# 附录

## 习题的答案或提示

### 第 八 章

#### 习 题 一

1. (1) $-1$; (2) $\cos 2y-\cos 2x$; (3) $-2$;
   (4) $-1$; (5) $-2b^3$; (6) 1.

2. (1) $D=328, D_x=164, D_y=-164$, 解集为 $\left\{\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)\right\}$;
   (2) 令 $\frac{1}{s}=x, \frac{1}{t}=y$, 解集为 $\left\{\left(\frac{13}{3},\frac{13}{2}\right)\right\}$.

3. (1) $D=-(m^2+1), D_x=-2(m^2+1), D_y=-(m^2+1)$,
   解集是 $\{(2,1)\}$;
   (2) $D=1, D_x=\cos(A-B), D_y=\sin(B-A)$,
   解集是 $\{\cos(A-B), \sin(B-A)\}$.

4. (1) $D=-19\neq 0$, 方程组有唯一解;
   (2) $D=0, D_x=24\neq 0$, 方程组无解;
   (3) $D=48\neq 0$, 方程组有唯一解;
   (4) $D=0, D_x=D_y=0, a_1\neq 0$, 方程组有无穷多解.

5. (1) $D=m+1, m\neq -1$ 时有唯一解.
   (2) $D=(m+1)(m+2)(m-3)$, 当 $m\neq -1$、$m\neq -2$,
   且 $m\neq 3$ 时方程组有唯一解.

6. (1) $D=m(2-m), D_x=3-2m, D_y=3-m$.

当 $D\neq 0$,即 $m\neq 0$ 且 $m\neq 2$ 时,方程组有唯一解,解集是 $\left\{\left(\dfrac{3-2m}{m(2-m)},\dfrac{3-m}{m(2-m)}\right)\right\}$.

当 $D=0$ 时,即 $m=0$ 或 2 时,$D_x\neq 0$,方程组的解集是 $\varnothing$.

(2)略.

## 习　题　二

1. (1)18;　(2)$-10$.

2. (1)$2abc$;(2)$x^3+y^3+z^3-3xyz$;(3)0;(4)$a^2+b^2+c^2+1$.

## 习　题　三

1. (1) $$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 8 & 10 & 9 \\ 6 & -2 & 21 \end{vmatrix}=3\times 2\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 8 & 5 & 3 \\ 6 & -1 & 7 \end{vmatrix}$$

$$=6\begin{vmatrix} 3 & 1+2 & 2 \\ 8 & 5+3 & 3 \\ 6 & -1+7 & 7 \end{vmatrix}=6\begin{vmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 8 & 8 & 3 \\ 6 & 6 & 7 \end{vmatrix}=0;$$

(2) $$\begin{vmatrix} 10 & -2 & 7 \\ -15 & 3 & 2 \\ -5 & 4 & 9 \end{vmatrix}=5\begin{vmatrix} 2 & -2 & 7 \\ -3 & 3 & 2 \\ -1 & 4 & 9 \end{vmatrix}$$

$$=5\begin{vmatrix} 2 & -2+2 & 7 \\ -3 & 3-3 & 2 \\ -1 & 4-1 & 9 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2 & 0 & 7 \\ -3 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 9 \end{vmatrix}$$

$$=5\times(-1)\times 3\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}=5(-12-63)=-375;$$

(3)0； (4)84； (5)$\frac{4}{45}$； (6)0.

2. (1)原式$=a^2\begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ -1 & 1 & x \\ -1 & -1 & x \end{vmatrix}=a^2\begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ 0 & 2 & x+a \\ 0 & 0 & x+a \end{vmatrix}$

$$=a^2\times 1\times\begin{vmatrix} 2 & x+a \\ 0 & x+a \end{vmatrix}=2a^2(x+a);$$

(2)原式$=\begin{vmatrix} 1 & a & a+b+c \\ 1 & b & a+b+c \\ 1 & c & a+b+c \end{vmatrix}=0;$

(3)原式$=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{vmatrix}=1\times\begin{vmatrix} b & 0 \\ o & c \end{vmatrix}=bc;$

(4)原式$=\begin{vmatrix} 0 & b-c & c-a \\ 0 & c-a & a-b \\ 0 & a-b & b-c \end{vmatrix}=0.$

3. (1)原式$=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ p+q & p+q & p+q \\ q & p & 0 \end{vmatrix}=0;$

(2)原式$=\begin{vmatrix} c & a & -b \\ a & b & -c \\ b & c & -a \end{vmatrix}=-\begin{vmatrix} c & a & b \\ a & b & c \\ b & c & a \end{vmatrix}$

$$=(-1)^2\begin{vmatrix} b & a & c \\ c & b & a \\ a & c & b \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} b & a & c \\ c & b & a \\ a & c & b \end{vmatrix}$$

# 习 题 四

1. 略.

2.(1)$-100$；(2)$-85$；(3)68.

3.(1)解集为$\{3,2\}$；(2)解集为$\{a,b\}$.

4.(1)
$$\begin{vmatrix}1&1&1\\a&b&c\\bc&ca&ab\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&0&0\\a&b-a&c-a\\bc&c(a-b)&b(a-c)\end{vmatrix}$$

$$=1\times\begin{vmatrix}b-a&c-a\\c(a-b)&b(a-c)\end{vmatrix}=(a-b)(a-c)\begin{vmatrix}-1&-1\\c&b\end{vmatrix}$$

$$=(a-b)(a-c)(-b+c)=(a-b)(b-c)(c-a);$$

(2)原式$=\begin{vmatrix}a+2b&b&b\\a+2b&a&b\\a+2b&b&a\end{vmatrix}=(a+2b)\begin{vmatrix}1&b&b\\1&a&b\\1&b&a\end{vmatrix}$

$$=(a+2b)\begin{vmatrix}1&b&b\\0&a-b&0\\0&0&a-b\end{vmatrix}=(a+2b)(a-b)^2;$$

(3)原式$=\begin{vmatrix}1&p&p^3\\0&q-p&q^3-p^3\\0&r-p&r^3-p^3\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}q-p&q^3-p^3\\r-p&r^3-p^3\end{vmatrix}$

$$=(q-p)(r-p)\begin{vmatrix}1&q^2+qp+p^2\\1&r^2+rp+p^2\end{vmatrix}$$

$$=(q-p)(r-p)(r^2+rp-q^2-qp)$$

$=(q-p)(r-p)(r-q)(r+q+p)$

$=(p-q)(q-r)(r-p)(p+q+r)$.

## 习　题　五

(1)$D=100\neq0$,有唯一解,$D_x=300$,$D_y=500$,

$D_z=700$,从而方程组的解集为$\{(3,5,7)\}$;

(2)$D=0$,无唯一解;

(3)$D=0$,无唯一解;

(4)$D=14\neq0$,有唯一解,$D_x=0$,$D_y=-28$,$D_z=0$,

∴　方程组的解集是$\{(0,-2,0)\}$.

## 习　题　六

(1)∵　$D\neq0$,

∴　齐次方程组无非零解.

(2)∵　$D=0$,

∴　齐次方程组有非零解.

由第二,第三个方程得

$$\begin{cases}x+2y=-4z,\\3x+2y=-6z,\end{cases}$$

解出$\begin{cases}x=-z,\\y=-\dfrac{3}{2}z,\end{cases}$　令 $z=-2t$,则

$$\begin{cases}x=2t\\y=3t\\z=-2t\end{cases}$$

∴　原方程组的解集是$\{(2t,3t,-2t)\}$.

# 复习题一

1. (1) $-73$； (2) $adf$； (3) $0$；

   (4) $abc+2fgh-af^2-bg^2-ch^2$.

2. (1)解集为$\{1,2\}$； (2)解集为$\{-1,2\}$.

3. 略.

4. (1) $0$；(2) $6$；(3) $4800$.

5. (1) $4abcdef$；(2) $3a$[illegible]$(2a+3b)$.

6. 略.

7. (1) $-6$；(2) $69$.

8. (1)解集为$\{a,b\}$；(2)解集为$\{a+b+c\}$.

9. 略.

10. 略.

