Universidade do Minho	12 de dezembro de 2018

2º Teste de

Computabilidade e Complexidade

Lic. Ciências da Computação — Duração: 2h15min

Este teste é constituído por 5 questões. Todas as respostas devem ser devidamente ***justificadas****.*

1. Seja $h : \mathbb{N}_0^3 \to \mathbb{N}_0$ a função obtida por recursão primitiva das funções $f : (x, y) \mapsto xy$ e $g : (x, y, z, w) \mapsto x^2 + w + 3$.

a) Identifique a função h.

b) Mostre que h é uma função recursiva primitiva.

c) Determine a função M_e de minimização da função

$$e(x,y) = monus(x, y+1) = \begin{cases} x - y - 1 & \text{se } x > y+1 \\ 0 & \text{se } x \leq y+1 \end{cases}$$

d) Mostre, sem construir uma máquina de Turing, que M_e é uma função computável.

2. Seja $A : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0$ a função de Ackermann que, recorde, é definida por:

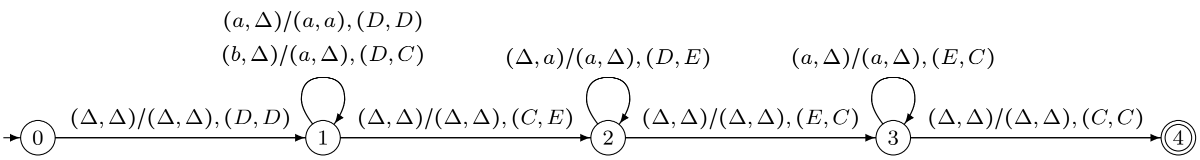
i) $A(0, y) = y + 1$; **ii)** $A(x+1, 0) = A(x, 1)$; **iii)** $A(x+1, y+1) = A\big(x, A(x+1, y)\big)$.

a) Sabendo que $A(2, 1) = 5$, determine $A(2, 2)$.

b) Prove que $A(x, y) > y$ para quaisquer $x, y \in \mathbb{N}_0$.
*[****Sugestão:*** *use indução sobre x e, no passo indutivo, depois de assumir a hipótese de indução $A(x, y) > y$, prove que $A(x+1, y) > y$ por indução sobre y.]*

3. Mostre que a função $f(n) = \frac{n^4+3n^2+100}{n^2+1}$ é de ordem $\mathcal{O}(n^3)$.

4. Seja $A = \{a, b\}$ e seja $\mathcal{T}$ a seguinte máquina de Turing sobre A com duas fitas,



a) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir de $(0, \underline{\Delta}aabab, \underline{\Delta})$.

b) Identifique a função $g : A^* \to A^*$ calculada por $\mathcal{T}$.

c) Determine a função $tc_{\mathcal{T}}$, de complexidade temporal da máquina $\mathcal{T}$.

d) Mostre que a função g é computável em tempo polinomial.

5. Seja $A = \{a, b\}$ e seja $L = \{w \in A^* : |w|_a = |w|_b\}$.

a) Sendo $L' = \{w \in A^* : |w|_a = |w|_b + 1\}$, mostre que $L \leq_p L'$.

b) Prove que, se K é uma linguagem tal que $K \leq_p L$, então $K \in P$.

Cotação:

1. 6 valores (1,75 + 1,25 + 1,5 + 1,5)
2. 3,25 valores (1,25 + 2)
3. 1,5 valores
4. 5,75 valores (1 + 1,5 + 2 + 1,25)
5. 3,5 valores (2 + 1,5)