Universidade do Minho
Departamento de Matemática

LCC **Análise**

Ficha de exercícios 6 — 2019/2020

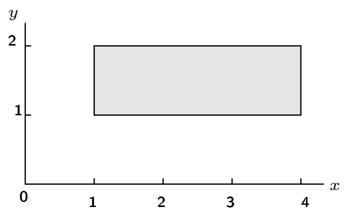
1. Calcule o integral, onde R é o retângulo $[0,2]\times[-1,0]$,

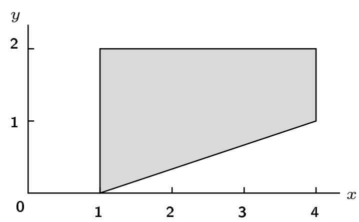
$$\iint_R (x^2y^2+x)\,dA.$$

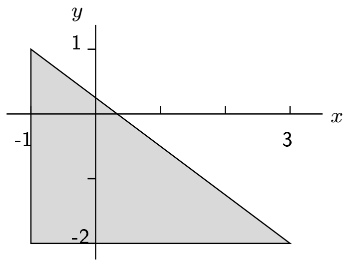
2. Calcule os seguintes integrais

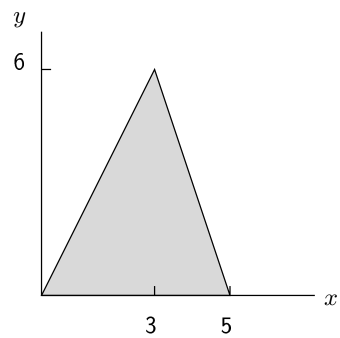
(a) $\displaystyle\int_0^3\int_0^4 (4x+y)\;dx\,dy;$ (b) $\displaystyle\int_0^3\int_0^2 6xy\;dy\,dx.$

3. Para cada uma das seguintes regiões D escreva $\displaystyle\iint_D f\,dA$ na forma de dois integrais duplos

(a)


(b)


(c)


(d)


4. Seja D o círculo unitário de centro na origem, R a região de D em que $x\geq 0$ e B a região de D na qual $y\leq 0$. Sem efetuar cálculos indique, em cada caso, se o valor do integral é positivo, negativo ou nulo.

(a) $\displaystyle\iint_R dA;$ (b) $\displaystyle\iint_B 5x\,dA;$ (c) $\displaystyle\iint_D 5x\,dA;$ (d) $\displaystyle\iint_D \operatorname{sen} y\,dA.$

5. Para cada um dos integrais, esboce a região de integração e calcule o valor do integral.

(a) $\displaystyle\int_\pi^{2\pi}\int_x^{2x} \operatorname{sen} x\,dy\,dx;$ (b) $\displaystyle\int_{-2}^{0}\int_{-\sqrt{9-x^2}}^{0} 2xy\,dy\,dx;$ (c) $\displaystyle\int_1^4\int_{\sqrt{y}}^{y} x\,dx\,dy.$

6. Determine o volume da região compreendida entre o gráfico de f definida por $f(x,y)=x+y$ e a região plana definida por $0\leq x\leq y^2, 0\leq y\leq 3$.

7. A região R encontra-se sob a superfície definida por $f(x,y)=2e^{-(x-1)^2-y^2}$ e acima do círculo do plano xy definido por $x^2+y^2\leq 4$.

(a) Descreva as linhas de nível de f.

(b) Escreva um integral iterado para o cálculo do volume de R.

8. Um edifício tem 8 metros de largura e 16 metros de comprimento; tem um telhado plano que, num dos cantos, tem 12 metros de altura e em cada um dos cantos adjacentes tem 10 metros de altura. Qual é o volume do edifício?

9. Invertendo a ordem de integração, calcule cada um dos seguintes integrais.

(a) $\displaystyle\int_0^1 \int_y^1 e^{x^2}\, dx\, dy$; (b) $\displaystyle\int_0^1 \int_{e^x}^e \frac{y}{\ln y}\, dy\, dx$.

10. Considere o integral

$$I = \int_0^6 \int_{x/3}^2 x\sqrt{y^3+1}\, dy\, dx.$$

(a) Esboce a região de integração de I.

(b) Calcule I.

11. Calcule o integral, onde P é o paralelepípedo $[0,1] \times [1,2] \times [2,3]$,

$$\iiint_P (xyz)\, dV.$$

12. Calcule $\displaystyle\iiint_U f\, dV$ onde $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ é definida por

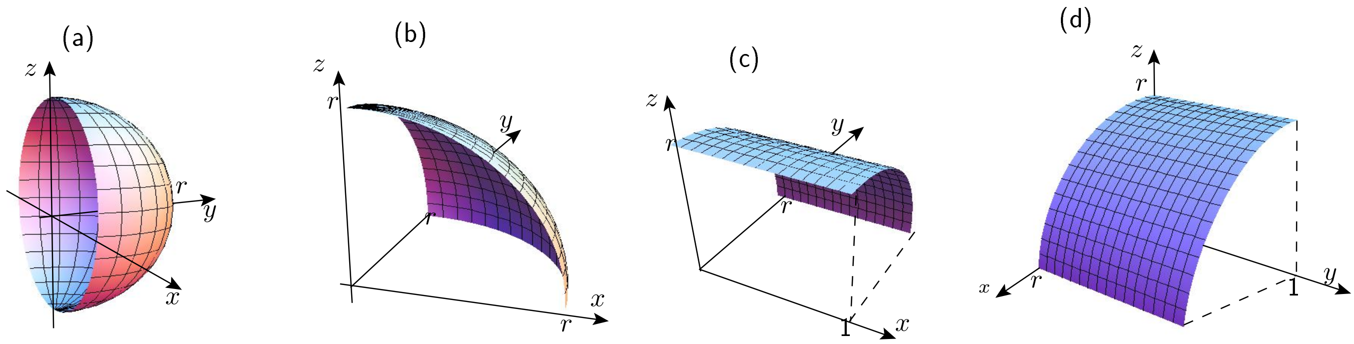
$$f(x,y,z) = x^2 + 5y^2 - z$$

e U é a região paralelipipédica definida por $0 \leq x \leq 2$, $-1 \leq y \leq 1$ e $2 \leq z \leq 3$.

13. Esboce a região de integração de cada um dos seguintes integrais triplos.

(a) $\displaystyle\int_0^1 \int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y,z)\, dy\, dx\, dz$; (b) $\displaystyle\int_0^1 \int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-z^2}} f(x,y,z)\, dy\, dx\, dz$.

14. Escreva o integral $\displaystyle\iiint_U f\, dV$ onde U é a região indicada na figura.



15. Recorrendo a um integral triplo calcule o volume do edifício descrito no exercício 8.

16. Calcule o volume da região limitada pelo plano definido por $z = x$, a superfície definida por $z = x^2$ e os planos definidos por $y = 0$ e $y = 3$.

17. Seja U o sólido limitado pela superfície definida por $z = \sqrt{x^2+y^2}$ e pelo plano definido por $z = 2$. Sem efetuar cálculos, indique se o valor do integral é positivo, negativo ou nulo.

(a) $\displaystyle\iiint_U \sqrt{x^2+y^2}\, dV$; (b) $\displaystyle\iiint_U x\, dV$; (c) $\displaystyle\iiint_U z - \sqrt{x^2+y^2}\, dV$.