11. (1) $\left\{\left(\frac{1}{2},1,-\frac{3}{2}\right)\right\}$； (2) $\left\{\left(\frac{4}{5},\frac{3}{4},\frac{2}{3}\right)\right\}$.

12. (1) $\lambda\neq 1$ 且 $\lambda\neq -2$；

    (2) $b(a^2+b^2)\neq 0$ 时，即 $b\neq 0$ 且 $a$、$c$ 不全为零时.

# 第 九 章

## 习 题 一

1. (1) $f(0)=-2i$； (2) $f(2)=12-6i$；

   (3) $f(i)=0$； (4) $f(\sqrt{2}\,i)=0$；

   (5) $f(-\sqrt{2}\,i)=0$.

2.

| 题号 | 商　　　　式 | 余数 |
|---|---|---|
| (1) | $3x^3+12x^2-2x-8$ | $-18$ |
| (2) | $x^3-2x^2-11x+12$ | $4$ |
| (3) | $3x^3-3x^2+6x+3$ | $-38$ |
| (4) | $x^4+2x^3+x^2-4x+2$ | $0$ |
| (5) | $x^2-2x+3$ | $-4$ |
| (6) | $2x^3-2x^2+x$ | $0$ |
| (7) | $y^2-2y+4$ | $-1$ |
| (8) | $2a^3-4a^2+7a-5$ | $-2$ |
| (9) | $2t^3+5t^2+3t-\frac{13}{2}$ | $-\frac{3}{2}$ |
| (10) | $5m^4-2m^3+8m^2-6m+4$ | $0$ |
| (11) | 以 $x$ 为元，$x^2-6xy-12y^2$ | $-16y^3$ |
| | 或以 $y$ 为元，$-4y^2-2xy+3x^2$ | $-2x^3$ |
| (12) | $5m^4+4m^3n-2m^2n^2-3mn^3+7n^4$ | $0$ |

3. (1)$r=14$；　(2)$f(3)=14$；　(3)$r=f(3)$.

4. (1)$r=-5$；　(2)$f(-1)=-5$；　(3)$r=f(-1)$.

5. (1)$f(3)=-82$；　(2)$f\left(\frac{4}{3}\right)=\frac{58}{3}$.

6. 除以 $x-y$ 所得的余式为：

(1)$2y^7$；　(2)0；　(3)$2y^8$；　(4)0.

除以 $x+y$ 所得的余式为：

(1) 0；　(2) $-2y^7$；　(3) $2y^8$；　(4) 0.

7. (1)设 $f(x)=x^5+4x^3-11x^2+9x-3$

$\because\quad f(1)=1+4-11+9-3=0$,

$\therefore\quad x-1$ 是 $f(x)$的因式.

(2)设 $f(x)=x^4-8x^3-6x^2+9x+6$

$\because\quad f(-1)=0$,

$\therefore\quad x+1$ 是 $f(x)$的因式.

(3)设 $f(x)=(x-1)^5-1$.

$\because\quad f(2)=0$,

$\therefore\quad x-2$ 是 $f(x)$的因式.

(4)设 $f(x)=(x+3)^{2n}-(x+1)^{2n}$(其中 $n\in N$).

$\because\quad f(-2)=(-2+3)^{2n}-(-2+1)^{2n}=1-1=0$,

$\therefore\quad x+2$ 是 $f(x)$的因式.

8. 设 $f(a)=(2a+b)^n-a^n(n\in N)$.

$\because\quad f(-b)=(-2b+b)^n-(-b)^n$

$\qquad\qquad =(-b)^n-(-b)^n=0$,

$\therefore\quad a+b$ 是 $f(a)$的因式.

9. 设 $f(x)=x^{4n+2}+a^{4n+2}(n\in N)$.

$\because\quad f(ai)=(ai)^{4n+2}+a^{4n+2}$

$\qquad\qquad =a^{4n+2}\cdot i^{4n+2}+a^{4n+2}=0$,

$\quad f(-ai)=(-ai)^{4n+2}+a^{4n+2}$

$\qquad\qquad =ai^{4n+2}+a^{4n+2}=0$,

$\therefore\quad x-ai, x+ai$ 都是 $f(x)$的因式.

10. 设 $f(a)=(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$.

$\because$ 当 $a=b$ 时, $f(b)=(b-c)^3+(c-b)^3$

$\qquad\qquad =(b-c)^3-(b-c)^3=0$,

$\therefore \quad a-b$ 是 $f(a)$的因式.

同理可证$(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$ 还有因式 $b-c$，$c-a$.

11. (1)$m=14$；　(2)$n=27$.

12. (1)$f(x)$有一次因式 $x-1$

$$\Leftrightarrow f(1)=0$$

$$\Leftrightarrow a_n+a_{n-1}+\cdots+a_1+a_0=0.$$

(2)$f(x)$有一次因式 $x+1$

$$\Leftrightarrow f(-1)=0$$

$$\Leftrightarrow a_n(-1)^n+a_{n-1}(-1)^{n-1}+\cdots+a_1(-1)+a_0=0$$

$$\Leftrightarrow(-1)^{2n}a_n+(-1)^{2n-1}a_{n-1}+\cdots+(-1)^{n+1}a_1+(-1)^n a_0=0.$$

$$\Leftrightarrow a_n-a_{n-1}+\cdots+(-1)^{n-1}a_1+(-1)^n a_0=0.$$

13. 本题是在 $x-b$ 成为 $f(x)$的一次因式的条件下，求证 $b\leqslant 0$. 用反证法. 设 $b>0$. 因为 $a_i\geqslant 0(i=0,1,\cdots,n)$，$f(x)$是 $n(n\geqslant 1)$次多项式，所以 $a_n>0$. 于是

$$f(b)=a_nb^n+a_{n-1}b^{n-1}+\cdots+a_1b+a_0\geqslant a_nb^n>0.$$

由因式定理知 $x-b$ 不可能是 $f(x)$的一次因式. 这与已知矛盾，从而 $b\leqslant 0$.

14. (1)$(x-3)(x-5)(x+4)$；

(2)$(x-2)(x+1-\sqrt{5})(x+1+\sqrt{5})$；

(3)$3(2x+1)\left(x-\dfrac{1+\sqrt{47}i}{6}\right)\left(x-\dfrac{1-\sqrt{47}i}{6}\right)$；

(4)$(3x-2)\left(x-\dfrac{-1+\sqrt{7}i}{2}\right)\left(x-\dfrac{-1-\sqrt{7}i}{2}\right)$；

(5)$(x-1)(x+2)(2x+1)(2x-1)$.

15. (1) ∵

$$\begin{array}{rrrrr|l}
4 & -3 & +15 & +0 & -1 & -\frac{1}{4} \\
 & -1 & +1 & -4 & +1 & \\
\hline
4 & -4 & +16 & -4 & \boxed{0} &
\end{array}$$

$$\therefore \quad 4x^4-3x^3+15x^2-1$$
$$=(4x+1)(x^3-x^2+4x-1).$$

令 $Q(x)=x^3-x^2+4x-1$. 由于 $Q(x)$的奇次项系数为正,偶次项系数为负,所以 $x+1$ 不是 $Q(x)$的一次有理因式;又 $Q(1)=3\neq0$,所以 $x-1$ 也不是 $Q(x)$的一次有理因式.

又因为 $Q(x)$是三次整系数多项式,它既然不可能有一次有理因式,也就不可能有二次有理因式(也就是说,如果它有二次有理因式,那么它一定有一次有理因式). 从而 $Q(x)$在有理数集中不可分解.

(2) ∵

$$\begin{array}{rrrrrr|l}
3 & -5b & +b^2 & -8b^3 & +3b^4 & +2b^5 & 2b \\
 & +6b & +2b^2 & +6b^3 & -4b^4 & -2b^5 & \\
\hline
3 & +b & +3b^2 & -2b^3 & -b^4 & & -\frac{b}{3} \\
 & -b & +0 & -b^3 & +b^4 & & \\
\hline
3 & +0 & +3b^2 & -3b^3 & \underline{0} & &
\end{array}$$

∴ 原式 $=(a-2b)(3a+b)(a^3+ab^2-b^3)$.

