

ĐÁP ÁN- TOÁN CAO CẤP TRONG KINH TẾ KINH DOANH**Bộ môn Toán- Khoa KHCN, HK 2 Năm học 2021/2022****Thi ngày: 9/7/2022****ĐÁP ÁN ĐỀ 2**

		Điểm
Câu 1	a) Điểm cân bằng (Q_0, P_0) thỏa mãn	0.25
	$P_0 = \sqrt{2Q_0 + 25} = -\frac{1}{4}Q_0 + 10.$	
	$\Rightarrow 2Q_0 + 25 = \left(-\frac{1}{4}Q_0 + 10\right)^2$ $\Rightarrow Q_0^2 - 112Q_0 + 1200 = 0$	0.25
	$\Rightarrow Q_0 = 12 \text{ hoặc } Q_0 = 100$ <p>Loại giá trị $Q_0 = 100$, thử lại thấy $Q_0 = 12$ thỏa mãn.</p>	0.25
	Suy ra	0.25
	$P_0 = -\frac{1}{4}Q_0 + 10 = 7.$ <p>Vậy điểm cân bằng $(Q_0, P_0) = (12, 7)$.</p>	
	b) Thặng dư của nhà sản xuất tại điểm cân bằng $(Q_0, P_0) = (12, 7)$ là	0.25
	$PS = P_0 Q_0 - \int_0^{Q_0} P dQ = 12 \cdot 7 - \int_0^{12} \sqrt{2Q + 25} dQ$	
	$= 84 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \sqrt{(2Q + 25)^3} \Big _0^{12}$	0.5
	$= 84 - \frac{1}{3} \sqrt{7^3 - 5^3} = \frac{34}{3}.$	0.25

Câu 2	Nội dung	2.0 điểm
	Hàm doanh thu $TR = P_1Q_1 + P_2Q_2 = -Q_1^2 - 2Q_2^2 + 1300Q_1 + 1350Q_2$	0.25
	Hàm lợi nhuận $\pi = TR - TC = -2Q_1^2 - 3Q_2^2 - 3Q_1Q_2 + 1300Q_1 + 1350Q_2$	0.5
	Viết hệ $\begin{cases} \pi_{Q_1} = -4Q_1 - 3Q_2 + 1300 = 0 \\ \pi_{Q_2} = -6Q_2 - 3Q_1 + 1350 = 0 \end{cases}$	0.25
	Giải đúng $Q_1 = 250, Q_2 = 100$	0.25
	Tính $\pi_{Q_1Q_1} = -4, \pi_{Q_2Q_2} = -6, \pi_{Q_1Q_2} = -3$. Kiểm tra	0.25
	Khẳng định $(250,100)$ là điểm cực đại	0.25
	Tính $\max \pi = 230000$	0.25

Câu 3	a) Viết lại các PT thành $Y - C + M = I^* + G^* + X^*, -aY + C = b, -mY + M = M^*.$ Dạng ma trận $AX=B$ với:	0.25
	$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -a & 1 & 0 \\ -m & 0 & 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} Y \\ C \\ M \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} I^* + G^* + X^* \\ b \\ M^* \end{bmatrix}$	0.25
	b) Khai triển tính $\det(A) = 1 - a + m \neq 0$	0.5
	Viết và khai triển tính $\det(A1) = b + I^* + G^* + X^* - M^*$	0.5
	$Y = \det(A1) / \det(A) = \frac{b + I^* + G^* + X^* - M^*}{1 - a + m}$	0.5

		Điểm
Câu 4	a) Từ các dữ kiện đã cho, ta có: $\frac{dP}{dt} = 0,02((-10P + 44) - (15P - 36)) = -0,5P + 1,6.$	0.25
	Giải phương trình vi phân tuyến tính: Hàm bù: $CF = A \cdot e^{-0,5t}$. Nghiệm riêng: $PS = -\frac{1,6}{-0,5} = 3,2$.	0.25
	Nghiệm tổng quát: $P(t) = CF + PS = A \cdot e^{-0,5t} + 3,2.$	0.25
	Từ dữ kiện $P(0) = 1,2$ ta có $A + 3,2 = 1,2 \Rightarrow A = -2.$	0.25
	Vậy $P(t) = 3,2 - 2e^{-0,5t}$.	0.25
	Hàm mũ $f(t) = e^{-0,5t} = (e^{-0,5})^t$ là hàm nghịch biến vì $e^{-0,5} < 1$. Do đó $P(t) = 3,2 - 2e^{-0,5t}$ đồng biến (tăng) tại mọi t .	0.25
	b) $\lim_{t \rightarrow +\infty} (3,2 - 2e^{-0,5t}) = 3,2 - 2 \cdot 0 = 3,2$ hữu hạn.	0.25
	Vậy $P(t)$ ổn định và mức giá cân bằng là 3,2.	0.25

Câu 5	a) Vẽ đường $3x-y=3$: chọn 2 điểm vd $(0,-3)$, $(1,0)$	0.25
	Vẽ đường $x-2y=-9$: chọn 2 điểm vd $(0,4.5)$, $(-9,0)$	0.25
	Chọn điểm thử, ví dụ $(0,0)$ để xác định các miền bất	0.25
	Xác định giao điểm 2 đường thẳng = giải hpt: $x=3$, $y=6$	0.25
	Vẽ hình, kết luận miền chấp nhận được và nêu 4 góc: $O(0,0)$, $A(0,3)$, $B(3,6)$, $C(1,0)$	0.25
	b) Lập bảng giá trị c tại các góc: $c(O)=0$, $c(A)=-9$, $c(B)=6$, $c(C)=8$,	0.25
	KL GTLN $c=8$ tại góc C khi $x=1$, $y=0$	0.25
	KL GTNN $c=-9$ tại góc A khi $x=0$, $y=3$	0.25

