Universidade do Minho
Dep. Matemática e Aplicações

Geometria

Lic. Ciências da Computação
19/04/2017
Primeiro Teste

Todas as respostas devem ser justificadas e os cálculos devem ser apresentados.

1. Seja $\mathcal{A}$ um plano euclidiano munido de referencial $\mathcal{R} = \{O, \mathcal{B} = (\vec{v}_1, \vec{v}_2)\}$, verificando
$$\vec{v}_1.\vec{v}_1 = 2, \quad \vec{v}_1.\vec{v}_2 = -1, \quad \vec{v}_2.\vec{v}_2 = 1.$$
   (a) Determine a amplitude do ângulo (não orientado) formado por $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$;
   (b) Determine a distância entre os pontos A e B, onde $A = (1,0)_{\mathcal{R}}$ e $B = (2,1)_{\mathcal{R}}$.

2. Seja $\mathcal{A}$ um plano euclidiano munido de referencial ortonormado. Sejam A, B e C três pontos de $\mathcal{A}$ tais que
$$d(A,B) = 1, \quad d(A,C) = 2, \quad \cos\angle(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 1/2.$$
Determine $d(B,C)$.

3. Seja $\mathcal{A}$ um espaço afim tridimensional munido de referencial ortonormado. Determine a área do paralelogramo formado pelos vetores $\vec{u} = (2,0,-1)$ e $\vec{v} = (1,-1,1)$.

4. Seja $\mathcal{A}$ um espaço afim tridimensional munido de referencial ortonormado. Considere a reta r e o plano π dados na forma vetorial por
$$r =< (2,1,0) > \quad \text{e} \quad \pi = (1,-1,2)+ < (1,1,1), (-1,0,1) >$$
   (a) Determine um sistema de equações cartesianas de r.
   (b) Determine uma equação cartesiana de π.
   (c) Verifique se a reta r é ou não paralela ao plano π.

5. Seja $\mathcal{A}$ um espaço afim tridimensional munido de referencial ortonormado. Mostre que as retas
$$r = (1,2,0)+ < (1,0,1) > \quad \text{e} \quad s = (0,2,-1)+ < (1,0,-1) >$$
são complanares e determine a equação cartesiana do plano que contém r e s.

6. Seja $\mathcal{A}$ um espaço afim tridimensional munido de referencial ortonormado. Considere a reta r e o plano π dados na forma cartesiana por
$$r : \begin{cases} x = 1 + z \\ y = -1 \end{cases} \qquad \text{e} \qquad \pi : x + z - 2 = 0.$$
Mostre todos os pontos de r têm como projeção ortogonal em π o ponto $Q = (\frac{3}{2}, -1, \frac{1}{2})$. Interprete geometricamente este resultado.

Cotações: 1) 1+1 valores; 2) 1 valor; 3) 1 valor; 4) 1+1+1 valores; 5) 1.5 valores; 6) 1.5 valores.