



B é:
Autómato síncrono, equivalente ao autómato anterior, logo reconhece L^*. (Os estados finais são i, q_2 e q_3).

Falta determinar um autómato determinista e acessível equivalente a B



Este é um autómato DA que reconhece L^*.

c) Queremos determinar um autómato minimal equivalente ao anterior.

...

28. Seja $A = \{a, b, c\}$ um alfabeto. Considere os seguintes autómatos finitos:

(i) $\mathcal{B}_1 = (\{1,2,3,4\}, A, \delta_1, 1, \{2,3\})$ em que a função de transição δ_1 é definida pela tabela abaixo.

δ_1	1	2	3	4
a	$\{2,4\}$	$\{3\}$	$\varnothing$	$\{4\}$
b	$\{1\}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{1\}$
c	$\{1\}$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{1\}$

(ii) $\mathcal{B}_2 = (\{1,2,3,4\}, A, \delta_2, 1, \{3,4\})$ em que a função de transição δ_2 é definida pela tabela abaixo.

δ_2	1	2	3	4
a	$\{3\}$	$\{2\}$	$\{4\}$	$\{2\}$
b	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$
c	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$

(iii) $\mathcal{B}_3 = (\{1,2,3,4\}, A, \delta_3, 1, \{3,4\})$ em que a função de transição δ_3 é definida pela tabela abaixo.

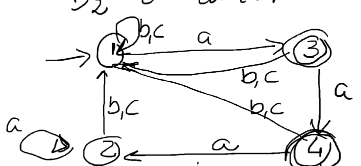
δ_3	1	2	3	4
a	$\{1\}$	$\{1,3\}$	$\{4\}$	$\varnothing$
b	$\{2\}$	$\{1\}$	$\varnothing$	$\varnothing$
c	$\{2\}$	$\{1\}$	$\varnothing$	$\varnothing$

De entre as afirmações seguintes selecione a afirmação verdadeira.

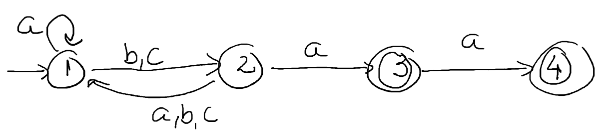
(a) $\mathcal{B}_2$ é um autómato minimal e $\mathcal{B}_2$ é equivalente a $\mathcal{B}_1$.
~~(b)~~ $\mathcal{B}_1$ é um autómato minimal e $\mathcal{B}_2$ é equivalente a $\mathcal{B}_1$.
~~(c)~~ $\mathcal{B}_1$, $\mathcal{B}_2$ e $\mathcal{B}_3$ são autómatos equivalentes.
~~(d)~~ $\mathcal{B}_2$ e $\mathcal{B}_3$ são autómatos e acessíveis e são equivalentes. ✓

B_1 não é completo, não é determinista. Logo B_1 tb não é minimal, pelo que b) é falsa.

B_2 é determinista e completo.



B_3 não é completo nem determinista



Dos gráficos sei que B_2 e B_3 são autómatos acessíveis.

Se (c) for verdadeira, então d) também é

Se (c) for verdadeira, então d) também é verdadeira. Como só pode haver uma alínea verdadeira, então (c) é falsa.
O autómato B_2 reconhece a palavra a mas o autómato B_3 não reconhece a palavra a. Logo B_2 não é equivalente a B_3. Logo (d) é falsa.
Finalmente, conclui-se que (a) é verdadeira.