

Chương 3:

ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

Nội dung chính

3.1. Hệ chất điểm. Khối tâm của hệ chất điểm.

3.2. Định luật bảo toàn động lượng.

3.3. Chuyển động của vật rắn.

3.4. Phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định.

3.5. Mômen động lượng của một hệ chất điểm.

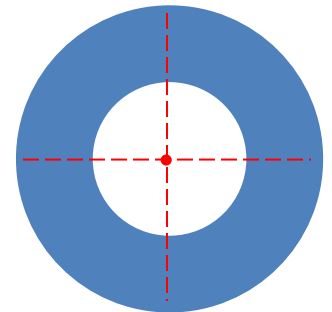
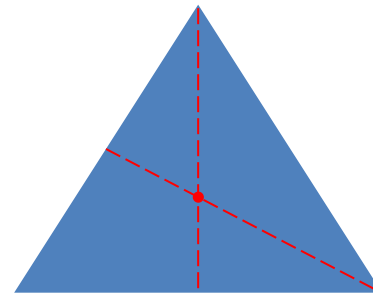
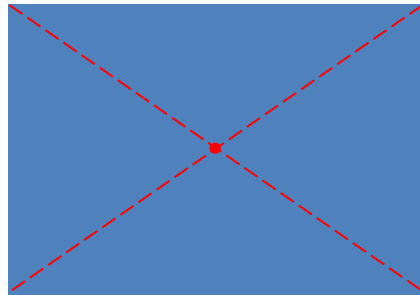
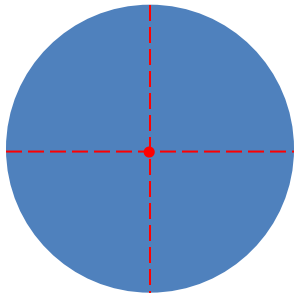
3.6. Định luật bảo toàn mômen động lượng.

3.1. Hệ chất điểm. Khối tâm của hệ chất điểm

3.1.1. Hệ chất điểm. Vật rắn

3.1.2. Khối tâm

- Khối tâm của một vật thể hay một hệ các vật thể là điểm trung bình theo phân bố khối lượng của vật thể.



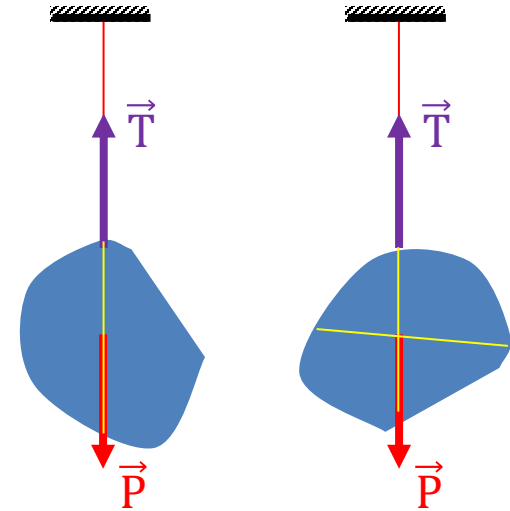
Các vật có khối lượng phân bố đều

3.1. Hệ chất điểm. Khối tâm của hệ chất điểm

➤ Khối tâm có thể được xác định nhờ đặc trưng hấp dẫn của khối lượng.

* Xác định khối tâm bằng dây treo

Khối tâm của vật (hệ vật) trùng với trọng tâm của nó.

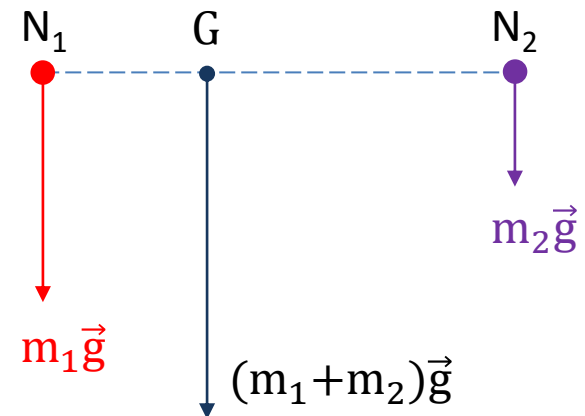


* Hệ hai chất điểm

$$m_1 \overrightarrow{N_1 G} + m_2 \overrightarrow{N_2 G} = 0$$

* Hệ n chất điểm

$$\sum_{i=1}^n m_i \overrightarrow{N_i G} = 0$$

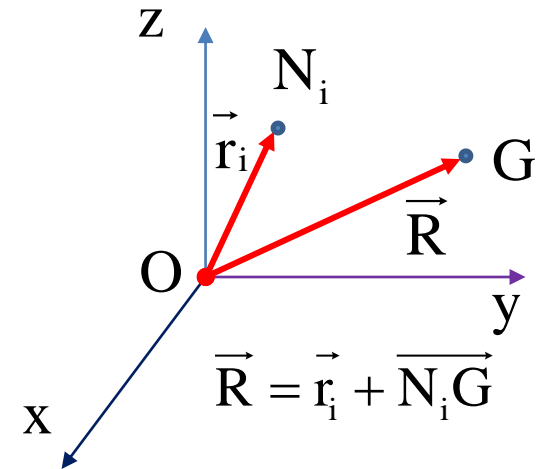


3.1. Hệ chất điểm. Khối tâm của hệ chất điểm

* Tọa độ của khối tâm

$$\vec{R} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i, \quad M = \sum_{i=1}^n m_i$$