(与第(1)小题同理,可证 $a^3+ab^2-b^3$ 在有理数集中不可分解.)

## 习 题 二

1. 把复系数一元 $n$ 次方程的标准形式除以 $a_n(a_n\neq 0)$即得.

2. (1)$\{2_{(2)},4\}$； (2)$\{2,-3,i,-i\}$；

(3)$\left\{\frac{1}{2},-7,1+\sqrt{2}i,1-\sqrt{2}i\right\}$；

(4)$\left\{1,-\frac{6}{5},\frac{-1+\sqrt{3}i}{2},\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\right\}$.

3. (1)$x^5-4x^4+5x^3-16x^2+4x=0$；

(2)$108x^5+108x^4-45x^3-58x^2+4x+8=0$.

4. (1)设 $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$，且所有的 $a_i(i=0,1,2,\cdots,n)$都是正数. 对于任何 $a\in R^+$，$f(a)$都取正值，不能是零，所以方程 $f(x)=0$ 没有正数根.

(2)因为 $f(x)$的各奇次项系数都是正数，各偶次项系数(包括常数项 $a_0$)都是负数；所以对于任何 $a\in R^-$，$f(a)$中各奇次项之和取负值，各偶次项之和也取负值，从而 $f(x)$取负值，不能是零. 这就是说，方程 $f(x)=0$ 没有负数根.

(3)因为对于任何 $a\in R$，$2a^6+3a^4+5a^2+7$ 都取正值，所以原方程没有实数根.

5. (1)因为原方程的各项系数都是正数，所以原方程没有正数根，可只试负数根，得 $x=-\frac{1}{2}$. 解集为

$$\left\{-\frac{1}{2},\frac{-3+\sqrt{5}}{2},\frac{-3-\sqrt{5}}{2}\right\}.$$

(2)由第 4 题第(2)小题，知原方程没有负数根，可只试正根，得 $x=\frac{2}{3}$，解集为$\left\{\frac{2}{3},\sqrt{3}i-\sqrt{3}i\right\}$.

6. (1)设原方程的三个根为 $\alpha,2\alpha,\beta$,则

$$\begin{cases}\alpha+2\alpha+\beta=-\dfrac{1}{2};\\ 2\alpha^2+\alpha\beta+2\alpha\beta=-\dfrac{74}{18};\\ 2\alpha^2\beta=-\dfrac{40}{18}.\end{cases}$$

解得 $\alpha=\frac{2}{3},\beta=-\frac{5}{2}$. 解集为 $\left\{\frac{2}{3},\frac{4}{3},-\frac{5}{2}\right\}$.

(2) $\begin{cases}a=-1+\sqrt{2}i,\\ b=-1-\sqrt{2}i,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=-1-\sqrt{2}i,\\ b=-1+\sqrt{2}i.\end{cases}$

7. (1)设原方程的四个根分别为

$\alpha-3\beta,\alpha-\beta,\alpha+\beta,\alpha+3\beta$.

由四个根之和为 4,四个根两两乘积之和为 $-34$,求得 $\alpha=1,\beta\pm2$.

原方程的解集为$\{-5,-1,3,7\}$,$a=76,b=105$.

(2)设原方程的三个根为 $aq^{-1},a,aq$,则

$$\begin{cases}aq^{-1}+a+aq=\dfrac{7}{4},\\ a^2q^{-1}+a^2q+a^2=\dfrac{k}{8},\\ aq^{-1}\cdot a\cdot aq=-\dfrac{27}{8}.\end{cases}$$

解得 $a=-\frac{3}{2},q=-\frac{3}{2}$或 $q=-\frac{2}{3}$.

原方程的解集为 $\left\{1,-\frac{3}{2},\frac{9}{4}\right\}$, $k=-21$.

8. 见本书第 1.7 节的例题.

9. (1) $x^3+4x^2-4x+24=0$;

(2)$x^3-2x^2-x-3=0$;

(3)$3x^3-x^2+2x+1=0$.

10. (1)$\left\{3+i,3-i,\frac{-3+\sqrt{17}}{2},\frac{-3-\sqrt{17}}{2}\right\}$;

(2)$\left\{-1+i,-1-i,\frac{-1+\sqrt{3}i}{2},\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\right\}$;

(3)原方程的四个根为 $a+bi,a-bi,a+2bi,a-2bi$,由根与系数的关系可求出 $a=1,b=\pm1$,所以原方程在复数集 $C$ 中的解集为$\{1+i,1-i,1+2i,1-2i\}$.

11. (1)$x^3-1=0$; (2)$x^4-2x^3-x^2+2x+10=0$;

(3)$x^4-1=0$; (4)$x^3-\sqrt{2}x^2+2x-2\sqrt{2}=0$.

12. 因为实系数一元 $n$ 次方程有且仅有 $n$ 个复数根,而且虚根又是成对出现的,即虚根只能是偶数个(包括 0 个),所以:

当 $n$ 为奇数时,由于奇数与偶数之差为奇数,从而有奇数个实根;

当 $n$ 为偶数时,由于偶数与偶数之差仍为偶数,从而有偶数个实根(包括没有实数根).

13. 实系数方程 $x^3+px+q=0$ 有两个根是 $a\pm bi$,由根与系数的关系可求出另一根 $\beta=-2a$.

由于 $\beta$ 适合方程 $x^3+px+q=0$,即$(-2a)^3+p(-2a)+q=0$,也就是$(2a)^3+p\cdot(2a)-q=0$,所以 $2a$ 是方程 $x^3+px-q=0$ 的根.

14. 设长方体的长、宽、高都增加 $x$cm,根据题意,可得方程$(x+12)(x+5)(x+6)-12\times5\times6=186$,化简得

$$x^3+23x^2+162x-186=0.$$

此方程各项系数的和为 0，所以 $x=1$ 是方程的根.

由综合除法：

$$\begin{array}{rrrr|l}
1 & +23 & +162 & -186 & 1 \\
 & +1 & +24 & +186 & \\
\hline
1 & +24 & +186 & \multicolumn{1}{|r}{0} &
\end{array}$$

因为方程 $x^2+24x+186=0$ 的判别式 $\Delta<0$，此方程无实根，所以本应用题只有一解 $x=1$，即长、宽、高都增加 1cm.

答：这个增加的长度是 1cm.

15. 设截去的小正方形边长为 $x$dm，根据题意，得 $(6-2x)^2\cdot x=16$，即 $x^3-6x^2+9x-4=0$，它的解集为 $\{1_{(2)},4\}$，其中 $x=4$ 不合题意，应舍去.

答：截去的小正方形每边的长为 1dm.

## 复 习 题 八

1. $6x^4-2x^3+5x^2-18=(2x^2+1)(3x^2-x+1)+x-19$.

2. $(2x^2+3x-5)(3x-5)+(-7)=6x^3-x^2-30x+18$.

3. (1)

$$\begin{array}{rrrr|l}
1 & +0 & +0 & -b^3 & b \\
 & +b & +b^2 & +b^3 & \\
\hline
1 & +b & +b^2 & \multicolumn{1}{|r}{0} &
\end{array}$$

$\therefore$ $a-b$ 能够整除 $a^3-b^3$，商式是 $a^2+ab+b^2$；

(2) $a-b$ 能够整除 $a^4-b^4$，商式是 $a^3+a^2b+ab^2+b^3$；

(3) $x+y$ 能够整除 $x^6-y^6$，商式是 $x^5-x^4y+x^3y^2-x^2y^3+xy^4-y^5$；

(4) $x+y$ 能够整除 $x^5+y^5$，商式是 $x^4-x^3y+x^2y^2-xy^3+y^4$；

(5)

$$
\begin{array}{cccccc|l}
1 & +0 & +0 & +0 & +0 & -n^5 & -n \\
 & -n & +n^2 & -n^3 & +n^4 & -n^5 & \\
\hline
1 & -n & +n^2 & -n^3 & +n^4 & \multicolumn{1}{|c}{-2n^5} & \\
\cline{6-6}
\end{array}
$$

$\therefore$ $m+n$ 不能整除 $m^5-n^5$，商式是 $m^4-m^3n+m^2n^2-mn^3+n^4$，余数是 $-2n^5$；①

(6) $m-n$ 不能整除 $m^6+n^6$，商式是 $m^5+m^4n+m^3n^2+m^2n^3+mn^4+n^5$；余数是 $2n^6$；

(7) $u+v$ 不能整除 $u^6+v^6$，商式是 $u^5-u^4v+u^3v^2-u^2v^3+uv^4-v^5$，余数是 $2v^6$；

(8) $u-v$ 不能整除 $u^7+v^7$，商式是 $u^6+u^5v+u^4v^2+u^3v^3+u^2v^4+uv^5+v^6$，余数是 $2v^7$.

