



Folha 10 - Primitivas

Exercício 1 Calcule os seguintes integrais indefinidos:

- | | | |
|--|--|---|
| a) $\int \sqrt{t}(t^2 - 1) dt;$ | h) $\int \frac{e^x}{1 + e^x} dx;$ | o) $\int \sin x \cos^5 x dx;$ |
| b) $\int x(2x + 1)^2 dx;$ | i) $\int \left(e^{3x} + \frac{\cos(3x)}{2} \right) dx;$ | p) $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx;$ |
| c) $\int \left(\frac{1}{3y} - \frac{5}{\sqrt{y}} \right) dy;$ | j) $\int (1 + \sqrt[3]{x})^2 dx;$ | q) $\int \frac{e^x}{\sqrt{1 + e^{2x}}} dx;$ |
| d) $\int \frac{1}{y}(y + 1)^2 dy;$ | k) $\int \frac{e^x}{(1 + e^x)^2} dx;$ | r) $\int \cos x \sin x dx;$ |
| e) $\int x^{-1/2}(x^2 - x) dx;$ | l) $\int x^4 \cos(x^5) dx;$ | s) $\int \operatorname{th} x dx;$ |
| f) $\int \left(2e^u + \frac{6}{u} \right) du;$ | m) $\int (1 + x)^{27} dx;$ | t) $\int \frac{e^x}{\sqrt{1 + e^x}} dx;$ |
| g) $\int (e^t + 1)^2 dt$ | n) $\int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx;$ | u) $\int \sin x e^{\cos x} dx.$ |

Exercício 2 Em cada alínea, determine a única função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que verifica as condições apresentadas.

- a) $f''(x) = 12x + 2, \quad f'(0) = 2, \quad f(0) = 2.$
b) $f''(x) = -\sin(2x) + 2\cos(3x), \quad f'(0) = 1, \quad f(\pi) = 0.$
c) $f''(x) = e^x - e^{-3x} + 1, \quad f'(0) = \frac{10}{3}, \quad f(0) = 0.$
d) $f'(x) = \sin(x) + 1, \quad f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2.$

Exercício 3 Diga, justificando, se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira ou falsa:

- a) a função f , definida por $f(x) = \cos x, x \in \mathbb{R}$, possui uma primitiva F tal que $F(0) \neq F(2\pi)$;
b) as funções definidas por $f(x) = \cos x$ e $g(x) = \cos^3 x + \cos x \sin^2 x + 2$ são duas primitivas de uma mesma função em \mathbb{R} .

Exercício 4 A velocidade $v(t) = x'(t)$ no tempo t de um objeto deslocando-se ao longo do eixo dos xx e a sua posição inicial são dadas por

$$x'(t) = -2(3t + 1)^{1/2} \quad \text{e} \quad x(0) = 4.$$

Calcule a posição do objeto $x(t)$. Qual a posição do objeto no tempo $t = 4$?

Exercício 5 Usando primitivação por partes calcule:

- | | | |
|--------------------------|---|---|
| a) $\int \ln x \, dx;$ | d) $\int x^3 e^x \, dx;$ | g) $\int \operatorname{sh} x \, e^{2x} \, dx;$ |
| b) $\int \ln^2 x \, dx;$ | e) $\int x^2 \operatorname{sen} x \, dx;$ | h) $\int \operatorname{ch} x \operatorname{sen} x \, dx;$ |
| c) $\int x \ln x \, dx;$ | f) $\int x \cos x \, dx ;$ | i) $\int \operatorname{arctg} x \, dx .$ |

Exercício 6 Calcule os seguintes integrais indefinidos usando a substituição indicada.

- | | |
|---|--|
| a) $\int x\sqrt{x-1} \, dx, \quad x = t^2 + 1;$ | c) $\int \frac{e^{2x}}{1+e^x} \, dx, \quad x = \ln t;$ |
| b) $\int \sqrt{1-x^2} \, dx, \quad x = \operatorname{sen} t;$ | d) $\int \sqrt{1+x^2} \, dx, \quad x = \operatorname{sh} t.$ |

Exercício 7 Calcule os seguintes integrais indefinidos:

- | | | |
|---|---|---|
| a) $\int \frac{27}{x^4 - 3x^3} \, dx;$ | c) $\int \frac{x+1}{x(x-1)^2} \, dx;$ | e) $\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} \, dx.$ |
| b) $\int \frac{x^4 - 8}{x^3 - 2x^2} \, dx;$ | d) $\int \frac{x^2 + x - 1}{x^2(x-1)} \, dx;$ | |

Exercício 8 Calcule os seguintes integrais indefinidos:

- | | | |
|--|--|--|
| a) $\int x \operatorname{sen}(2x) \, dx;$ | g) $\int \frac{x-1}{x+1} \, dx;$ | m) $\int \frac{1}{(2+\sqrt{x})^7 \sqrt{x}} \, dx;$ |
| b) $\int x \sqrt[4]{1+x} \, dx;$ | h) $\int \frac{1}{x(\ln x)^3} \, dx;$ | n) $\int \operatorname{tg}^2 x \, dx;$ |
| c) $\int x \sqrt{x+1} \, dx;$ | i) $\int \cos(3x) \operatorname{sen}^2(3x) \, dx;$ | o) $\int \frac{x + (\operatorname{arcsen}(3x))^2}{\sqrt{1-9x^2}} \, dx;$ |
| d) $\int \frac{x+3}{\sqrt{x^2+6x+4}} \, dx;$ | j) $\int x(e^x + 1) \, dx;$ | p) $\int \frac{x e^{\sqrt{1-x^2}}}{\sqrt{1-x^2}} \, dx;$ |
| e) $\int x^3 e^{x^4+2} \, dx;$ | k) $\int \frac{e^{2x}}{e^{2x}+1} \, dx;$ | q) $\int \frac{1}{\cos^2 x \operatorname{sen}^2 x} \, dx;$ |
| f) $\int (x+1) \cos x \, dx;$ | l) $\int x^2 \operatorname{sh} x \, dx;$ | r) $\int \frac{1}{1+e^x} \, dx.$ |