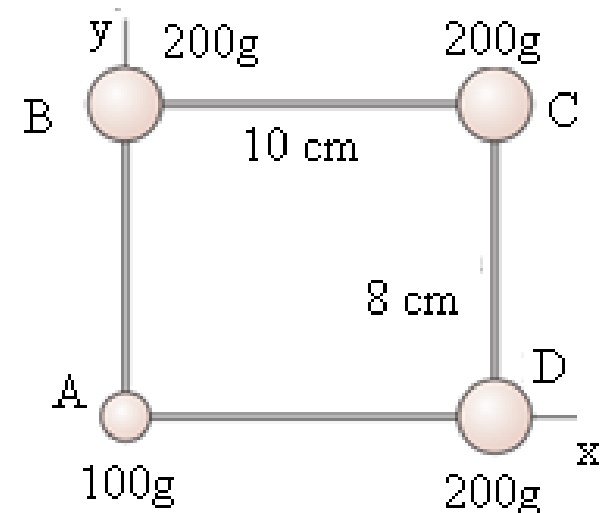
$$X = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i, \quad Y = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i y_i, \quad Z = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i z_i$$



Ví dụ (BT4): Xác định tọa độ khối tâm của hệ chất điểm (gốc O đặt tại A)

$$x = \frac{(200 \cdot 10 + 200 \cdot 10)}{700} = \frac{40}{7} \text{ cm},$$

$$y = \frac{32}{7} \text{ cm}, \quad z = 0$$



3.1. Hệ chất điểm. Khối tâm của hệ chất điểm

3.1.3. Vận tốc của khối tâm

$$\vec{R} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i \Rightarrow \vec{V} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n \vec{P}_i \equiv \frac{\vec{P}}{M}, \Rightarrow \boxed{\vec{P} = \sum_{i=1}^n \vec{P}_i \equiv M \cdot \vec{V}}$$

Tổng động lượng của hệ bằng động lượng của một chất điểm đặt tại khối tâm của hệ, có khối lượng bằng tổng khối lượng của hệ và có vận tốc bằng vận tốc khối tâm của hệ.

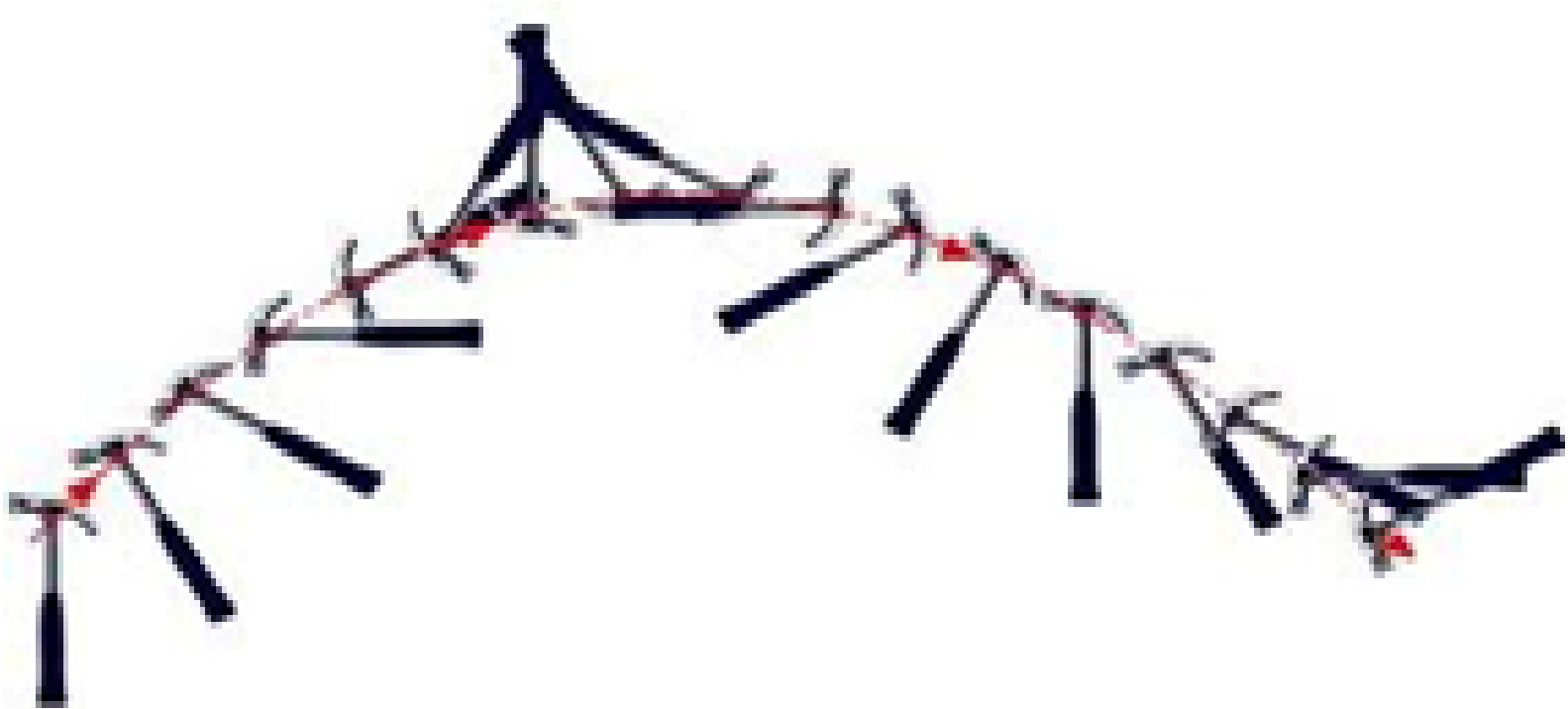
3.1.4. Phương trình chuyển động của khối tâm

$$\vec{a} = \frac{\sum_i m_i \vec{a}_i}{M} = \frac{\sum_i \vec{F}_i}{M} \equiv \frac{\vec{F}}{M},$$

Khối tâm của một hệ chuyển động như một chất điểm có khối lượng bằng tổng khối lượng của hệ và chịu tác dụng của một lực bằng tổng hợp ngoại lực tác dụng lên hệ.

