28 de abril de 2021

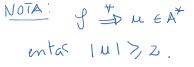
2. Considere a gramática $\mathcal{G} = (\{\mathcal{S}\}, \{a, b\}, \mathcal{S}, P)$ com produções

$$\mathcal{S}
ightarrow a\mathcal{S}b \mid \mathcal{S}\mathcal{S} \mid ab \mid ba$$

Mostre que

(a) $(ab)^2 a^2 b^2$, $a^3 b^2 a^3 b a b^4 \in L(\mathcal{G})$;

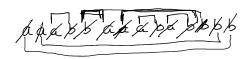
(b) se $u \in L(\mathcal{G})$, então $|u|_a = |u|_b$;







5 = pafb = pafb = pabafb = pabaff b = pababafb = pabababb Como 9 = (ab)22b2, entas (ab)22b2 EL(g) 9 (ab 8 2 b2



J=pa Jb=raalbb=raalbb=raablbb=raaablfbb = paabba Jbb = paaabbaaybbb=paaabbaaybbb aaabbaa ab Jbbb = paaabbaaabab bbb = $a^3b^2a^3bab^4$.

Logo α36° α3 6α 64 ε L(G).

(J=0 a3 b2a3 bab4)

b) $S \rightarrow aSb \mid SS \mid ab \mid ba$

Seja uel(g). Entas existe uma derivas do tipo J (n) n∈ N

Vama fagu a demanstral por indus maternation pobre a.

Se n=1, entas y=> u e u=ab mu=ba.

Em ambon on cason $|\mu|_a = 1 = |\mu|_b$.

Por hipotese de inclus suponhama que para certi KEN, sc J de comiejék, entas lula = lulb

Consideremen que u EL(G) e J El . Noste caso temas duas possibilidades: o primeiro passo è f=Dasb ou f=Dss

· J afb hu = an'b emque J hu

Entas n'està non condiget da hipotese de indus, logo lee'la=12'b Assim, | M = | a m b | a = 1 + 1 m | b = | m | b + 1 = | m | b

on sye jula = luln. . I => II = 1 12 com 41, 42 E L (G) e У К1 И1 е У К2 И2 1 < K1, K2 К ртуш K,+K2=K Entas un e uz estas man undiago da hipótese de undo

 $|\mu|_{a} = |\mu_{1}\mu_{2}|_{a} = |\mu_{1}|_{a} + |\mu_{2}|_{a} = |\mu_{1}|_{b} + |\mu_{2}|_{b} = |\mu_{1}\mu_{2}|_{b} = |\mu_{1}|_{b}$ Ist competa a para do paso indutio.

Assim pelo Princípio de Indus Materialia (forte), provama que tueL(g) INIa=INIb. L(g) = L= fuex : |u|a = |u|b . NOTA.

- 3. Considere o alfabeto $\{a, b\}$.
 - (a) Construa gramáticas que gerem as linguagens:

ii)
$$L_2 = (abb \cup b)^*(ab)^*$$

iv) $L_4 = \{a^i b^j a^k \mid j \ge (i+k), i, j, k \in \mathbb{N}\}$

a) (i)
$$L_2 = \{abb, b\}^*(ab)^* = \{uv : u \in \{abb, b\}^*, v \in (ab)^*\}$$

$$g_2 = (19, g, p), 1a, b, f, P)$$
 onde $P e'$:
$$f \rightarrow g$$

E → abb & 1 b E 1 €

$$L(f) = L(E) L(D)$$

 $L(E) = 1abb, bj^{*}$

$$L(\mathcal{E}) = \{abb, b\}$$

$$L(\mathcal{D}) = \{ab\}^{*}$$

J - abb f | bf | fab | E

abb ab ab

j=i+l+k >i+k

NOTA: G. e. G. sos equivalents.

ME L2 M= M, M2 M3

G, = (ISEP, D) la, b) J, P4) onde P4 e':

TP3 Página 2

$$g_4 = \{ \{f, \xi, Q\}, \{a, b\}, f, P_4 \} \text{ on do } P_4 \neq i :$$
 $f \rightarrow \xi Q$
 $\xi \rightarrow a\xi b \mid ab$
 $\xi \rightarrow bQ \mid ba$
 $\xi \rightarrow$

- 4. Indique, justificando, qual é a linguagem gerada pela gramática:
 - (a) $\mathcal{G}_1 = (\{\mathcal{S}, \mathcal{A}\}, \{a, b\}, \mathcal{S}, P)$ com produções

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{S} & \rightarrow a\mathcal{A}bab\mathcal{A}a \\ \mathcal{A} & \rightarrow \mathcal{A}a \mid \mathcal{A}b \mid \varepsilon \end{array}$$

(b) $\mathcal{G}_2 = (\{\mathcal{S}, \mathcal{A}, \mathcal{B}\}, \{a, b\}, \mathcal{S}, P)$ com produções

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{S} & \rightarrow a\mathcal{S}a|\ b\mathcal{S}b|\ \mathcal{A} \\ \mathcal{A} & \rightarrow a\mathcal{B}b|\ b\mathcal{B}a \end{array}$$

 $\mathcal{B} \rightarrow a\mathcal{B}a | b\mathcal{B}b | a | b | \varepsilon$

a)
$$L(g) = L(J) = a L(A) bab L(A) a$$
 $L(A) = L(A) a U L(A) b U les = L(A) la,bs U les$
 $= (L(A) la,bs U les) la,bs U les = L(A) la,bs U les,a,bs$
 $= L(A) la,bs U les) la,bs U les = L(A) la,bs U les,a,bs

 $= (L(A) la,bs U les) la,bs U les u l$$

damente, $u \in \{a,b\}^{n-1}$. Logo, quelquer que siga a palavra un dizer que $u \in L(A)$ e' equivalente a dizer que $u \in \{a,b\}^{d}$.

Assim $L(A) = \{a,b\}^{d}$.

Finalmente, unclui-se que L(G)-L(J)-a $\{a,b\}^{d}$ bab $\{a,b\}^{d}$ a f(G) = $\{a,b\}^{d}$ and $\{a,b\}^{d}$ = $\{a,b\}^{d}$ bab $\{a,b\}^{d}$ a f(G) = $\{a,b\}^{d}$ bab $\{a,b\}^{d}$ bab $\{a,b\}^{d}$ a f(G) = $\{a,b\}^{d}$ bab $\{a,b\}^{$

- (a) $a(ba)^3 \in L(\mathcal{G}_1)$;
- (b) $(b^2a)^2bab^5 \in L(\mathcal{G}_2);$

^{5.} Considerando as gramáticas definidas no exercício 4, elabore derivações que justifiquem que: