Grupo 14

Trabalho realizado por:

- Beatriz Fernandes Oliveira A91640
- Catarina Martins Sá Quintas A91650

```
!pip install ortools
```

```
!pip install z3-solver
```

Problema 2: Circuito Booleano

Consideremeos um circuito booleano C constituído por n "wires" de "input" e por um único "wire" de output. Para o descrever, utilizaremos um bi-grafo com uma classe de nodos, que representando os "gates",e a segunda classe, que representa os "wires".

$Requisitos$

- Cada nodo contém um campo val cujo conteúdo descreve a semântica desse nodo; para os "wires" o campo val contém uma variável SCIP; para as "gates" o campo val contém uma marca bo conjunto and, or, xor e not, que indica o tipo de "gate".
- Com exceção de not , que é um operador unário, todas as restantes "gates" têm um número arbitrário de "inputs" e um único "output".
- No grafo os arcos com origem numa determinada "gate" têm destino nos "wires" que são "input" dessa "gate". Cada "wire" que não é "input" é origem de um único arco que tem como destino a "gate" do qual esse "wire" é "output".

```
import random
import numpy as np
import networkx as nx
from z3 import *
```

```
def determine_each_node_value(n_input, gama):
  s = Solver()

  n_and, n_or, n_not, n_nodes  = Ints('n_and n_or n_not n_nodes')

  s.add(n_input + 2*n_and + 2*n_or + 2*n_not == n_nodes)
  s.add(ToInt(gama*ToReal(n_nodes)) == n_and)
  s.add(n_nodes >= n_input + 2)
  s.add(n_and > 0)
  s.add(n_or > 0)
```

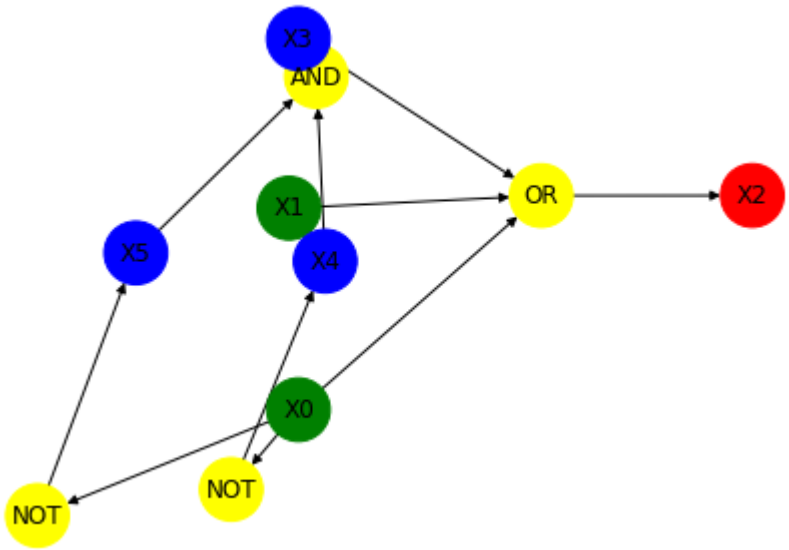
```
  s.add(n_not > 0)

  if s.check()==sat :
      m = s.model()
      print(m)
      for d in m.decls():
          print("%s = %d" % (d.name(), m[d].as_long()))
  else:
      print("Não tem solução.")

  return (m[n_nodes].as_long(),m[n_not].as_long(),m[n_or].as_long(),m[n_and].as_lon


def generate_graph(n_input,n_not,n_or,n_and):
  #Função que recursivamente preenche o grafo
  def generate_graph_recursive(op_orig,node_index,ops,inputs,inputs_check,circuit,l

    #Conetar a operação que estamos a fazer para o respetivo output
    circuit.add_edge(op_orig,"X"+str(node_index))

    #No caso de ser a operação NOT, só pode haver apenas uma entrada
    if op_orig.startswith("NOT"):
      #Verificar se existem ainda operações que não estão a ser utilizadas, e estam
      #Forçar que o node que connecta para o atual nodo é o resultado de uma operaç
      if last and len(ops)>0:
        n_index = random.randint(0,len(ops)-1)
        op = ops.pop(n_index)
        if len(ops)==0:
          last = False
        node_index = node_index + 1
        circuit.add_node("X"+str(node_index))
        circuit.add_edge("X"+str(node_index),op_orig)
        inputs_check, node_index = generate_graph_recursive(op,node_index,ops,input

      #No caso de não importar o número de operações que ainda não foram utilizadas
      #Então o nodo connectado pode tanto ser um input ou o resultado de uma operaç
      else:
        #Preenche com as possíveis operações.
        n_ops = 0
        if len(ops)>0:
          #Decide entre usar o node operação ou não.
          n_ops = random.randint(0,1)
          args = np.random.choice(ops, size=n_ops, replace=False)
          for arg in args:
            ops.remove(arg)
            node_index = node_index + 1
            circuit.add_node("X"+str(node_index))
            circuit.add_edge("X"+str(node_index),op_orig)
            inputs_check, node_index = generate_graph_recursive(arg,node_index,ops,

        #Preenche com o input, se anteriormente decidiu não usar o node de operação
        if n_ops == 0:
          n_index = random.randint(0,len(inputs)-1)
          arg = inputs[n_index]
          circuit.add_edge(arg,op_orig)
```

```
        if arg in inputs_check:
            inputs_check.remove(arg)

  #Podemos ter mais de que uma entrada
  else:
    #Preenche com as operações possíveis
    n_ops=0
    if len(ops)>0:
      min_args = 0
      if last:
        min_args = 1
      n_ops = random.randint(min_args,len(ops))
      args = np.random.choice(ops, size=n_ops, replace=False)
      for arg in args:
        ops.remove(arg)
      for i in range(len(args)):
        if len(ops)>0 and i+1 == len(args):
          node_index = node_index + 1
          circuit.add_node("X"+str(node_index))
          circuit.add_edge("X"+str(node_index),op_orig)
          inputs_check, node_index = generate_graph_recursive(args[i],node_index,
        else:
          node_index = node_index + 1
          circuit.add_node("X"+str(node_index))
          circuit.add_edge("X"+str(node_index),op_orig)
          inputs_check, node_index = generate_graph_recursive(args[i],node_index,
    min_args = 0

    #Preenche com os inputs

    #Assegura a existência de pelo menos 2 argumentos
    if n_ops<=1:
      min_args = 2-n_ops

    #Caso haja apenas 1 input, repete-o
    if min_args>len(inputs):
      n_args = min_args
      args = np.random.choice(inputs, size=n_args, replace=True)
    else:
      n_args = random.randint(min_args,len(inputs))
      args = np.random.choice(inputs, size=n_args, replace=False)
      for arg in args:
        if arg in inputs_check:
            inputs_check.remove(arg)
        circuit.add_edge(arg,op_orig)

  return inputs_check, node_index


#Preenche com nodos input e operação nodos
total_inputs = []
total_ops = []

circuit = nx.DiGraph()
#Preenche com os nodos input
```

```
  for i in range(n_input):
    total_inputs.append("X"+str(i))
    circuit.add_node("X"+str(i))

  for i in range(n_not):
    total_ops.append("NOT_"+str(i))
    circuit.add_node("NOT_"+str(i),gate="NOT")

  for i in range(n_or):
    total_ops.append("OR_"+str(i))
    circuit.add_node("OR_"+str(i),gate="OR")

  for i in range(n_and):
    total_ops.append("AND_"+str(i))
    circuit.add_node("AND_"+str(i),gate="AND")



  #Faz uma copia para preservar os valores originais
  ops = total_ops.copy()
  inputs = total_inputs.copy()

  #Escolhe a primeira operação
  opindex = random.randint(0,len(ops)-1)
  op = ops.pop(opindex)

  #Adiciona o output da primeira operação
  node_index = len(total_inputs)
  output = "X"+str(node_index)
  circuit.add_node(output)

  #Gera recursivamente o resto do grafo
  generate_graph_recursive(op,node_index,ops,total_inputs,inputs,circuit,True)

  #Assegura que todos os inputs estão connectados
  if len(inputs)>0:
    if n_and > 0:
      for input in inputs:
        circuit.add_edge(input,"AND_0")
    elif n_or > 0:
      for input in inputs:
        circuit.add_edge(input,"OR_0")

  #Nodos Input: Verde; Nodos Intermédios: Blue; Gate: Yellow; Output: Red
  nx.draw(circuit, with_labels=True, node_size=1000, node_color=['yellow' if 'gate'

  return circuit



def alinea_a():
  n_input = 2
  gamma = 0.1
  n_nodes, n_not,n_or,n_and = determine_each_node_value(n_input,gamma)
  circuit = generate_graph(n_input,n_not,n_or,n_and)
```

```
alinea_a()
```

```
[n_nodes = 10, n_not = 2, n_or = 1, n_and = 1]
n_nodes = 10
n_not = 2
n_or = 1
n_and = 1
```