3.1. Hệ chất điểm. Khối tâm của hệ chất điểm

* Liên hệ thực tế



3.2. Định luật bảo toàn động lượng

Xét hệ n chất điểm. Theo định lý 1 về động lượng, ta có

$$\frac{d\vec{P}_i}{dt} = \vec{F}_i \Rightarrow \frac{d(\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \dots + \vec{P}_n)}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \vec{F}_n + \vec{F}_{ng} = \vec{F}_{ng}$$

* Nếu hệ là cô lập, $\vec{F}_{ng} = 0 \Rightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \dots + \vec{P}_n = \text{const}$

Tổng động lượng của một hệ cô lập luôn được bảo toàn.

* Nếu hệ không cô lập, nhưng $F_x = 0$

$$\Rightarrow P_{1x} + P_{2x} + \dots + P_{nx} = \text{const}$$

Nếu tổng hợp lực theo phương nào đó bằng 0 thì hình chiếu của động lượng theo phương đó được bảo toàn.

3.2. Định luật bảo toàn động lượng

Ví dụ. Một viên đạn khối lượng $m = 10 \text{ g}$ được bắn theo phương ngang với vận tốc $v_0 = 400 \text{ m/s}$ vào một khối gỗ khối lượng $M = 10 \text{ kg}$ đặt trên mặt sàn. Ngay sau va chạm viên đạn cắm vào khối gỗ, và khối gỗ chuyển động được đoạn thì dừng lại. Bỏ qua chuyển động của viên đạn trong khối gỗ. Biết hệ số ma sát của khối gỗ và sàn là $\mu = 0,4$.

- Tính vận tốc của viên đạn và khối gỗ ngay sau va chạm?
- Tính khoảng cách khối gỗ di chuyển được trước khi dừng lại?

Bảo toàn động lượng trong va chạm mềm: $mv_0 = (m + M)V$

Vận tốc viên đạn và khối gỗ sau va chạm $V = \frac{mv_0}{m+M}$

$$V = \frac{0,01 \times 400}{0,01 + 10} = 0,3996 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

Áp dụng định lý động năng sau va chạm tới khi khối gỗ dừng lại: $0 - \frac{1}{2}(m + M)V^2 = -\mu(m + M)gd$

$$d = \frac{V^2}{2\mu g} = \frac{1}{2\mu g} \left(\frac{mv_0}{m+M} \right)^2$$

Khoảng cách khối gỗ di chuyển được $d = \frac{1}{2\mu g} \left(\frac{mv_0}{m+M} \right)^2 = \frac{1}{2 \times 0,4 \times 9,8} \times \left(\frac{0,01 \times 400}{0,01 + 10} \right)^2 = 0,02 \text{ (m)}$

3.3. Chuyển động của vật rắn

3.3.1. Chuyển động tịnh tiến



- Mọi chất điểm chuyển động theo những quỹ đạo giống nhau.
- Tại mỗi thời điểm, các chất điểm của vật rắn đều có cùng vector vận tốc và vector gia tốc.
- Phương trình chuyển động:

$$\left(\sum_i m_i \right) \vec{a} = \sum_i \vec{F}_i$$

chính là phương trình chuyển động của khối tâm vật rắn.

3.3. Chuyển động của vật rắn

3.3.2. Chuyển động quay quanh trục cố định

- Mỗi điểm trên vật rắn vạch ra quỹ đạo là một đường tròn trong mặt phẳng vuông góc với trục quay, có tâm trên trục quay.
- Trong cùng khoảng thời gian, mọi điểm trên vật rắn đều quay được cùng một góc θ .
- Tại cùng một thời điểm, mọi chất điểm đều có cùng vận tốc góc và cùng gia tốc góc.

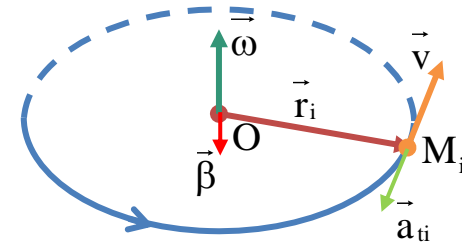
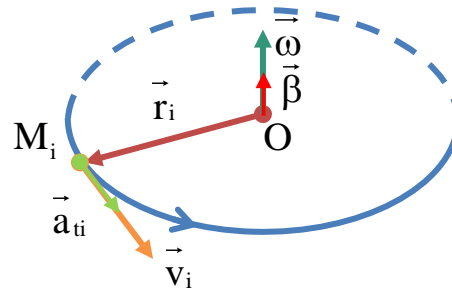


$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\vec{v}_i = \vec{\omega} \wedge \vec{r}_i$$

$$\vec{a}_{ti} = \vec{\beta} \wedge \vec{r}_i$$



3.3. Chuyển động của vật rắn

* Ví dụ 1 (BT2)

Một máy khoan tốc độ cao đạt 2000 vòng/phút trong 0,5 giây.

- Máy khoan có gia tốc góc bằng bao nhiêu?
- Máy quay bao nhiêu vòng trong 0,5 giây đầu tiên này?

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{2000 \cdot 2\pi / 60 - 0}{0,5} = 418,879 \text{ rad/s}^2$$

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} \beta t^2 = 52,3599 \text{ rad} \rightarrow n = \frac{\theta - \theta_0}{2\pi} = 8,3333 \text{ vòng}$$

3.3. Chuyển động của vật rắn

* Ví dụ 2 (BT3)

Một chiếc quạt trần có đường kính quạt 80 cm đang quay với tốc độ 60 vòng/phút.

Giả sử quạt dừng lại sau 25 giây sau khi tắt.

- Tính tốc độ của đầu cánh quạt sau khi tắt 10 giây?
- Quạt quay được bao nhiêu vòng tới khi dừng lại?

