

Tên học phần: Giải tích   Số TC: 03

Ngày thi: 13/07/2022

Thời gian làm bài: 90 phút

## Đề số 7

**Câu 1** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Tính tích phân  $I = \iint_D (x + y - 2) dx dy$ , biết miền  $D$  là tam giác có ba đỉnh  $(0, 0)$ ,  $(0, 1)$ , và  $(3, 1)$ .

**Câu 2** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Tính tích phân

$$I = \iiint_V z \, dx dy dz,$$

trong đó  $V$  là một miền thỏa mãn các điều kiện:  $x + y + z \leq a$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

**Câu 3** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Cho  $C$  là đoạn thẳng định hướng từ  $A(0, 0, 0)$  đến  $B(1, 2, 3)$ .

(a) Tìm một biểu diễn tham số  $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$  của  $C$ .

(b) Tính  $I = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ , biết  $\mathbf{F} = (x^2 - yz + \sin^2 \frac{\pi x}{4}, y^2 - zx, z^2 - xy)$ .

**Câu 4** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Cho mặt trụ  $(C)$   $x^2 + y^2 = 36$ ,  $-3 \leq z \leq 1$ .

(a) Tìm một biểu diễn tham số của  $(C)$  và một vectơ pháp tuyến  $\mathbf{N}$  tương ứng.

(b) Tính tích phân của hàm vectơ  $\mathbf{F} = (x + y, x, zx^2)$  trên mặt  $(C)$ .

**Câu 5** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Giải phương trình vi phân tuyến tính cấp một không thuần nhất sau:

$$y' - \frac{1}{x}y = x^2 \cos x.$$

----- Hết -----

- Thí sinh **không** được sử dụng tài liệu.

- Cán bộ coi thi không cần giải thích gì.

Trưởng bộ môn/khoa

Giảng viên ra đề

TS. Phan Quang Sáng

GS. TS. Phùng Văn Đồng

PGS. TS. Đỗ Văn Nam

TS. Lê Đức Ninh

TS. Đỗ Quốc Tuấn

TS. Vũ Hữu Nhựt

ThS. Nguyễn Đức Ngà

Đề số: 07

Câu	Nội dung	Điểm
1		2
	$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 3 \text{ và } \frac{1}{3}x \leq y \leq 1\}$	0,5
	$I = \int_0^3 dx \int_{\frac{1}{3}x}^1 dy (x + y - 2)$	0,5
	$I = \int_0^3 dx (-3/2 + 5x/3 - 7x^2/18)$	0,5
	$I = (-3x/2 + 5x^2/6 - 7x^3/54)_0^3$	0,25
	$I = -1/2$	0,25

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
2			2,00
		• Vẽ được hình [không bắt buộc]	
		• Miền lấy tích phân: $z \in [0, a], x \in [0, a - z], y \in [0, a - z - x]$	0,5
		• Tích phân bằng $I = \int_0^a dz \int_0^{a-z} dx \int_0^{a-z-x} dy z$ [lưu ý đúng thứ tự tích phân]	0,5
		• Tính được tích phân $\int_0^{a-z-x} dy = a - z - x$	0,25
		• Tính được thêm tích phân thứ hai $\int_0^{a-z} dx (a - z - x) = \frac{(a-z)^2}{2}$	0,25
		• Tính được thêm tích phân thứ ba $\int dz z(a - z)^2 = z^4/4 - 2az^3/3 + a^2z^2/2$	0,25
		• Đáp số: $a^4/24$	0,25

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
3		(Làm cách khác đúng vẫn tính đủ điểm)	2,00
	a		0,5
		Biểu diễn tham số: $x = t, y = 2t, z = 3t, 0 \leq t \leq 1$	0,5
	b		1,50
		$dx = dt, dy = 2dt, dz = 3dt$	0,25
		$I = \int_0^1 (t^2 - 6t^2 + \sin^2 \frac{\pi t}{4}) dt + (4t^2 - 3t^2) 2dt + (9t^2 - 2t^2) 3dt$	0,5
		$= \int_0^1 (18t^2 + \frac{1}{2}(1 - \cos \frac{\pi t}{2})) dt$	0,25
		$= (6t^3 + \frac{t}{2} - \frac{1}{\pi} \sin \frac{\pi t}{2}) \Big _0^1$	0,25
		$= \frac{13}{2} - \frac{1}{\pi}$	0,25

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
4			<b>2,00</b>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>Tham số hóa  <math display="block">x = 6 \cos u, y = 6 \sin u, z = v</math> </li> </ul>	0,5
		<ul style="list-style-type: none"> <li>Miền lấy tích phân  <math display="block">-3 \leq v \leq 1, 0 \leq u \leq 2\pi</math> </li> </ul>	0,25
		<ul style="list-style-type: none"> <li> <math display="block">\begin{cases} r_u = (-6 \sin u, 6 \cos u, 0) \\ r_v = (0, 0, 1) \end{cases}</math> </li> </ul>	0,25
		<ul style="list-style-type: none"> <li> <math display="block">\mathbf{N} = r_u \times r_v = (6 \cos u, 6 \sin u, 0)</math> </li> </ul>	0,25
		<ul style="list-style-type: none"> <li>Đưa về tích phân  <math display="block">\int_{-3}^1 \int_0^{2\pi} 36(\cos^2 u + \sin 2u) \, du dv</math> </li> </ul>	0,25
		<ul style="list-style-type: none"> <li>Chuyển về  <math display="block">I = 36 \int_{-3}^1 dv \int_0^{2\pi} (\cos^2 u + \sin 2u) du = 144 \left( \frac{u}{2} - \frac{\sin 2u}{4} - \frac{\cos 2u}{2} \Big _0^{2\pi} \right)</math> </li> </ul>	0,25
		<ul style="list-style-type: none"> <li>Tính đúng  <math display="block">I = 144\pi</math> </li> </ul>	0,25

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
5		<b>(Làm cách khác, ví dụ theo phương pháp Lagrange - biến thiên hằng số, đúng vẫn tính đủ điểm)</b>	<b>2,00</b>
		Viết được: $y(x) = u(x)v(x)$	0,25
		Viết lại được phương trình vi phân: $u'v + u \left( v' - \frac{1}{x}v \right) = x^2 \cos x$	0,25
		Tìm được nghiệm riêng của phương trình $v' - \frac{1}{x}v = 0$ như sau: $\mathbf{v} = \mathbf{x}$	0,5
		Viết được: $u' = x \cos x$	0,25
		Viết được: $\mathbf{u} = \int \mathbf{x} \cos \mathbf{x} d\mathbf{x} + \mathbf{C}$	0,25
		Sử dụng phương pháp tích phân từng phần tính được: $\int x \cos x dx = \cos x + x \sin x$	0,25

	<p>Viết được nghiệm tổng quát:</p> $\mathbf{y}(\mathbf{x}) = (\cos \mathbf{x} + \mathbf{x} \sin \mathbf{x} + \mathbf{C}) \mathbf{x} = \mathbf{x} (\cos \mathbf{x} + \mathbf{x} \sin \mathbf{x}) + \mathbf{C}\mathbf{x},$ <p>với <math>C</math> là hằng số tích phân có giá trị tùy ý.</p>	0,25
--	---	------

Trưởng bộ môn/khoa

Giảng viên ra đề

TS. Phan Quang Sáng

GS. TS. Phùng Văn Đồng

PGS. TS. Đỗ Văn Nam

TS. Lê Đức Ninh

TS. Đỗ Quốc Tuấn

TS. Vũ Hữu Nhựt

ThS. Nguyễn Đức Ngà