Restrições

Para determinar o vetor de inputs, temos que adicionar as restrições ao solver, para as diferentes possibilidades do valor do wire de output. Considerando y um wire de output, temos as seguintes condições:

- Para y=neg(x), temos que y+x=1
- Para y=or$(x_1, . . , x_n)$, é necessário que $y \leq \sum_{i=1}^{n} x_i \quad \wedge \quad x_i \leq y$
- Para y=and$(x_1, . . , x_n)$:$\sum_{i=1}^{n} x_i < y + n \quad \wedge \quad x_i \geq y$
- Para y=xor$(x_1, . . , x_n)$ e considerando y' uma variável tal que: $y + 2 \times y' = \sum_{i=1}^{n} x_i$

```
from ortools.linear_solver import pywraplp

def retricoes(circuit):
    s = pywraplp.Solver.CreateSolver('SCIP')
    wires = [n for n in circuit if circuit.nodes[n]['val'] == 'INPUT' or circuit.no
    X = {}
    for wire in wires:
      X[wire]=s.BoolVar(str(wire))
    for n in wires:
        inputs = circuit.in_edges(n)
        if G.nodes[n]['val'] == 'AND':
            for i in inputs:
              s.Add(sum(X[i]) < X[n]+len(inputs))
```

```
            s.Add(X[i] >= X[n])
        elif G.nodes[n]['val'] == 'OR':
            for i in inputs:
              s.Add(X[n] <= sum(X[i]))
              s.Add(X[i] <= X[n])
        elif G.nodes[n]['val'] == 'NOT':
          s.Add(X[n] + X[inputs[0]] == 1)
        else:
          for i in inputs:
            for t in range(0,n/2):
              s.Add(X[n]+2==sum(X[i]))

#c)
    s.Add(X[n]==1)
    if s.Solve()==pywraplp.Solver.OPTIMAL:
      return (s.Objective().Value())
    else:
      print("O problema não tem solução optimal")
```