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{0 - 60 \cdot 2\pi / 60}{25} = -0,251327 \text{ rad/s}^2$$

$$v = r\omega = r(\omega_0 + \beta t) = 1,50796 \text{ m/s}$$

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2 = 78,5399 \text{ rad} \rightarrow n = \frac{\theta - \theta_0}{2\pi} = 12,5 \text{ vòng}$$

3.4. Phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định

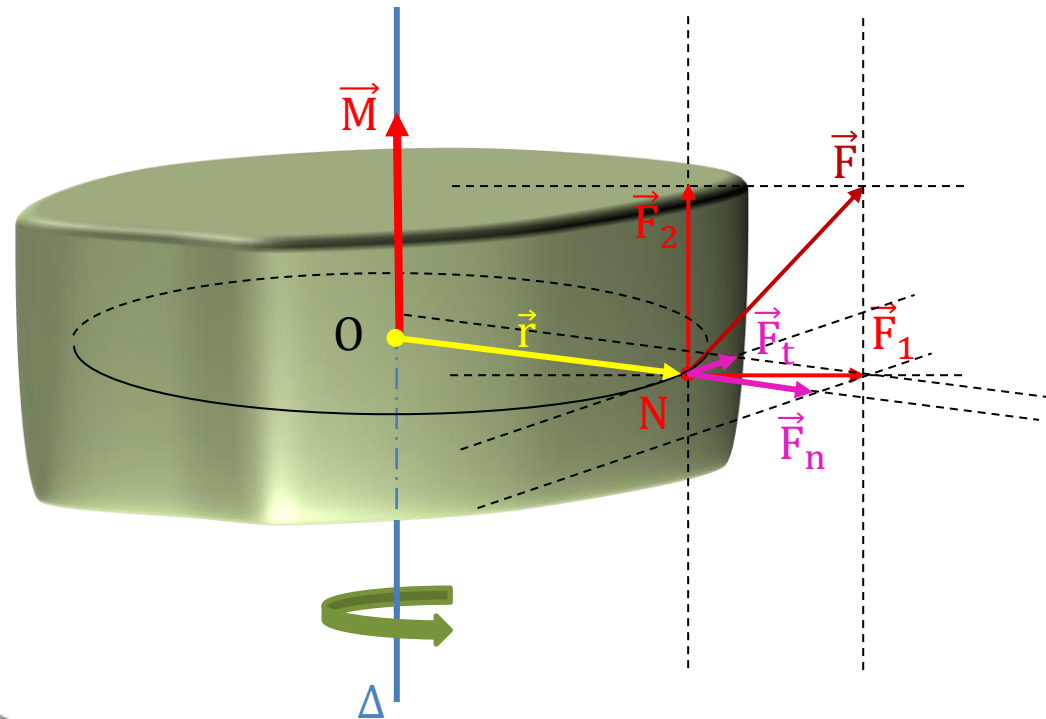
3.4.1. Mômen lực

Mômen lực là đại lượng đặc trưng cho tác dụng của lực trong chuyển động quay.

- Chỉ những thành phần lực tiếp tuyến với quỹ đạo của một điểm trên vật rắn mới có tác dụng làm quay.

- Mômen lực:

$$\boxed{\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F}_t} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Gốc tại O} \\ \vec{r} \uparrow \vec{M} \\ \vec{F}_t \end{array} \right. \Rightarrow M = r F_t \quad (\text{N.m})$$



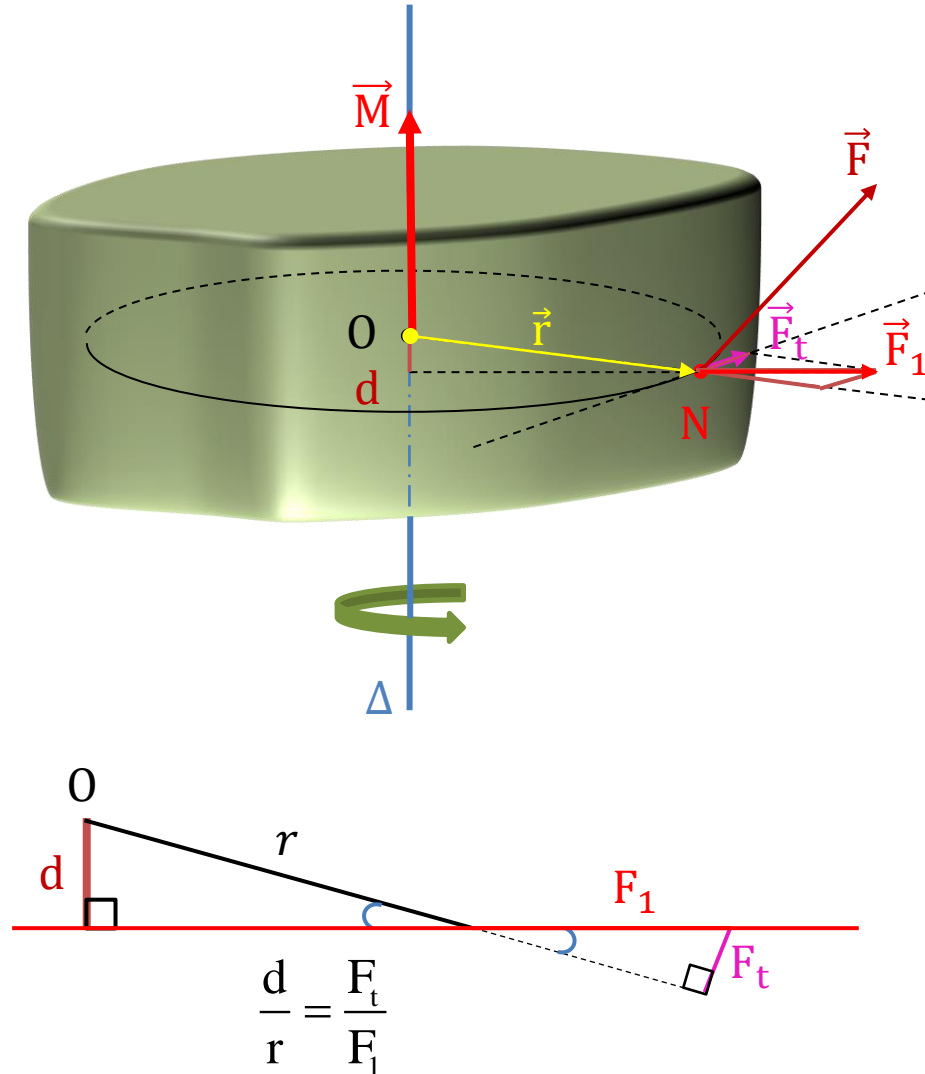
3.4. Phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định

* Một số lưu ý

➤ $M = r F_t = d F_1$, d gọi là cánh tay đòn.

