AULAS TEÓRICAS

IC

Sistemas Quanticos

Qiskit

Aula 1

→

$$\text{Bit} \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

Qbit < ⋮ → combinações lineares de 1's e 0's

Depois de lermos um bit ele desaparece.

Bit como vetores

Podemos ter:

Notação de DIRAC

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Construir algo maior

po $\otimes$

Representar dois bits

Representação do nº 4 em bits

$$|4\rangle = |100\rangle = \ ... \ = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\underline{A}(x) \longrightarrow$ matriz constante

$f: \underline{x} \longrightarrow$ multiplicação de matrizes com vetores

Computação probabilística

→ Dentro do vetor escrevemos a probabilidade em que a soma das mesmas dá $\underline{\underline{1}}$.

$M_{i,j} \longrightarrow$ vai especificar a prob. de evolução do estado j ao estado i.

ver oq é

Caso quântico (Qubits)

vetor de dimensão 2

ex: moeda

$$|v\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

nºs complexos (amplitudes)

Podemos observar:

$|0\rangle$ com prob $\|\alpha\|^2$ ou;
$|1\rangle$ com prob $\|\beta\|^2$

Normas

Temos ainda que: $\|\alpha\|^2 + \|\beta\|^2 = 1$

Imagem ②

→ Se tivermos um filtro $|0\rangle$ se mais à frente acrescentarmos o vetor $|1\rangle$ a luz não vai afetar o alvo.

Imagem ③

→ Exprimimos o zero usando outros vetores
→ Exprimimos o um para poder ter alguma luz no alvo.

Funcao constante
→ quando aplicada a fo e f1 temos:
$$f_0 = f_1$$

Usando apenas uma avaliacao:
(comp. quantica)
→ vamos buscar um oracle
↓
caixa que nos diz o valor de fx
(calcula o valor da funcao)

se colapsar para $|0\rangle$, f é constante
se colapsar para $|1\rangle$, f não é constante

Aula 2

$M|\mu\rangle$ → Todos os programas são reversíveis
↓
matriz transposta

As amplitudes estão automaticamente relacionadas com as probabilidades

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$
→ observação

$\|\alpha\|^2$ → $|0\rangle$

$\|b\|^2$ → $|1\rangle$

The H gate:

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

esta gate serve para criar uma sobreposição

50% ↓ $|0\rangle$

50% ↓ $|1\rangle$

usualmente escrito como $|+\rangle$

Lecture 2

Produto interno $\langle x | y \rangle$

Multiplica 2 vetores e retorna um número que determina o grau de sobreposição.

$PI = 0$

0 → vetor nulo que é elem neutro na $+$.

$\langle u|$ → Transposta conjugada de $|u\rangle$

conjugado dos valores em $|u\rangle$

é o próprio nº quando este não tem parte decimal.

Transformação para nº complexo

Vetores ortogonais

- cada um é unitário
- cada um é ortogonal

Bases:

linearmente independentes - não posso escrever um à custa de outros

só me interessa saber qual o valor de α_2

segundo elem.

$$|v\rangle = \alpha_1 |i_1\rangle + \alpha_2 |i_2\rangle + \alpha_3 |i_3\rangle$$

$$\alpha_2 = \langle i_2 | v \rangle$$

$\delta_{ij} = 1$ sse $i = j$ caso contrário é 0.

$B_{comp} = \{ |0\rangle, |1\rangle \}$

$B_{Hadamard} = \{ |+\rangle, |-\rangle \}$

Calcular:

$\langle + | - \rangle \longrightarrow$ Produto Interno

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle , \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \right)$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle) , \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - |1\rangle) \right)$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) , \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \right)$$

$$= \left(\underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} , \frac{1}{\sqrt{2}}}_{\text{Multiplicar}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right)$$

Produto Escalar

$$\sum_{i=1}^{n} \bar{u}_i v_i$$

$$= \frac{1}{2} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}}_{\langle u |} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} ((1 \times 1) + (1 \times (-1)))$$

$$= \frac{1}{2} (1 + (-1))$$

$$= 0$$

Norma:

$$\| |+\rangle \| = \sqrt{\langle + | + \rangle} = \sqrt{\frac{1}{2} (|0\rangle + |1\rangle , |0\rangle + |1\rangle)}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right) = \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \frac{1}{2} (1 \cdot 1 + 1 \cdot 1) = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$$

Aula 3

$$\underbrace{|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle}$$

Notação genérica de um qubit.

$U: H \to H$ é uma transformação linear

Os estados quânticos não podem ser clonados. (1)

$|a\rangle|0\rangle = |a0\rangle$ → forma simplificada

$U(|a\rangle|0\rangle) = |a\rangle|a\rangle$

↳ Pega no $\underline{a}$ e coloca para onde está o $\underline{0}$, i.e. copia o 1º arg. para o segundo.

(Neste slide provamos (1))

$U|\psi\rangle = \alpha U|0\rangle + \beta|1\rangle$

↳ operador linear

U^{+} → transposta conjugada

Os op. quânticos são transformações lineares unitários → $U^{-1} = U^{+}$

$(U^{+}|a\rangle, |b\rangle) = (|a\rangle, U|b\rangle)$

Notemos que: $(|a\rangle, |b\rangle) = \langle a|b\rangle$

$$(U^{+}|a\rangle, |b\rangle) = (|a\rangle, U|b\rangle)$$

$$(|a\rangle^{+} U^{++}, |b\rangle) \qquad \langle a|U|b\rangle$$

$$\langle a|U|b\rangle$$

Slide 30 → prova de que U tem de ser unitá_
rio.

I_H → identidade no espaço de Hilbert

$\langle j | j \rangle = I$
$\langle j | 0 \rangle = 0$

$$\langle i | j \rangle = \begin{cases} I & \Leftarrow i = j = \delta_{ij} \\ 0 & \Leftarrow i \neq j \end{cases}$$

$|\lambda_i\rangle$ vetor unitário

Portas de Pauli

x, y, z → correspondem a rotações
nos eixos x, y, z.

2 qubits entanglement

⇓

Não podem ser separados

CNOT → negação condicional
↳ cria um par de qubits inteiros

Função

Aula 4

Constante → ou dá zeros ou dá uns.

Balanceada → dá tantos zeros como uns.

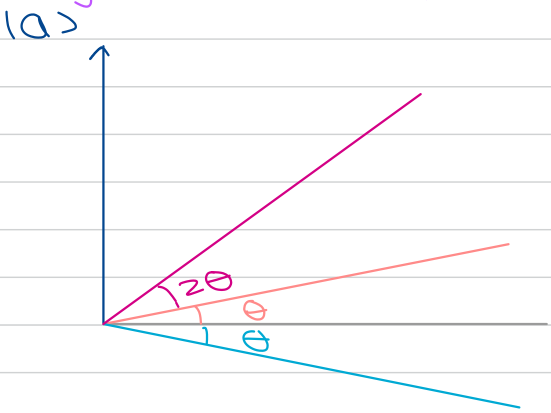
Componentes:

Aula 5

V → marca (etiqueta) → reflexão sobre r

W → amplifica

A geometric perspective on G



com v fazemos a reflexão com w a aplificação e com a junção das duas, chegamos a uma melhor probabilidade de obter a solução de a.

Objetivo: descobrir o nº de iterações

Amplitude de |a>: $\frac{1}{\sqrt{N}}$

Multiplas soluções

$\underbrace{\sqrt{\frac{M}{N}}}_{\text{amplitude da solução}} |s\rangle$ M é o nº de soluções possiveis

Lecture 5

↳ Y → Para transformar a gate Y em 0's e 1's