Universidade do Minho	10 de novembro de 2017
$1^{\underline{o}}$ Teste de **Computabilidade e Complexidade**	
Lic. Ciências da Computação	Duração: 2h30min

*Este teste é constituído por 5 questões. Todas as respostas devem ser devidamente **justificadas**.*

1. Seja $A = \{a, b\}$. Considere a máquina de Turing

$$\mathcal{T} = (\{0, 1, 2, 3, 4\}, A, A \cup \{\Delta\}, \delta, 0, 4, \Delta)$$

onde a função transição δ é definida pela tabela seguinte:

δ	a	b	Δ
0			$(1, \Delta, D)$
1	$(1, a, D)$		$(2, a, D)$
2	$(2, b, D)$	$(2, b, D)$	$(3, \Delta, E)$
3	$(3, a, E)$	$(3, b, E)$	$(4, \Delta, C)$

A máquina $\mathcal{T}$ calcula uma função parcial $g : A^* \times A^* \to A^*$.

a) Represente $\mathcal{T}$ graficamente.

b) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}aa\Delta ababb)$.

c) Identifique o domínio D da função g.

d) Para cada elemento $(u, v) \in D$, determine a palavra $g(u, v)$.

2. Seja A o alfabeto $\{a, b\}$ e seja L a linguagem $L = \{a^{2n}ba^{3n} : n \in \mathbb{N}_0\}$.

a) Construa uma máquina de Turing que reconheça L e descreva informalmente a estratégia dessa máquina.

b) Explique se o problema de decisão $P(w)$: "$w \in L \cup a^*$?" é ou não decidível.

3. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas.

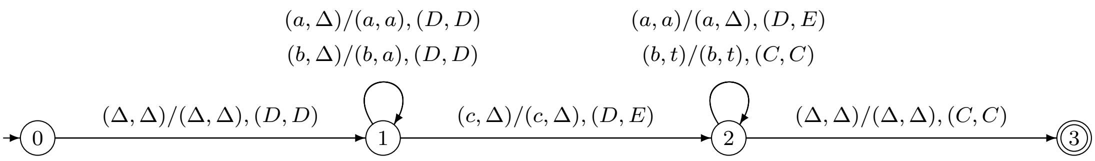
a) Existem linguagens não recursivas L e K tais que as linguagens $L \cap K$ e $L \cup K$ são ambas recursivas.

b) O seguinte problema é decidível: Dada uma máquina de Turing $\mathcal{T}$ de alfabeto A, será que $L(\mathcal{T}) \subseteq A^*$?

c) Se L é uma linguagem não recursivamente enumerável, então $\overline{L}$ também não é recursivamente enumerável.

d) A linguagem reconhecida pela composição sequencial $\mathcal{T}_1 \longrightarrow \mathcal{T}_2$, de duas máquinas de Turing $\mathcal{T}_1$ e $\mathcal{T}_2$, está contida na linguagem reconhecida pela máquina $\mathcal{T}_2$.

4. Seja $A = \{a, b, c\}$ e seja $\mathcal{T}$ a seguinte máquina de Turing sobre A com duas fitas (onde $t \in \{a, \Delta\}$),



a) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}abacaa, \underline{\Delta})$ e diga se a palavra *abacaa* é aceite por $\mathcal{T}$.

b) Para que palavras $u \in A^*$, $(0, \underline{\Delta}u, \underline{\Delta})$ é uma configuração de ciclo?

c) Para que palavras $v \in A^*$, a partir de $(0, \underline{\Delta}v, \underline{\Delta})$ pode ser computada uma configuração de rejeição?

d) Identifique a linguagem L reconhecida por $\mathcal{T}$.

e) Verifique que é possível fazer uma alteração (simples) na máquina $\mathcal{T}$ de modo a obter uma máquina de Turing $\mathcal{T}'$ que reconhece L e que nunca entra em ciclo. Conclua que L é recursiva.

5. Para cada palavra $u \in A^*$ considere o problema de decisão

- *Aceita$_u$:* dada uma máquina de Turing $\mathcal{T}$, será que $\mathcal{T}$ aceita a palavra u?

a) Dada uma máquina de Turing $\mathcal{T}$, defina uma máquina de Turing $\mathcal{T}'$ que aceita a palavra ab se e só se $\mathcal{T}$ aceita a palavra a.

b) Sabendo que o problema *Aceita$_a$* é indecidível, conclua que o problema *Aceita$_{ab}$* é indecidível.

(Fim)

Cotação:
$$\begin{cases} \textbf{1}.\ \text{4,5 valores } (1+1+1{,}25+1{,}25) \\ \textbf{2}.\ \text{3,5 valores } (2{,}25+1{,}25) \\ \textbf{3}.\ \text{4 valores } (1+1+1+1) \\ \textbf{4}.\ \text{5,5 valores } (1+1+1{,}25+1+1{,}25) \\ \textbf{5}.\ \text{2,5 valores } (1{,}25+1{,}25) \end{cases}$$