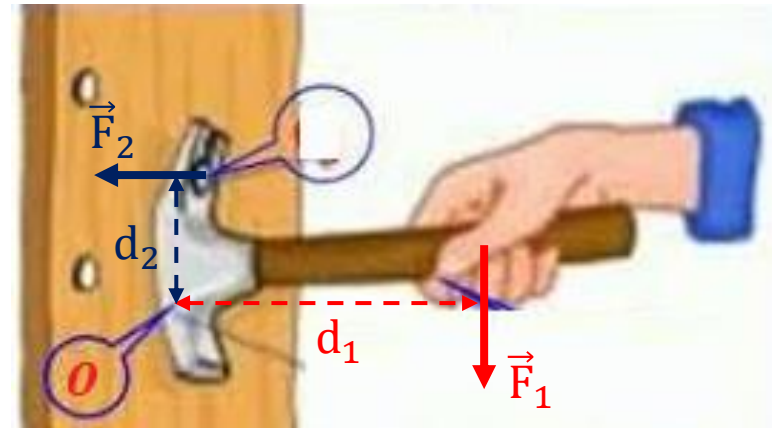
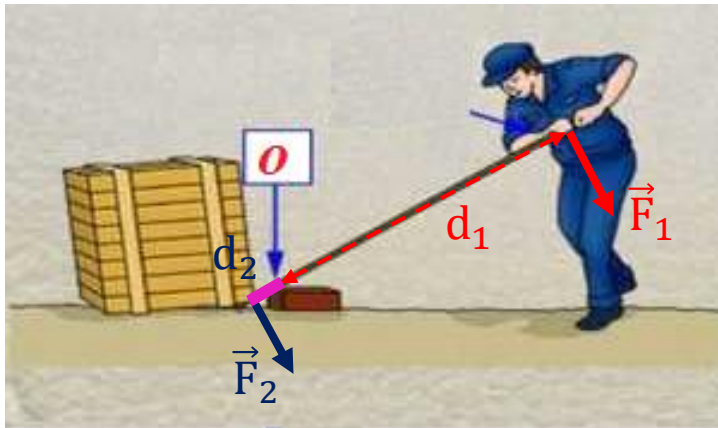


Archimedes: “Hãy cho tôi một điểm tựa, tôi sẽ nhấc bổng trái đất”

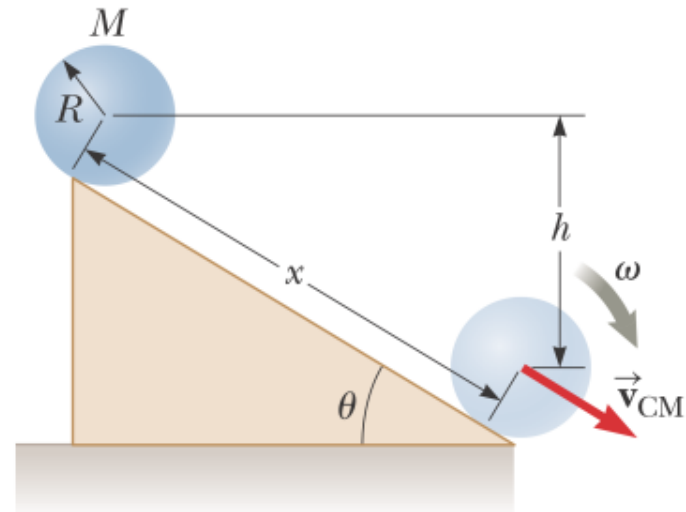


3.4. Phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định

- Vật rắn có thể quay quanh một trục quay tạm thời.



- Vật rắn có thể quay xung quanh một trục chuyển động.



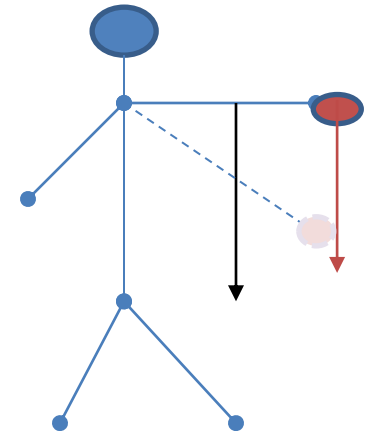
3.4. Phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định

* Ví dụ (BT7)

Một vận động viên thể hình giữ một quả bóng thép nặng 3 kg trong tay. Cánh tay của anh ta dài 70 cm và có khối lượng 4 kg. Biết $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Độ lớn của mômen lực đối với vai anh ta là bao nhiêu nếu anh ta

- giữ cánh tay thẳng song song với sàn?
- giữ cánh tay thẳng nhưng chếch xuống 45° so với phương ngang?

$$M = M_1 + M_2 = m_1 g d_1 + m_2 g d_2 = (4.0,35 + 3.0,7)9,8 = 34,3 \text{ N.m}$$



$$M = M_1 + M_2 = m_1 g d_3 + m_1 g d_4 = (4.0,35 + 3.0,7) \frac{1}{\sqrt{2}} 9,8 = 24,2538 \text{ N.m}$$