4. (1) 商式是 $x^2+4$，余数是 0；

(2) 商式是 $2a^2-2ab-b^2$，余数是 $-9b^3$；

(3) 商式是 $x^3+\dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{7}{9}x-\dfrac{38}{27}$，余数是 $-\dfrac{38}{27}$；

(4) 商式是 $x^3-\dfrac{4}{3}x^2y+\dfrac{17}{9}xy^2-\dfrac{52}{27}y^3$，余数是 $\dfrac{185}{27}y^4$.

5. (1) $f(x)$ 除以 $x-a$ 所得的余式为 $2a^n$；

---

① 这里是把 $m^5-n^5$ 与 $m+n$ 都看作关于 $m$ 的多项式. 如果都看作关于 $n$ 的多项式，结果就有不同. 下面含有多于一个字母的式子都有这种情况.

$f(x)$除以 $x+a$ 所得的余式为

$$r=f(-a)=(-a)^n+a^n=\begin{cases}2a^n,\text{当 } n \text{ 为偶数时},\\0,\text{当 } n \text{ 为奇数时}.\end{cases}$$

(2)$f(x)$除以 $x-a$ 所得的余式为 0；

$f(x)$除以 $x+a$ 所得的余式为

$$r=f(-a)=(-a)^n-a^n=\begin{cases}0,\text{当 } n \text{ 为偶数时},\\-2a^n,\text{当 } n \text{ 为奇数时}.\end{cases}$$

(3)$n$ 为奇数时，$x^n+a^n$ 有因式 $x+a$，而 $x^n-a^n$ 有因式 $x-a$；

$n$ 为偶数时，$x^n-a^n$ 有因式 $x+a$，又有因式$x-a$.

6. 提示：$f(x)=x^3-4ax^2-10bx+16$

有因式 $x+2 \Leftrightarrow f(-2)=0$

$$\Leftrightarrow -8-16a+20b+16=0$$

$$\Leftrightarrow a=\frac{1}{4}(2+5b).$$

7. (1)$(y+2)(y+3)(y+4i)(y-4i)$；

(2)$(a+b)(a+2b)(a-3b)(a-4b)$.

8. (1)$\left\{\frac{1}{2},-2+\sqrt{2},-2-\sqrt{2}\right\}$；

(2)$\left\{-2,\frac{1}{4},\sqrt{5},-\sqrt{5}\right\}$；

(3)$\left\{6,-\frac{1}{5},2i,-2i\right\}$；

(4)$\left\{\frac{5}{2},-\frac{3}{2},2i,-2i\right\}$；

(5)以 $y=2x+7$ 代入 $x^3+y^3=19$，消去 $y$，得

$$9x^3+84x^2+294x+324=0,$$

此方程的解集为

$$\left\{-2, \frac{-11+\sqrt{41}i}{3}, \frac{-11-\sqrt{41}i}{3}\right\},$$

所以原方程组的解为

$$\begin{cases} x_1=-2, \\ y_1=3, \end{cases} \quad \begin{cases} x^2=\dfrac{-11+\sqrt{41}i}{3}, \\ y^2=\dfrac{-1+2\sqrt{41}i}{3}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3=\dfrac{-11-\sqrt{41}i}{3}, \\ y^3=\dfrac{-1-2\sqrt{41}i}{3}; \end{cases}$$

(6)消去 $y$，得

$$x^4-22x^3+190x^2-748x+1104=0,$$

此方程的解集为$\{4,6,6+\sqrt{10}i,6-\sqrt{10}i\}$，所以原方程组的解为

$$\begin{cases} x_1=4 \\ y_1=6, \end{cases} \quad \begin{cases} x_2=6 \\ y_2=4, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3=6+\sqrt{10}i, \\ y_3=-6+\sqrt{10}i, \end{cases} \quad \begin{cases} x_4=6-\sqrt{10}i, \\ y_4=-6-\sqrt{10}i. \end{cases}$$

9. (1)由于原方程有两个根的和为 3，积为 2，容易求得这两个根为 1，2，代入原方程，解得 $m=-7$，$n=13$. 原方程在 $C$ 中的解集为$\{1_{(2)},2,-3\}$.

(2)利用根与系数的关系求出第一个方程的一个根为$-1$，第二个方程的一个根为 2，再把两根之值分别代入第一、第二个方程，求出 $m=-1$，$n=-3$.

10. 由根与系数的关系，得

$(x_1+1)+(x_2+1)+(x_3+1)$

$=(x_1+x_2+x_3)+3=2+3=5,$

$(x_1+1)(x_2+1)+(x_1+1)(x_3+1)+(x_2+1)(x_3+1)$

$=(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)+2(x_1+x_2+x_3)+3$

$=\frac{1}{2}+4+3=\frac{15}{2},$

$(x_1+1)(x_2+1)(x_3+1)$

$=x_1x_2x_3+(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)+(x_1+x_2+x_3)+1$

$=3+\frac{1}{2}+2+1=\frac{13}{2}.$

所以所求方程是

$$2x^3-10x^2+15x-13=0.$$

或者:设 $y=x+1$,得 $x=y-1$,代入原方程,得

$$2(y-1)^3-4(y-1)^2+(y-1)-6=0.$$

化简,得 $2y^3-10y^2+15y-13=0$,仍用 $x$ 表示新的未知数,即

$$2x^3-10x^2+15x-13=0$$

11. 由根与系数的关系,得

$$\begin{cases}3(-1)+x_4=\frac{3}{2},\\3(-1)^2+3(-1)\cdot x_4=\frac{a}{2},\\(-1)^3+3(-1)^2\cdot x_4=-\frac{b}{2},\\(-1)^3\cdot x_4=\frac{c}{2}.\end{cases}$$

解得 $x_4=\frac{9}{2}$,$a=-21$,$b=-25$,$c=-9$.

12. $x^3+ix^2-4x-4i=0$,$x^2(x+i)-4(x+i)=0$,

$(x+i)(x^2-4)=0$，得 $x+i=0$，或 $x^2-4=0$.

所以原方程在 $C$ 中的解集为 $\{-i,2,-2\}$.

13. 由

$$\begin{array}{cccc|l} 1 & +2 & -3 & +(2-4i) & -i \\ & -i & +(-1-2i) & -(2-4i) & \\ \hline 1 & +(2-i) & +(-4-2i) & \multicolumn{1}{|c}{0} & \end{array}$$

得二次方程 $x^2+(2-i)x-(4+2i)=0$.

判别式 $\Delta=(2-i)^2+4(4+2i)=19+4i$. 设 $(p+qi)^2=19+4i\ (p,q\in R)$，由复数相等定义，得 $p^2-q^2=19$，$2pq=4$. 解得 $p=\frac{1}{2}\sqrt{2\sqrt{377}+38}$，$q=\frac{1}{2}\sqrt{2\sqrt{377}-38}$.

于是原方程的解集为 $\{x_1,x_2,x_3\}$，其中

$$x_1=-i,$$

$$x_{2,3}=\frac{1}{2}\left[i-2\pm\frac{1}{2}\left(\sqrt{2\sqrt{377}+38}+\sqrt{2\sqrt{377}-38}\,i\right)\right].$$

（注：本题较烦琐，只用来说明非实系数一元 $n$ 次方程不能用虚根成对定理来求解. 不要求学生学会本题解法）.

