

Algoritmos e Complexidade

LEI/LCC (2º ano)

3ª Ficha Prática

O objectivo desta ficha é a escrita de variantes e invariantes que permitam provar a correcção (total) de algoritmos que envolvam ciclos.

1. Para cada um dos programas seguintes determine um variante e um invariante que lhe permita (apenas) provar a terminação dos ciclos em causa. Determine ainda a pré-condição necessária a que o ciclo termine de facto.

- (a) WHILE (I < N) DO
 BEGIN I:=I+1; S:=S*2
 END
- (b) R:=X;
 Q:=0;
 WHILE (Y <= R) DO
 BEGIN R:=R-Y; Q:=Q+1
 END
- (c) RES := 0;
 WHILE (Y>0) DO
 BEGIN RES := RES + X;
 Y = Y-1
 END
- (d) RES := 0;
 WHILE (Y>0) DO
 BEGIN IF (Y % 2 != 0) THEN
 BEGIN Y := Y - 1;
 RES := RES + X
 END
 X := X*2;
 Y := Y/2
 END
- (e) Min = A[1][1];
 I := 1;
 WHILE (I<=N) DO
 BEGIN J := 1;
 WHILE (J<=N) DO
 BEGIN IF (Min > A[I][J])
 THEN Min := A[I][J]
 J := J + 1
 END;
 I := I+1
 END
- (f) Min = A[1][1];
 I := 1; J:= 2
 WHILE (I<=N) DO
 BEGIN IF (Min > A[I][J])
 THEN Min := A[I][J]
 J := J + 1;
 IF (J > N) THEN
 BEGIN J := 1; I:= I+1
 END
 END

2. Determine as condições de verificação necessárias para provar a correcção total dos seguintes algoritmos anotados.

```
(a) // x >= 0 && y > 0
    r := x;
    // x >= 0 && y > 0 && r == x
    WHILE (r>=y) DO
        // r >= 0 && (\exists q >= 0 : q * y + r = x) ; r
        r := r - y;
    // 0 <= r < y && (\exists q >= 0 : q * y + r = x)

(b) // n >= 0
    k = 1; i:=0;
    // n > 0 && k = 1
    WHILE (i < n) DO
    BEGIN // i <= n 0 && k = i! ; n-i
        i:=i+1; k:=k*i
    END
    // k = n!

(c) // n > 0
    i = n-1; k = 0;
    // n > 0 && i = n-1 && k = 0
    WHILE (i > 0) DO
    BEGIN // i >= 0 && k < n ; i
        IF (a[i] < a[i-1]) THEN
        BEGIN t:=a[i]; a[i]:=a[i-1];a[i-1]:=t;
            k=k+1
        END;
        i:=i-1;
    END
    // k < n
```