3.4. Phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định

3.4.2. Phương trình cơ bản của động lực học vật rắn quay quanh trục cố định

$$m_i \vec{a}_{ti} = \vec{F}_{ti} \Rightarrow m_i a_{ti} = F_{ti}$$

$$\text{Mà } a_{ti} = r_i \cdot \beta, \quad M_i = r_i \cdot F_{ti}$$

$$\Rightarrow M_i = m_i r_i^2 \beta \Rightarrow \vec{M}_i = m_i r_i^2 \vec{\beta}$$

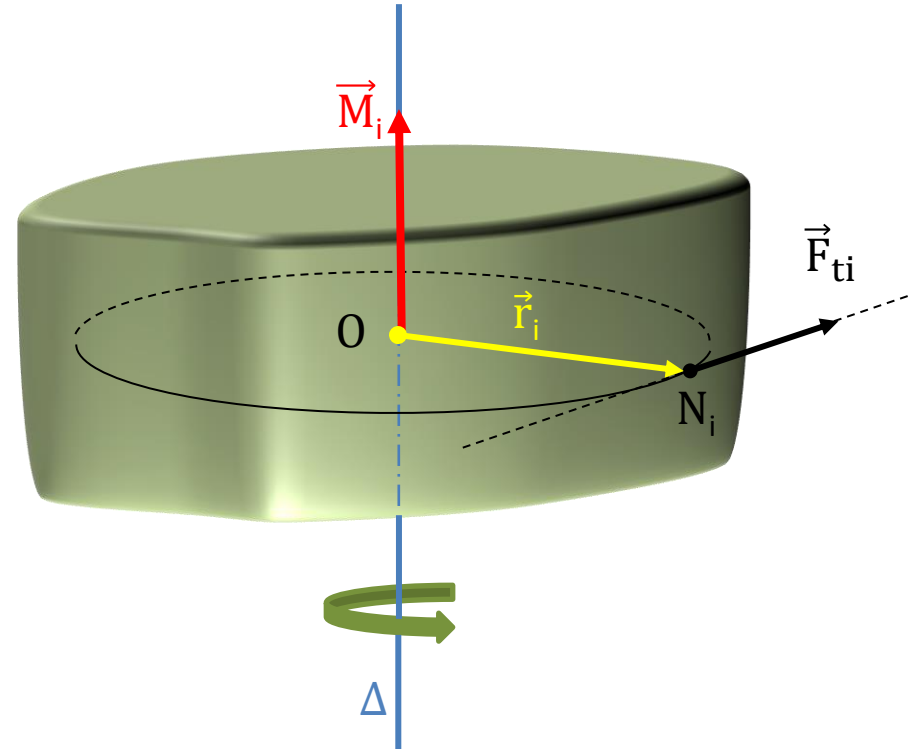
$$\Rightarrow \sum_i \vec{M}_i = \sum_i m_i r_i^2 \vec{\beta}$$

$$\text{Đặt } M = \sum_i \vec{M}_i \quad (\text{tổng mômen lực})$$

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad (\text{mômen quán tính})$$

$$\boxed{\vec{M} = I \cdot \vec{\beta}}$$

$$\boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{a}}$$



3.4. Phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định

* Ví dụ 1 (BT6):

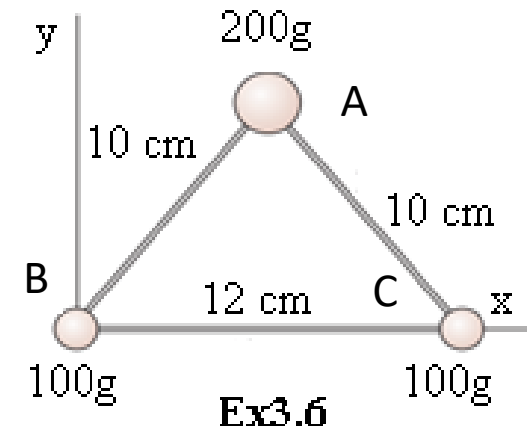
Ba vật có khối lượng như thể hiện trong hình Ex3.6 được kết nối bằng các thanh cứng không khối lượng.

- Tìm tọa độ khối tâm của hệ.
- Tìm mômen quán tính đối với trục đi qua A và vuông góc với trang giấy.
- Tìm mômen quán tính đối với trục đi qua B và C.

$$X = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i = 6 \text{ cm}, \quad Y = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i y_i = 4 \text{ cm}, \quad Z = 0$$

$$I_A = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = 0,2.0 + 0,1.0,1^2 + 0,1.0,1^2 = 0,002 \text{ kg.m}^2$$

$$I_B = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = 0,2.0,08^2 + 0,1.0 + 0,1.0 = 0,00128 \text{ kg.m}^2$$

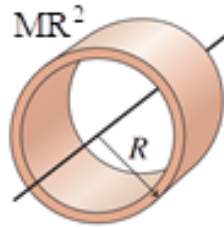


3.4. Phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định

3.4.3. Mômen quán tính của vật rắn

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \int_{VR} r^2 dm$$

Ví dụ 1:

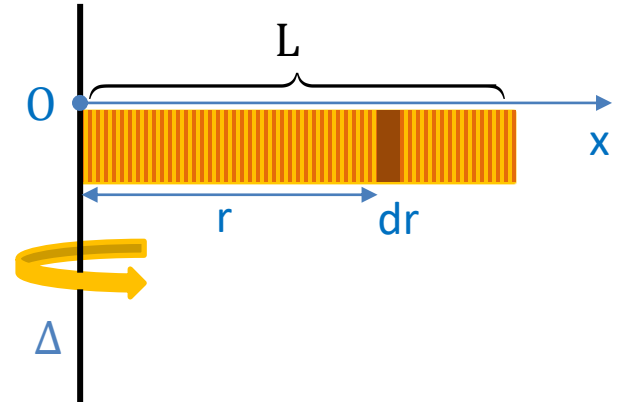


$$\Rightarrow I = M.R^2$$

Ví dụ 2:

$$\frac{dm}{M} = \frac{dr}{L}$$

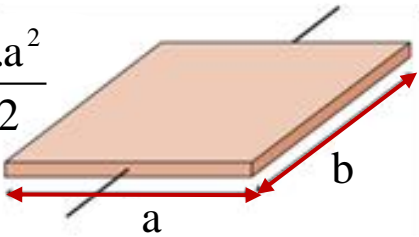
$$\Rightarrow I = \int_0^L r^2 M \frac{dr}{L} = \frac{M}{L} \frac{r^3}{3} \Big|_0^L = \frac{M.L^2}{3}$$