14. 设三根为 $x_1=a+bi$，$x_2=a-bi$，$x_3$，则 $|x_1|=|x_2|=\sqrt{13}$. 由根与系数的关系知 $x_1\cdot x_2\cdot x_3=65$，即 $|x_1|^2\cdot x_3=65$（因为 $z\cdot\bar{z}=|z|^2$），所以 $x_3=5$. 再用综合除法把方程左边分解因式，得 $(x-5)(x^2-4x+13)=0$，从而 $x_{1,2}=2\pm3i$. 于是原方程在 $C$ 中的解集是

$$\{5,2+3i,2-3i\}.$$

15. 设宽为 $x$cm，则长为 $2x$cm，高为 $(x-2)$cm，列出方程 $x\cdot2x\cdot(x-2)=490$，即 $x^3-2x^2-245=0$.

利用综合除法

$$
\begin{array}{cccc|l}
1 & -2 & +0 & -245 & 7 \\
 & +7 & +35 & +245 & \\
\hline
1 & +5 & +35 & \multicolumn{1}{|c}{0} &
\end{array}
$$

得一个根 $x=7$. 而方程 $x^2+5x+35=0$ 的判别式 $\Delta<0$，它的两根为虚根，所以只有 $x=7$ 符合题意.

答：长方体的宽为 7cm，长为 14cm，高为 5cm.

16. 设三年的平均增长率为 $a$，且 $x=1+a$，，根据题意，得

$$200(1+x+x^2+x^3)=928.2,$$

即 $$1000x^3+1000x^2+1000x-3641=0.$$

因为

$$
\begin{array}{cccc|l}
1000 & +1000 & +1000 & -3461 & \frac{11}{10} \\
 & +1100 & +2310 & +3461 & \\
\hline
1000 & +2100 & +3310 & \multicolumn{1}{|c}{0} &
\end{array}
$$

所以原方程有一个根 $x=\frac{11}{10}$，即 $x=1.1$. 而方程 $1000x^2+2100x+3310=0$ 无正数根，所以只有 $x=1.1$ 符合题意.

答：每年比上一年增加 10%.

17. 设 $f(a)=a^3+3bc\cdot a-b^3+c^3$，由

$$
\begin{array}{ccc|l}
1 & +0+3bc & +(-b^3+c^3) & b-c \\
 & +(b-c)+(b-c)^2 & +(b^3-c^3) & \\
\hline
1 & +(b-c)+(b^2+bc+c^2 & \multicolumn{1}{|c}{+0} &
\end{array}
$$

∴ 商式为

$$a^2+a(b-c)+(b^2+bc+c^2)$$
$$=a^2+b^2+c^2+ab+bc-ac,$$

余数为 0.

18. (1)根据第 17 题的结论(取 $a=x,b=-y,c=z$)可得

$$x^3+y^3+z^3-3xyz$$
$$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx).$$

再来分解 $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx=x^2-(y+z)x+y^2-yz+z^2$,为此求出这个二次三项式的两个根

$$x=\frac{(y+z)\pm(y-z)\sqrt{3}i}{2}=\frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}y+\frac{1\mp\sqrt{3}i}{2}z,$$

$\therefore\quad x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx$

$=(x+\overline{\omega}y+\omega z)(x+\omega y+\overline{\omega}z)$

$\left(\text{其中 }\omega=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right).$

$\therefore\quad$ 原式$=(x+y+z)(x+\omega y+\overline{\omega}z)(x+\overline{\omega}y+\omega z)$

(2)(i)$a^3-b^3+c^3+3abc$

$=(a-b+c)(a-\omega b+\overline{\omega}c)(a-\overline{\omega}b+\omega c);$

(ii)$8a^3+b^3+c^3-6abc$

$=(2a+b+c)(2a+\omega b+\overline{\omega}c)(2a+\overline{\omega}b+\omega c).$

19. (1)设 $f(a)=a(b-c)^3+b(c-a)^3+c(a-b)^3$. 以 $a=b$ 代入上式得 $f(b)=0$,所以 $f(a)$有因式 $a-b$. 同理可证 $a(b-c)^3+b(c-a)^3+c(a-b)^3$ 有因式 $b-c,c-a$. 把 $f(a)$展开,整理成关于 $a$ 的三次四项式;同样,设 $g(a)=(a-b)(b-c)(c-a)$,并展开整理成关于 $a$ 的二次三项式,然后用 $f(a)$除以 $g(a)$,可得商式 $a+b+c$,余式为 0. 所以

$$a(b-c)^3+b(c-a)^3+c(a-b)^3$$
$$=(a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c).$$

(2)把原式展开整理,得

$$\text{原式}=3abxy(ay+bx+ax+by)$$
$$=3abxy(a+b)(x+y).$$

20. 原式 $=(y-1)(y+1)(y+2)(y^4+4)$

$$=(y-1)(y+1)(y+2)(y-1-i)(y-1+i)\times(y+1+i)(y+1-i).$$

21. 设 $f(x)=x^4+ax^3-4x^2+bx-12$.

由 $f(2)=0,f(-3)=0$,得方程组

$$\begin{cases}4a+b=6,\\ 9a+b=11.\end{cases}$$

$$\therefore\quad \begin{cases}a=1,\\ b=2.\end{cases}$$

$$f(x)=(x-2)(x+3)(x+\sqrt{2}i)(x-\sqrt{2}i).$$

22. 将 $x^4+4x^2+ax+b$ 除以 $x^2+x+1$,得商式 $x^2-x+4$,余式 $(a-3)x+b-4$. 由条件知余式 $(a-3)x+b-4$ 应为零多项式,所以

$$a=3,b=4.$$

$$x^4+4x^2+3x+4=(x^2+x+1)(x^2-x+4)$$
$$=\left(x-\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)\left(x-\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\right)$$
$$\times\left(x-\frac{1-\sqrt{15}i}{2}\right)\left(x-\frac{1+\sqrt{15}i}{2}\right).$$

23. 设 $f(x)$ 除以 $(x+2)(x+3)$ 所得的商式为 $Q(x)$,余式为 $px+q$,则

$$f(x)=(x+2)(x+3)\cdot Q(x)+px+q.$$

由余数定理知 $f(-2)=1, f(-3)=-1$，即

$$\begin{cases}-2P+q=1\\ -3p+q=-1,\end{cases}$$

$$\therefore \quad \begin{cases}p=2,\\ q=5.\end{cases}$$

所求余式为 $2x+5$.

24. 提示：可参照第 23 题的证法.

25. 设 $f(x)=x^3-x^2+3x-2$.

(1)方程 $f(x)=0$ 的有理数根只可能是 $\pm 1, \pm 2$，因为 $f(1), f(-1), f(2), f(-2)$ 均不为零，所以 $f(x)=0$ 没有有理数根.

(2)由根与系数的关系，得

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3=1,\\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=3,\\ x_1x_2x_3=2.\end{cases}$$

$$\begin{aligned}&x_1^2+x_2^2+x_3^2\\ =&(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)\\ =&-5<0.\end{aligned}$$

若 $x_1, x_2, x_3$ 均为实数，则 $x_1^2+x_2^2+x_3^2 \geqslant 0$，与上式矛盾. 所以 $x_1, x_2, x_3$ 中至少有一个是虚数. 因为实系数一元 $n$ 次方程虚根成对，所以原方程必有两个虚根.

(3)由本题第(2)小题的证明可知，$x_1^2+x_2^2+x_3^2$ 的值(等于 $-5$)与 $k$ 无关，所以第(2)小题的结论也不因实数 $k$ 值的不同而改变.

26. (1)设 $f(x)=x^3-(a-1)x^2-a^2$. 因为 $f(a)=0$，所以原

方程有根 $x=a$. 用综合除法，得

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & -(a-1) & +0 & -a^2 & a \\ & +a & +a & +a^2 & \\ \hline 1 & +1 & +a & \multicolumn{1}{|c}{0} & \end{array}$$

解方程 $x^2+x+a=0$，得 $x=\frac{-1\pm\sqrt{4a-1}i}{2}$. 所以原方程的解集为 $\left\{a,\frac{-1+\sqrt{4a-1}i}{2},\frac{-1-\sqrt{4a-1}i}{2}\right\}$.