ĐÁP ÁN- TOÁN CAO CẤP TRONG KINH TẾ KINH DOANH**Bộ môn Toán- Khoa KHCN, HK 2 Năm học 2021/2022****Thi ngày: 9/7/2022**

	ĐỀ SỐ 03	Điểm
Câu 1 (2 điểm)	a) Điểm cân bằng (Q_0, P_0) thỏa mãn $P_0 = \frac{5}{9}Q_0 + 4 = \sqrt{144 - 7Q_0}.$	0.25
	$\Rightarrow \left(\frac{5}{9}Q_0 + 4\right)^2 = 144 - 7Q_0$ $\Rightarrow 25Q_0^2 + 927Q_0 - 10368 = 0$	0.25
	$\Rightarrow Q_0 = 9 \text{ hoặc } Q_0 = -\frac{1152}{25}$ <p>Loại giá trị $Q_0 = -\frac{1152}{25}$, thử lại thấy $Q_0 = 9$ thỏa mãn.</p>	0.25
	Suy ra $P_0 = \frac{5}{9}Q_0 + 4 = 9.$ <p>Vậy điểm cân bằng $(Q_0, P_0) = (9, 9)$.</p>	0.25
	b) Thặng dư của người tiêu dùng tại điểm cân bằng $(Q_0, P_0) = (9, 9)$ là $CS = \int_0^{Q_0} P dQ - P_0 Q_0 = \int_0^9 \sqrt{144 - 7Q} dQ - 9 \cdot 9$	0.25
	$= -\frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3} \sqrt{(144 - 7Q)^3} \Big _0^9 - 81$	0.5
	$= -\frac{2}{21} (9^3 - 12^3) - 81 = \frac{99}{7}.$	0.25

Câu 2	Hàm chi phí $TC = 80K + 20L$	0.5
	Điều kiện $16\sqrt{K} + 4\sqrt{L} = 100 \Leftrightarrow 4\sqrt{K} + \sqrt{L} = 25$	0.25

(2 điểm)	Hàm Lagrange $U = TC - \lambda(4\sqrt{K} + \sqrt{L} - 25)$	0.25
	Viết hệ $\begin{cases} 80 - \frac{2\lambda}{\sqrt{K}} = 0 \\ 20 - \frac{\lambda}{2\sqrt{L}} = 0 \\ 4\sqrt{K} + \sqrt{L} = 25 \end{cases}$	0.25
	Giải đúng $K = L = 25, \lambda = 200$	0.5
	Kết luận $\min TC = 2500$	0.25

Câu 3 (2 điểm)	a) Viết lại các PT thành $Y - C = I^* + G^*, -aY + C + aT = b, -tY + T = T^*.$ Dạng ma trận $AX=B$ với:	0.25
	$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -a & 1 & a \\ -t & 0 & 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} Y \\ C \\ T \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} I^* + G^* \\ b \\ T^* \end{bmatrix}$	0.25
	b) Khai triển tính $\det(A) = 1 - a + at \neq 0$	0.5
	Viết và khai triển tính $\det(A_2) = b - aT^* + (a - at)(I^* + G^*)$	0.5
	$C = \det(A_1)/\det(A) = \frac{b - aT^* + (a - at)(I^* + G^*)}{1 - a + at}$	0.5

Câu 4 (2 điểm)	a) Từ các dữ kiện đã cho, ta có:	0.25
	$\frac{dY}{dt} = 0,8(0,6Y + 160 + 200 - Y) = -0,32Y + 288.$	
	Giải phương trình vi phân tuyến tính: Hàm bù: $CF = A \cdot e^{-0,32t}.$ Nghiệm riêng: $PS = -\frac{288}{-0,32} = 900.$	0.25
	Nghiệm tổng quát:	0.25

	$Y(t) = CF + PS = A \cdot e^{-0,32t} + 900.$	
	<p>Từ dữ kiện $Y(0) = 800$ ta có</p> $A + 900 = 800 \Rightarrow A = -100.$	0.25
	Vậy $Y(t) = 900 - 100e^{-0,32t}.$	0.25
	<p>Hàm mũ $f(t) = e^{-0,32t} = (e^{-0,32})^t$ là hàm nghịch biến vì $e^{-0,32} < 1.$</p> <p>Do đó $Y(t) = 900 - 100e^{-0,32t}$ đồng biến (tăng) tại mọi $t.$</p>	0.25
	<p>b)</p> $\lim_{t \rightarrow +\infty} (900 - 100e^{-0,32t}) = 900 - 100 \cdot 0 = 900$ <p>hữu hạn.</p>	0.25
	Vậy $Y(t)$ ổn định và mức thu nhập quốc dân cân bằng là 900.	0.25

Câu 5 (2 điểm)	a) Vẽ đường $3x+y=18$: chọn 2 điểm vd $(0, 18), (6,0)$	0.25
	Vẽ đường $x+2y=16$: chọn 2 điểm vd $(0, 8), (16,0)$	0.25
	Chọn điểm thử, ví dụ $(0,0)$ để xác định các miền bất	0.25
	Xác định giao điểm 2 đường thẳng = giải hpt: $x=4, y=6$	0.25
	Vẽ hình, kết luận miền chấp nhận được và nêu 4 góc: $O(0,0), A(0,8), B(4,6), C(6,0)$	0.25
	b) Lập bảng giá trị c tại các góc: $c(O)=0, c(A)=32, c(B)=4, c(C)=-30,$	0.25
	KL GTLN $c=32$ tại góc A khi $x=0, y=8$	0.25
	KL GTNN $c=-30$ tại góc C khi $x=6, y=0$	0.25