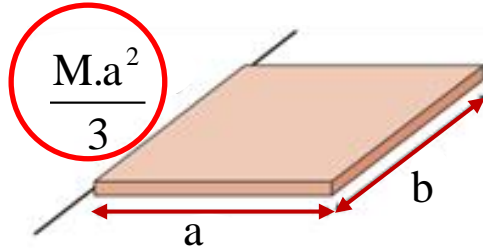
3.4. Phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định

* Một số vật rắn cơ bản

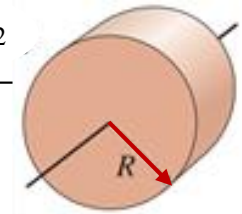
$$\frac{M.a^2}{12}$$



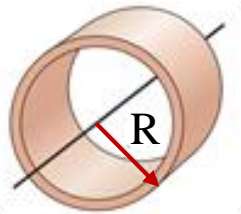
$$\frac{M.a^2}{3}$$



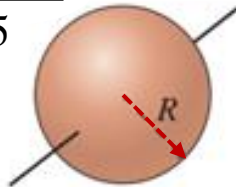
$$\frac{M.R^2}{2}$$



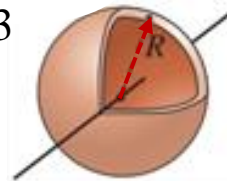
$$M.R^2$$



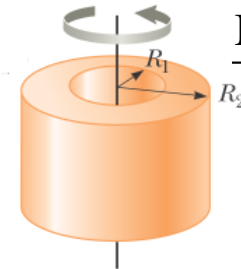
$$\frac{2M.R^2}{5}$$



$$\frac{2M.R^2}{3}$$

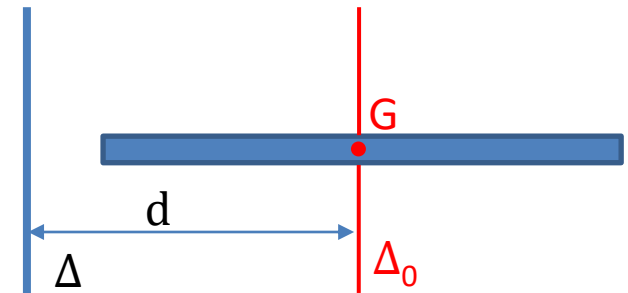


$$\frac{M.(R_1^2 + R_2^2)}{2}$$



* Định lý Steiner – Huyghens

$$I = I_0 + M.d^2$$



3.4. Phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định

* Ví dụ 2 (BT18)

Các vật có khối lượng m_1 và m_2 được nối với nhau bằng một sợi dây không khối lượng vắt qua ròng rọc như trong hình Ex3.18. Bỏ qua ma sát ở ròng rọc. Khối lượng m_1 trượt trên mặt nằm ngang không ma sát. Khối lượng m_2 được chuyển động từ trạng thái nghỉ.

a. Giả sử ròng rọc là không có khối lượng. Tìm gia tốc của m_1 và lực căng dây.

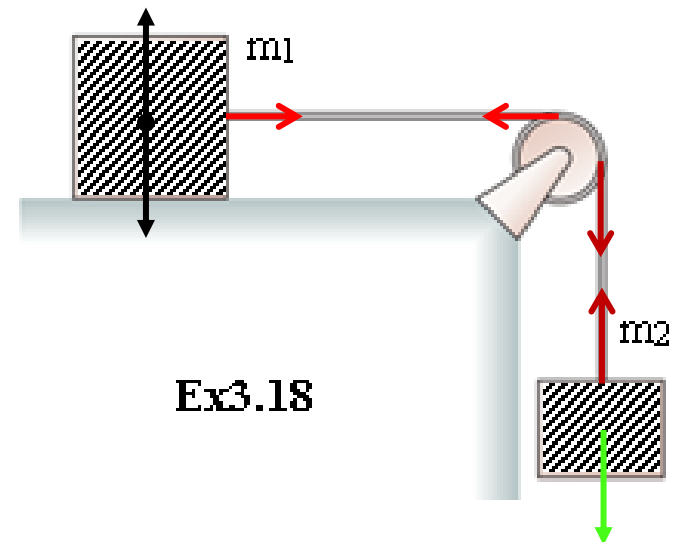
$$m_1 \vec{a}_1 = m_1 \vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T}_1$$

$$m_2 \vec{a}_2 = m_2 \vec{g} + \vec{T}_2$$

$$m_1 a_1 = T_1 \quad a_1 = a_2 = a$$

$$m_2 a_2 = m_2 g - T_2 \quad T_1 = T_2 = T$$

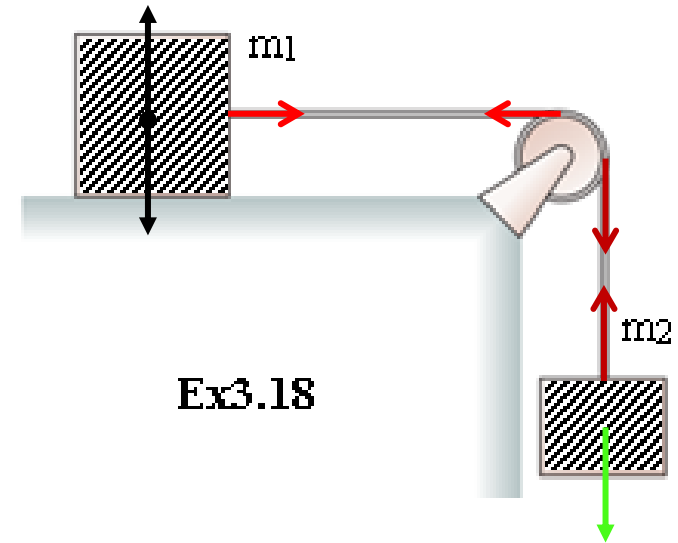
$$a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2}; T = \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}.$$