(2) $x=k$ 是原方程的根. 把原方程展开整理，得

$$x^3-2kx^2+(k^2-2)x+2k=0.$$

用综合除法，

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & -2k & +(k^2-2) & +2k & k \\ & +k & -k^2 & -2k & \\ \hline 1 & -k & -2 & \multicolumn{1}{|c}{0} & \end{array}$$

所以原方程除有解 $x_1=k$ 外，还有两个解，即一元二次方程 $x^2-kx-2=0$ 的解. 当 $k^2\geqslant-8$ 时，这两个解可写成 $x_{2,3}=\frac{k\pm\sqrt{k^2+8}}{2}$.

27. (1) $(x^3+1)^2=-3$，$x^3+1=\pm\sqrt{3}i$，$x^3=-1\pm\sqrt{3}i$.

由 $x^3=-1+\sqrt{3}i=2\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$，得

$$x=\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{\frac{2\pi}{3}+2k\pi}{3}+i\sin\frac{\frac{2\pi}{3}+2k\pi}{3}\right)$$

$$(k=0,1,2),$$

就是

$$x_1=\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{2\pi}{9}+i\sin\frac{2\pi}{9}\right),$$

$$x_2=\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{8\pi}{9}+i\sin\frac{8\pi}{9}\right),$$

$$x_3=\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{14\pi}{9}+i\sin\frac{14\pi}{9}\right).$$

由 $x_3=-1-\sqrt{3}i=2\left(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$,得

$$x=\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{\frac{4\pi}{3}+2k\pi}{3}+i\sin\frac{\frac{4\pi}{3}+2k\pi}{3}\right)$$

$$(k=0,1,2),$$

就是

$$x_4=\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{4\pi}{9}+i\sin\frac{4\pi}{9}\right),$$

$$x_5=\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{10\pi}{9}+i\sin\frac{10\pi}{9}\right),$$

$$x_6=\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{16\pi}{9}+i\sin\frac{16\pi}{9}\right).$$

(2) $(x-2)^2(x^2+2x+4)^2-49=0$,即

$$(x^3-8)^2=49,$$

$$x^3-8=\pm 7.$$

由 $x^3=1$,得

$$x_1=1,x_2=\omega,x_3=\overline{\omega};$$

由 $x^3=15$,得

$$x_4=\sqrt[3]{15},x_5=\sqrt[3]{15}\omega,x_6=\sqrt[3]{15}\overline{\omega}.$$

28. 将方程组的第二个方程代入第一个方程,消去 $y$,得 $x^4+4x^3+2x^2-5x-2=0$,解得

$$x_1=1, x_2=-2,$$

$$x_3=\frac{-3+\sqrt{5}}{2}, x_4=\frac{-3-\sqrt{5}}{2}.$$

代入第二个方程，得

$$y_1=0, y_2=-3, y_3=\frac{-5-\sqrt{5}}{2}, y_4=\frac{-5+\sqrt{5}}{2}.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x_1=1, \\ y_1=0, \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2=-2, \\ y_2=-3, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3=\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}, \\ y_3=\dfrac{-5-\sqrt{5}}{2}, \end{cases} \qquad \begin{cases} x_4=\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}, \\ y_4=\dfrac{-5+\sqrt{5}}{2}. \end{cases}$$

29. 方程两边都乘以 $x-1$，得 $x^5-1=0$.

$$\because \quad x^5=(\cos 0+i\sin 0),$$

$$\therefore \quad x=\left(\cos\frac{0+2k\pi}{5}+i\sin\frac{0+2k\pi}{5}\right) (k=0,1,2,3,4),$$

就是

$$x_1=1,$$

$$x_2=\cos\frac{2\pi}{5}+i\sin\frac{2\pi}{5},$$

$$x_3=\cos\frac{4\pi}{5}+i\sin\frac{4\pi}{5},$$

$$x_4=\cos\frac{6\pi}{5}+i\sin\frac{6\pi}{5},$$

$$x_5=\cos\frac{8\pi}{5}+i\sin\frac{8\pi}{5}.$$

舍去 $x_1=1$，得 $\{x_2,x_3,x_4,x_5\}$ 是原方程在 $C$ 中的解集.

30. 由方程 $x^7-1=0$，得

$$x_1=\cos 0+i\sin 0,$$

$$x_2=\cos\frac{2\pi}{7}+i\sin\frac{2\pi}{7},$$

$$x_3=\cos\frac{4\pi}{7}+i\sin\frac{4\pi}{7},$$

$$x_4=\cos\frac{6\pi}{7}+i\sin\frac{6\pi}{7},$$

$$x_5=\cos\frac{8\pi}{7}+i\sin\frac{8\pi}{7},$$

$$x_6=\cos\frac{10\pi}{7}+i\sin\frac{10\pi}{7},$$

$$x_7=\cos\frac{12\pi}{7}+i\sin\frac{12\pi}{7}.$$

由根与系数的关系，可得

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7=0,$$

所以根据复数等于零的条件，有

$$\cos 0+\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7}+\cos\frac{6\pi}{7}+\cos\frac{8\pi}{7}+\cos\frac{10\pi}{7}+\cos\frac{12\pi}{7}=0,$$

即

$$1-\cos\frac{5\pi}{7}-\cos\frac{3\pi}{7}-\cos\frac{\pi}{7}-\cos\frac{\pi}{7}-\cos\frac{3\pi}{7}-\cos\frac{5\pi}{7}=0,$$

从而

$$\cos\frac{\pi}{7}+\cos\frac{3\pi}{7}+\cos\frac{5\pi}{7}=\frac{1}{2}.$$

# 第 十 章

## 习 题 一

2. 把 5 个杯子编号，3 个一等品分别为 1，2，3 号，2 个二等品

分别为 3,4 号,这个试验的所有可能结果有 10 个,即有 10 个样本点,若记

$\omega_1$={取出的是 1,2 号杯子},

$\omega_2$={取出的是 1,3 号杯子},

$\omega_3$={取出的是 1,4 号杯子},

$\omega_4$={取出的是 1,5 号杯子},

$\omega_5$={取出的是 2,3 号杯子},

$\omega_6$={取出的是 2,4 号杯子},

$\omega_7$={取出的是 2,5 号杯子},

$\omega_8$={取出的是 3,4 号杯子},

$\omega_9$={取出的是 3,5 号杯子},

$\omega_{10}$={取出的是 4,5 号杯子}.

则样本空间 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_{10}\}$.

3. (1)是随机事件; (2)必然事件;

(3)不可能事件; (4)随机事件.

4. (1)0.9,0.92,0.97,0.94.0.954,0.951;

(2)接近于常数 9.5,在它附近摆动.

## 习 题 二

1. $\frac{1}{5}$. 2. $\frac{28}{45}$. 3. 0.096. 4. (1)$\frac{1}{2}$; (2)$\frac{7}{50}$. 5. $\frac{4}{7}$.

6. $\frac{189}{625}$. 7. $\frac{1}{2}$. 8. $\frac{1}{9^6}$. 9. $\frac{5}{36}$. 10. (1)$\frac{3}{8}$; (2)$\frac{7}{8}$.

11. (1)$\frac{1}{5}$; (2)$\frac{1}{10}$.

12. (1)$\frac{1}{5}$; (2)$\frac{2}{5}$; (3)$\frac{2}{5}$.

## 习 题 三

1. (1) $A_1A_2$; (2) $\overline{A}_1+\overline{A}_2$.

2. $\overline{A}$:“6 件产品中没有次品”,$\overline{B}$:“6 件产品中至多有一件次品”.

3. (1) $A_1A_2$;(2) $A_1+A_2$;(3) $\overline{A}_1\overline{A}_2+\overline{A}_1A_2+A_1\overline{A}_2$ 或 $\overline{A}_1+\overline{A}_2$.

4. (1) $\overline{A}_1+\overline{A}_2+\overline{A}_3$;(2)生产的零件是合格产品;(3)在“产品第一、二道工序加工都合格,那么第三道工序加工必合格”的条件下,有 $A_1A_2\subseteq A_3$.

