

BÀI TẬP CHƯƠNG 4 PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN

Các bài từ 4.1-4.5, kiểm tra hàm số cho trước có phải là nghiệm của phương trình vi phân?

	Nghiệm	Phương trình vi phân
4. 1.	$N = Ce^{kt}$	$\frac{dN}{dt} = k N(t)$
4. 2.	$y = \frac{1}{1 + Ce^{-t}}$	$\frac{dy}{dx} = ky(1 - y)$
4. 3.	$y = C\sqrt{x^2 + 4}$	$(x^2 + 4)\frac{dy}{dx} = xy$
4. 4.	$N = 100e^{2t}$	$\frac{dN}{Ndt} = 2, N(0) = 100$
4. 5.	$y^2 = Cx^3$	$2xy' - 3y = 0$

Các bài tập từ 4.6-4.9, giải các phương trình vi phân với điều kiện ban đầu

	Phương trình vi phân	Điều kiện ban đầu
4. 6.	$\frac{dy}{dx} = x^2 + 2 \sin x,$	sao cho $y_0 = 1$ khi $x_0 = 0$.
4. 7.	$\frac{ds}{dt} = 2e^{-3t},$	biết $s(0) = 2$.
4. 8.	$\frac{dy}{dx} = 2y,$	sao cho $y_0 = -2$ khi $x_0 = 0$.
4. 9.	$\frac{dN}{dt} = 2(3 - N),$	biết $N(0) = 10$.

Các bài 4.10-4.14, giải các phương trình vi phân sau

- | | | | |
|--------|-------------------------------|--------|------------------------|
| 4. 10. | $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$ | 4. 12. | $ydx - (2x + 1)dy = 0$ |
| 4. 11. | $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ | 4. 13. | $xy' + y = 0$ |
| | | 4. 14. | $xy' = (y + 1)$ |

Các bài 4.15-4.20, giải các phương trình vi phân đẳng cấp

4. 15. $(x + y)dx - (x - y)dy = 0$

4. 16. $ydx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0$

4. 17. $y' = \frac{y}{x} + \sqrt{\frac{y}{x}}$

4. 18. $y' + \frac{y}{x} \ln\left(\frac{y}{x}\right) = 0$

4. 19. $(x^3 - xy^2)dx + (xy^2 - y^3)dy = 0$

4. 20. $(x^2 + y^2)dx + 3xydy = 0$

Các bài 4.21-4.27, giải các phương trình vi phân tuyến tính cấp một

4. 21. $y' - y = 4$

4. 22. $y' + 2xy = 4x$

4. 23. $y' - \frac{y}{x} = x^2$

4. 24. $y' - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x$

4. 25. $y' - \frac{1}{x}y = \frac{3}{x^2}$

4. 26. $y' + \frac{2y}{x+3} = \frac{1}{x^2}$

4. 27. $y' + \frac{y}{x} = \frac{1}{x^2 + 1}$

Các bài 4.28-4.32, giải các phương trình Bernoulli

4. 28. $y' + y = xy^2$

4. 29. $y' + 3xy = x^2y^3$

4. 30. $y' + xy = \frac{x}{y}$

4. 31. $y' + \frac{y}{x} = xy^2$

4. 32. $y' + \frac{y}{x} = \frac{y^3}{x^2}$

Giải các phương trình vi phân cấp một sau bằng một phương pháp thích hợp

4. 33. $(x^2 + 9)y' = xy$

4. 34. $y'x = y \ln y$

4. 35. $x\sqrt{y}dx - y(x+1)dy = 0$

4. 36. $y' + 2xy = xy^2$

4. 37. $y' = \frac{x^2 + y^2}{x(x+y)}$

4. 38. $(y^2 + 2)y' = 3x^2y\left(1 + \frac{1}{x^3 + 1}\right)$

4. 39. $xy' = y - x \cos^2 \frac{y}{x}$

4. 40. $y' - y \sin x = \sin 2x$

4. 41. $y' + 4x^3y = x^3$

4. 42. $\frac{dy}{dx} - 2\frac{y}{x} = \frac{1}{x^2}$

Bài tập ứng dụng phương trình vi phân

Các bài tập từ 4.43-4.44 liên quan đến mô hình giảm nhiệt độ

4. 43. Giả sử nhiệt độ của một vật, ký hiệu là $y = y(t)$, biến đổi theo phương trình

$$\frac{dy}{dt} = -2(y - 10) \text{ với } y(0) = 30.$$

Tìm $y(t)$ và nhiệt độ của vật khi $t = 4$.

4. 44. Một cốc cà phê được mang ra cho khách hàng. Giả sử cốc cà phê có nhiệt độ 95°C và nhiệt độ của môi trường là 28°C . Sau 5 phút thì thấy nhiệt độ của cốc cà phê còn 90°C . Hỏi sau 10 phút thì nhiệt độ của cốc cà phê là bao nhiêu.

Phân rã chất phóng xạ. Giả sử khối lượng của một chất phóng xạ theo thời gian ký hiệu là $m(t)$. Dựa trên giả thuyết tốc độ phóng xạ tỷ lệ thuận với lượng chất phóng xạ, quá trình phóng xạ được mô hình bởi phương trình

$$\frac{dm}{dt} = -\lambda m(t), \text{ với } m(0) = m_0, \quad (4.39)$$

trong đó λ là một hằng số dương, được gọi là *hằng số phóng xạ*.

4. 45. Radium có chu kỳ bán rã là 1599 năm. Giả sử ban đầu có 10 gam Radium. Hỏi sau 600 năm thì khối lượng Radium còn bao nhiêu?