Universidade do Minho
Departamento de Matemática

LCC **Análise**

Ficha de trabalho 5 — 2019/2020

- **Funções vetoriais**

Comprimento de arco, reparametrização por comprimento de arco, curvatura

[Ver páginas 40 a 59, slides "Capítulo 2 - Funções vetoriais"]

1. Considere a parametrização $\mathbf{r}(t) = (3\,\mathrm{sen}\,t^2, 3\cos t^2)$, $t \in [0, \sqrt{2\pi}]$, parametrização da circunferência de centro em $(0,0)$ e raio 3.

(a) Verifique que $\|\mathbf{r}'(t)\| = 6t$.

(b) Calcule o comprimento da curva entre $t = 0$ e $t = \sqrt{\pi}$. Qual o comprimento total da curva?

(c) Obtenha uma reparametrização $\mathbf{v}$ da curva fazendo a mudança de variável $s/3 = t^2$, ou seja, tal que $\mathbf{v}(s) = \mathbf{r}(\sqrt{s/3})$, $s \in [0, 6\pi]$.
Verifique que $\|\mathbf{v}'(s)\| = 1$.

2. Seja $\mathbf{r}(t) = (t, t^2, \mathrm{e}^t)$, $t \in \mathbb{R}$.

Determine a função curvatura $\kappa(t) = \dfrac{\|\mathbf{r}'(t) \times \mathbf{r}''(t)\|}{\|\mathbf{r}'(t)\|^3}$, $t \in \mathbb{R}$, e o seu valor em $t = 0$.

Vetores tangente, normal e binormal (triedro TNB), plano normal e plano osculador

[Ver páginas 60 a 64, slides "Capítulo 2 - Funções vetoriais"]

3. Considere a parametrização $\mathbf{r}(t) = (2\,\mathrm{sen}\,t, \sqrt{5}t + 1, 2\cos t)$, $t \in \mathbb{R}$, e o ponto $P = (0, 1, 2)$ pertencente à curva (hélice circular).

(a) Verifique que $\|\mathbf{r}'(t)\| = 3$.

(b) Calcule os vetores tangente, normal e binormal no ponto P (Triedro $\mathbf{TNB}$).

(c) Determine uma equação do plano osculador em P.

Data limite para o envio da resolução: 24h de 27 de abril.