Universidade do Minho
Departamento de Matemática

Análise

Ficha de exercícios 0 — 2019/2020

- **Vetores em $\mathbb{R}^2$ e em $\mathbb{R}^3$**

1. Interprete a equação química $2NH_2 + H_2 = 2NH_3$ como uma relação na álgebra de pares ordenados, pensando na molécula N_xH_y (x átomos de nitrogéneo, y átomos de hidrogéneo) representada pelo par ordenado (x, y).

2. Considere os vetores $\overrightarrow{u} = (3, 2)$ e $\overrightarrow{v} = (2, 0)$. Represente graficamente $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ e $-2\overrightarrow{u}$.

3. Considere os vetores $\overrightarrow{v} = (2, 1)$ e $\overrightarrow{w} = (1, 2)$. Esboce os vetores $\overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{w}$ e também $-\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}$ e $\overrightarrow{v} - \overrightarrow{w}$.

4. (a) Esboce graficamente o vetor $-2\overrightarrow{v}$, onde $\overrightarrow{v}$ tem componentes $(-1, 2, 3)$.
(b) Se $\overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{w}$ são quaisquer dois vetores, mostre que $\overrightarrow{v} - \frac{1}{3}\overrightarrow{w}$ e $3\overrightarrow{v} - \overrightarrow{w}$ são paralelos.

5. Expresse o vetor $\overrightarrow{v} = (e, \pi, -\sqrt{3})$ na base canónica.

6. Repita o exercício anterior agora para os vetores $\overrightarrow{v} = (2, 3, -6)$ e $\overrightarrow{w} = (-1, 1, 1)$.

7. (a) Determine as componentes do vetor de $(3, 5)$ para $(4, 7)$.
(b) Adicione o vetor $\overrightarrow{v}$ de $(-1, 0)$ para $(2, -3)$ com o vetor $\overrightarrow{w}$ de $(2, 0)$ para $(1, 1)$.

8. Determine a equação da reta no plano que passa no ponto $(1, -6)$ e tem direção de $5\overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j}$.

9. Determine as equações da reta ℓ no espaço que passa no ponto $(1, 0, 0)$ e que tem a direção do vetor $\overrightarrow{j} = (0, 1, 0)$.

10. Determine as equações da reta ℓ que passa nos pontos $(-1, -1, -1)$ e $(1, -1, 2)$.

11. Qual a direção da reta de equações $x = -3t + 2$, $y = -2(t - 1)$, $z = 8t + 2$, $t \in \mathbb{R}$?

12. Determine as equações do plano que passa pela origem e é gerado pelos vetores $\overrightarrow{v} = (2, 7, 0)$ e $\overrightarrow{w} = (0, 2, 7)$.

- **Produto escalar, norma e distância**

13. Se $\overrightarrow{a} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ e $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}$, calcule $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, $\|\overrightarrow{a}\|$ e $\|\overrightarrow{b}\|$.

14. Calcule $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$, onde $\overrightarrow{u} = (3, -2, 22)$ e $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{u}/\|\overrightarrow{u}\|$.

15. Verifique que o vetor $\overrightarrow{v} = (2, 3, -1)$ é ortogonal ao vetor $\overrightarrow{u} = (-2, 3, 5)$. Normalize os vetores $\overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{u}$.

16. Encontre dois vetores não paralelos ambos ortogonais ao vetor $\overrightarrow{v} = (1, 1, 1)$.

17. Determine a distância entre os pontos $(1, 0, 0)$ e $(0, 1, 0)$.

- **Matrizes, determinantes e produto vetorial**

18. Calcule os seguintes determinantes: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ e $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 4 & 9 & 16 \\ 9 & 16 & 25 \end{vmatrix}$.

19. Determine $\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{v}$, onde $\overrightarrow{u} = (1, -2, 1)$ e $\overrightarrow{v} = (2, 1, 1)$.

20. Calcule $\overrightarrow{u} \cdot (\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{w})$, onde $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$ são os vetores do exercício anterior e $\overrightarrow{w} = (3, -1, 2)$.

21. Determine um vetor unitário ortogonal aos vetores $\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$ e $\overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}$.

22. Determine a área do parelelogramo formado pelos vetores do exercício 19.

23. Determine a área do parelelogramo formado pelos vetores $\overrightarrow{a} = (1, 2, 3)$ e $\overrightarrow{b} = (0, -1, -1)$.

24. Determine a equação do plano que é perpendicular ao vetor $\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}$ e que contém o ponto $(1, 0, 0)$.

25. Determine a equação do plano que contém os pontos $P = (1, 1, 1)$, $Q = (2, 0, 0)$ e $R = (1, 1, 0)$.