5. (1) $A_1A_2A_3$;

   (2) $A_1A_2A_3+A_1A_2\overline{A}_3+A_1\overline{A}_2A_3+\overline{A}_1A_2A_3$ 或 $A_1A_2+A_1A_3+A_2A_3$;

   (3) $A_1\overline{A}_2\overline{A}_3+\overline{A}_1A_2\overline{A}_3+\overline{A}_1\overline{A}_2A_3$;

   (4) $\overline{A}_1+\overline{A}_2+\overline{A}_3$.

6. (1)被选的学生是高二年级中三好学生中的男生,但不是运动员;

   (2)在高二年级中的运动员都是男生而且都是三好学生的条件下,$ABC=C$;

   (3)当高二年级中的运动员全都是三好学生时,$C\subseteq B$ 成立;

   (4)当高二年级中的三好生都是女生,而且高三年级中的女生全都是三好生时,$\overline{A}=B$ 成立.

7. (1) $A$; (2) $A\overline{B}\overline{C}$; (3) $AB\overline{C}$; (4) $ABC$;

   (5) $A+B+C$; (6) $AB+BC+AC$;

   (7) $A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C$; (8) $AB\overline{C}+A\overline{B}C+\overline{A}BC$;

   (9) $\overline{A}\overline{B}\overline{C}+A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C+\overline{A}B\overline{C}$ 或 $\overline{AB+BC+AC}$;

(10)$\overline{ABC}$ 或 $\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$； (11)$\overline{ABC}$.

## 习 题 四

1. (1)0.82； (2)0.38； (3)0.24； (4)0.62.

2. 0.83. 3. $\frac{5}{6}$.

4. (1)$\frac{C_{95}^{50}}{C_{100}^{50}}$； (2)$\frac{C_5^1 C_{95}^{49}}{C_{100}^{50}}$；

(3)$\frac{47\times 37}{99\times 97}\approx 0.181$.

5. $P(A)=1-P(\overline{A})=0.2255$.

6. (1)$\frac{2}{5}$； (2)$\frac{1}{10}$； (3)$\frac{1}{5}$.

7. $1-\frac{C_{999}^5}{C_{1000}^5}$. 8. $1-\frac{C_{n-m}^k}{C_n^k}$.

## 习 题 五

1. 0.72. 2. 0.128. 3. 0.072. 4. $\frac{1}{16}$. 5. $0.99^9\approx 0.91$.

6. (1)$3\times 0.01\times 0.99^2\approx 0.02999$； (2)$1-0.99^3=0.03$.

7. $1-0.3^4=0.9919$.

## 习 题 六

1. 0.14， 0.009， 0.15. 2. $P_4(3)=4P^3(1-P)$. 3. $\frac{1}{2}$.

4. 恰好击中 5 次，4 次，…，0 次的概率，依次等于$(0.7+0.3)^5$的展开式中的各项.

5. (1)$C_5^4\times 0.9^4\times 0.1\approx 0.33$； (2)$C_5^2\times 0.9^3\times 0.1^2\approx 0.07$.

## 复习题十

1. $\frac{2}{3}$.  2. $\frac{2}{5}$.  3. $1-\frac{C_{94}^{20}}{C_{100}^{20}}=0.74$.

4. 0.4  5. 0.03  6. 9个.

7. $1-0.9\times0.8\times0.7\approx0.5$.

8. $\frac{4C_{13}^{4}}{C_{52}^{4}}, \frac{(C_{13}^{1})^{4}}{C_{52}^{4}}$.

9. (1)$\frac{10^2+5^2}{15^2}$;  (2)$\frac{10\times5}{15^2}$.

10. $1-\frac{C_7^3}{C_8^3}=\frac{3}{8}$.

11. $P_4(3)+P_4(4)=C_4^3\cdot0.4^3\cdot0.6+C_4^4\cdot0.4^4\approx0.1792$.

12. $\frac{4}{9}$.

13. (1)0.88;(2)$(C_3^2\cdot0.7^2.0.3)\cdot(C_3^2\cdot0.6^2\cdot0.4)\approx0.19$.

14. $1-(2P-P^2)^3$.

# 第十一章

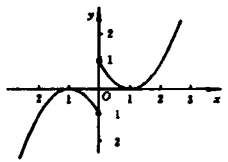
## 习题一

1. (1)0; (2)0; (3)$\frac{\pi}{2}$; (4)$-\frac{\pi}{2}$;(5)1; (6)1.

2. (1)0; (2)0; (5)不存在; (6)1.

3. (1)0; (2)$\frac{1}{2}$; (3)不存在;

(4)10; (5)3; (6)$\frac{3}{2}$;




(第2题)

(7) $-3$； (8) $\frac{1}{2}$； (9) $-1$； (10) 4.

## 习 题 二

1. 略.

2. 略.

3. (1) $x\neq 2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z,x\in R\bigcup\limits_{k\in Z}\left(2k\pi-\frac{3}{2}\pi,2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$；

   (2) $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$；

   (3) $(-\infty,-3)\cup\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$；

   (4) $(-\infty,-2)$.

4. (1) $\frac{1}{4}$； (2) 2； (3) 2； (4) 3.

5. (1) 2； (2) 1； (3) $\frac{1}{4}$； (4) $\frac{\sqrt{2}}{16}$； (5) $3x_0^2$；

   (6) $\begin{cases}\text{当 } x_0=0 \text{ 时,极限不存在}\\ \text{当 } x_0>0 \text{ 时;} \dfrac{\sqrt{x_0}}{2x_0}\end{cases}$； (7) $\frac{1}{3}$；(8) $-\frac{1}{4}$.

6. (1) $f(x)$在区间$[1,5]$上连续；

   (2) 令 $f(x)=x^3-6x-3$,则 $f(2)\cdot f(3)<0$.

7. (2) 0.

## 复习题十一

1. 略.

2. (1) 3；(2) $\frac{3}{2}$；(3) 2；(4) 1；(5) 0；(6) $\frac{1}{2}$；(7) $\frac{3}{2}$；

(8) $-5$；　(9) $-\frac{1}{3}$；　(10) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$；　(11) $-\sqrt{2}$；

(12) 2；　(13) 2；　(14) $\frac{1}{20}$；　(15) $e^2$.

3. (1) $\frac{1}{2}$；　(2) $\frac{1}{2}$；　(3) $-\pi$；　(4) 1.

4. (1) $4a^3$；(2) $\begin{cases} a=0 \text{ 时极限不存在}, \\ a>0 \text{ 时}, \dfrac{\sqrt{a}}{2a}; \end{cases}$

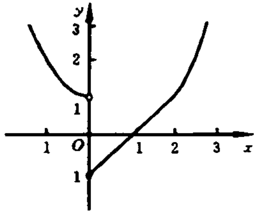
(3) $2\cos 2x$；(4) $\frac{1}{a}$　$(a>0)$.

5. 令 $f(x)=x\cdot 3^x-2$，

则 $f(0)\cdot f(1)<0$.

6. $a=-1, b=-2$.

7. $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.



(第 7 题)

# 第十二章

## 习　题　一

1. (1) $-4.52$；

(2) $-\frac{3}{4.02}\approx -0.746$；

(3) $\frac{2}{\sqrt{8.002}+\sqrt{8}}\approx 0.354$.

2. (1) $-4$；

(2) $-\frac{3}{4}$；

(3) $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

3. 14.

4. $y=12x-16$.

5. 0.

6. 不存在.

7. 4.

8. (1) $3f'(1)$;

   (2) $f'(1)$.

## 习 题 二

1. (1) $-6x+2$;

   (2) $3x^2+2x-1$;

   (3) $-\dfrac{2}{(x-1)^2}$;

   (4) $\dfrac{-2x+3}{(x^2-3x+6)^2}$;

   (5) $x\cos x$;

   (6) $\dfrac{1}{1+\cos x}$;

   (7) $\dfrac{1-\ln x}{x^2}$;

   (8) $\mathrm{tg}x+x\sec^2x+\csc^2x$.

2. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}$, 0.

3. $\dfrac{3}{25}$, $\dfrac{17}{15}$.

4. (1) $2x\mathrm{tg}x+x^2\sec^2x$;

   (2) $\dfrac{2x\mathrm{tg}x-x^2\sec x}{\mathrm{tg}^2x}$;

   (3) $\dfrac{(x^2-1)\sin x+2x\cos x}{(x^2-1)^2}$;

   (4) $\sin x\ln x+x\cos x\ln x+\sin x$;

(5) $\operatorname{tg}x+x\sec^2x+\csc^2x$;

(6) $(x-b)(x-c)+(x-a)(x-c)+(x-a)(x-b)$,

即 $3x^2-2(a+b+c)x+(ab+bc+ca)$.

5. (1) $\{-2,1\}$;

(2) $\{-1,0\}$;

(3) $\{-4,3\}$.

6. $3(x-1)^2$.

7. $f'(x)=\begin{cases}-1 & (x<1)\\ 2x-4 & (1\leqslant x<2)\\ 1 & (x\geqslant 2)\end{cases}$.

8. (1) $\sin x+x\cos x$;

(2) $2\cos x-x\sin x$.

## 习 题 三

1. (1) $\dfrac{2}{\sin 2x}$;

(2) $2^x\ln 2\cdot\cos(2^x)$;

(3) $e^{\sin^2x}\sin 2x$;

(4) $\dfrac{2\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$;

(5) $\dfrac{1}{x\ln x\cdot\ln(\ln x)}$;

(6) $x\operatorname{tg}x^2\sqrt{\cos x^2}$;

(7) $-\dfrac{1}{1+x^2}$;

(8) $2x\sin\dfrac{1}{x}-\cos\dfrac{1}{x}$.

2. (1) $\dfrac{y}{y-x}$;

(2) $\dfrac{e^y}{2-y}$;

(3) $\dfrac{y-x^2}{y^2-x}$;

(4) $\dfrac{y^2-xy\ln y}{x^2-xy\ln x}$.

3. $(1.0),(-1,-4)$.

4. $3x-\sqrt{2}y-1=0$.

5. (1) $\dfrac{-a^2}{\sqrt{(a^2-x^2)^3}}$;

(2) $4e^{2x-1}$;

(3) $4\cos 4x$;

(4) $-\csc^2 x$.

6. (1) $x^x(1+\ln x)$;

(2) $x^{\frac{1}{x}-2}(1-\ln x)$;

(3) $\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{x-1}{x^2+3x}}\left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+3}\right)$;

(4) $(\sin x)^{\cos x}(\cos x\operatorname{ctg} x-\sin x\ln\sin x)$.

## 习　题　四

1. $\Delta y=0.110601, dy=0.11$.

2. $dy\approx 0.0029$.

3. 略.

4. (1) $-\dfrac{4}{x^3}\cdot dx$;

(2) $\dfrac{5}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}}\cdot dx$;

(3) $6(1+2x-x^2)^2(1-x)dx$;

(4) $-2x\sin x^2\cdot dx$;

(5)$e^x(\sin^2x+\sin 2x)\mathrm{d}x$;

(6)$-\dfrac{2x}{(x-1)^3}\cdot \mathrm{d}x$;

(7)$-\dfrac{4x}{(1+x^2)^2}\mathrm{d}x$;

(8)$\sec^4\theta \mathrm{d}\theta$.

5. 0.5890.

6. 0.4849.

7. (1)1.004;

(2)0.9993;

(3)0.0021;

(4)0.0017.

8. $x_0=-2$

9. 提示设 $y=f(u)$,$u=f(x)$,则$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}u}\cdot\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}=f'(u)\cdot f'(x)=f'[f(x)]\cdot f'(x)$,$\mathrm{d}y=f'[f(x)]f'(x)\mathrm{d}x$.

10. $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}(\sin x)}=f'(\sin x)$ $\qquad \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=f'(\sin x)\cos x$.

11. $\Delta T\approx T_l'\mathrm{d}l\approx 0.022$(秒).

## 习 题 五

1. (1)递增区间$(-\infty,1]$$[3,+\infty)$,递减区间$[1,3]$;

(2)递增区间$[0,+\infty)$,递减区间$(-\infty,0]$;

(3)递增区间$[-1,1]$,递减区间$(-\infty,-1]$、$[1,+\infty)$;

(4)递增区间$\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{3}\right]$,递减区间$\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right]$、$\left[\dfrac{5\pi}{3},2\pi\right]$.

2. (1)$y_{极大}=f(-2)=-2$,$y_{极小}=f(2)=2$;

(2)$y_{极小}=f(1)=-1$;

(3) $y_{极大}=f\left(\frac{12}{5}\right)=\frac{1}{24}$;

(4) $y_{极大}=f\left(\frac{3\pi}{4}+2k\pi\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{3}{4}\pi+2k\pi}$

$y_{极大}=f\left(-\frac{\pi}{4}+2k\pi\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{\pi}{4}\pi+2k\pi}\quad(k\in z)$.

3. (1) $y_{\max}=22$, $y_{\min}=2$;

(2) $y_{\max}=\frac{3}{5}$, $y_{\min}=-1$;

(3) $y_{\min}=(a+b)^2$;

(4) $y_{\max}=\frac{\pi}{4}$, $y_{min}=0$.

4. 1cm.

5. $S=2t\sqrt{1-t}\quad(0<t<1)$

$S_{\max}=f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{4\sqrt{3}}{9}$.

6. (1) $25\pi\text{cm}^2$;

(2) $80\pi\text{cm}^3$.

7. $\alpha=\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

8. (1)曲线在$(-\infty,+\infty)$内下凸.

(2)函数的拐点 $x=k\pi(k\in Z)$,曲线在区间$(2k\pi,(2k+1)\pi)$内上凸;在区间$((2k-1)\pi,2k\pi)$下凸.

9. (1)提示:$f(x)$是偶函数,$y_{极小}=f(0)=1$,曲线的渐近线方程 $x=\pm1$ 及 $y=0$.

(2)提示:$f(x)$是奇函数,拐点 $x=0$,曲线的渐近线方程 $x=\pm1$及 $y=0$.

10. $-\frac{1}{3}\leqslant k\leqslant 0$

11. $y_{\min}=f(2)=-4$.

12. 略.

## 复习题十二

1. 略.

2. 不可导.

3. $f'(a)$.

4. (1) $4x^3+6x^2-2$;

(2) $6x^2-2x-5$;

(3) $4(x^2+x+1)^3(2x+1)$;

(4) $\dfrac{-2x^4-7x^2-3}{(x^3+x)^2}$;

(5) $(4x+3)\sin2(2x^2+3x)$;

(6) $\dfrac{4x^3-9x^2}{3\sqrt[3]{(x^4-3x^3+2)^2}}$;

(7) $5x^{5x}(\ln x+1)$;

(8) $\dfrac{3e^{3x}}{1+e^{6x}}$.

5. (1) $\dfrac{6x(2x^3-1)}{(x^3+1)^3}$;

(2) $\dfrac{(\sqrt{x}-1)e^{\sqrt{x}}}{4x\sqrt{x}}$;

(3) $-\csc^2x$;

(4) $2\sin x\sec^3x$.

6. 略.

7. 略.

8. (1) $-2$;

(2) $4x+2y-3=0$.

9. $2x+y-6=0$.

10. 略.

11. (1) 递增区间 $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)$、$\left[\dfrac{11}{18},+\infty\right)$；递减区间是 $\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{11}{18}\right]$. $y_{极大}=f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=0$, $y_{极小}=f\left(\dfrac{11}{18}\right)$

$=-\dfrac{5^{14}\cdot 2^{3}}{3^{18}}$.

(2) 递增区间 $(-\infty,2]$、$[3,+\infty)$；递减区间 $[2,3]$，

$y_{极大}=f(2)=1$, $y_{极小}=f(3)=0$.

(3) 递增区间 $(-\infty,+\infty)$，无极值.

(4) 递增区间 $\left(-\infty,\dfrac{12}{5}\right]$；递减区间 $\left[\dfrac{12}{5},+\infty\right)$，

$y_{极大}=f\left(\dfrac{12}{5}\right)=\sqrt{\dfrac{41}{20}}$.

12. $P$ 点坐标为 $(4,1)$.

13. $x=\dfrac{a}{6}$.

14. $72\text{cm}^3$.

15. 略.