3.4. Phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định

* Ví dụ 2 (BT18)

b. Giả sử ròng rọc có khối lượng m_p và bán kính R . Tìm gia tốc của m_1 và lực căng ở phần trên và phần dưới của dây. Kiểm tra kết quả của bạn có phù hợp với phần a khi $m_p = 0$.



$$m_1 \vec{a}_1 = m_1 \vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T}_1$$

$$m_1 a = T_1$$

$$m_2 \vec{a}_2 = m_2 \vec{g} + \vec{T}_2$$

$$m_2 a = m_2 g - T_2$$

$$I \vec{\beta} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$$

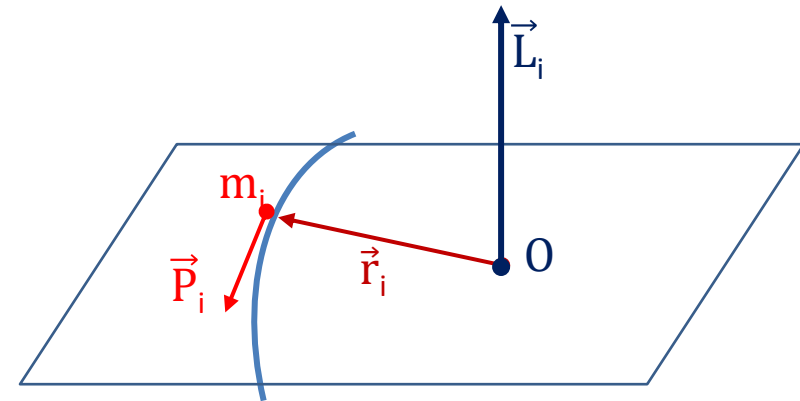
$$(0,5m_p R^2)(a / R) = (-T_1 + T_2)R$$

$$a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2 + 0,5m_p}; T_1 = \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2 + 0,5m_p}; T_2 = \frac{(m_1 + 0,5m_p) m_2 g}{m_1 + m_2 + 0,5m_p}.$$

3.5. Mômen động lượng của một hệ chất điểm

3.5.1. Mômen động lượng của một chất điểm đối với một trục quay

$$\boxed{\vec{L}_i = \vec{r}_i \wedge \vec{P}_i} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Gốc tại O} \\ \vec{r}_i \text{ (blue arrow from O to mass)} \\ \vec{P}_i \text{ (blue arrow from mass)} \\ \vec{L}_i \text{ (red arrow from O, perpendicular to plane)} \\ L_i = r_i P_i \sin \alpha \end{array} \right.$$

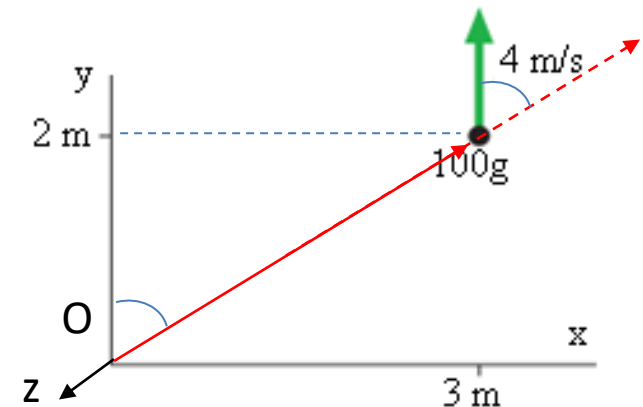


Ví dụ (BT10):

Độ lớn và hướng của mômen động lượng của hạt nặng 100 g so với gốc O là bao nhiêu như mô tả trong hình bên?

$$\begin{aligned} L &= r m v \sin \alpha \\ &= \sqrt{3^2 + 2^2} \cdot 0,1 \cdot 4 \cdot 3 / \sqrt{3^2 + 2^2} = 1,2 \text{ kg.m}^2 / \text{s} \end{aligned}$$

$$\vec{L} = 1,2 \vec{k} \text{ kg.m}^2 / \text{s}$$



3.5. Mômen động lượng của một hệ chất điểm

3.5.2. Mômen động lượng của vật rắn quay xung quanh một trục cố định

Ta có $\vec{L}_i = \vec{r}_i m_i \vec{r}_i \omega_i = m_i r_i^2 \omega_i \Rightarrow \vec{L}_i = m_i r_i^2 \vec{\omega}_i$

Vật rắn: $\vec{L} = \sum_i \vec{L}_i = \sum_i m_i r_i^2 \vec{\omega}$

Do $\sum_i m_i r_i^2 = I$ là mômen quán tính của vật rắn với trục quay cố định

$$\boxed{\vec{L} = I \vec{\omega}} \quad (\vec{P} = m \vec{v})$$

Ví dụ (BT12):

Để một quả bóng bowling nặng 5 kg, đường kính 22 cm có mômen động lượng là 0,23 kg m²/s thì nó phải quay với tốc độ bao nhiêu vòng trên phút?

$$\vec{L} = I \vec{\omega} \rightarrow L = I \omega = \frac{2}{5} m R^2 \omega \rightarrow \omega = 9,50413 \text{ rad/s} = 90,7578 \text{ vòng / phút}$$

3.6. Định luật bảo toàn mômen động lượng

3.6.1. Định luật

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \vec{L} = I\vec{\omega} &\rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = I\vec{\beta} \\ &\vec{M} = I\vec{\beta} \end{aligned} \Rightarrow \boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}}$$

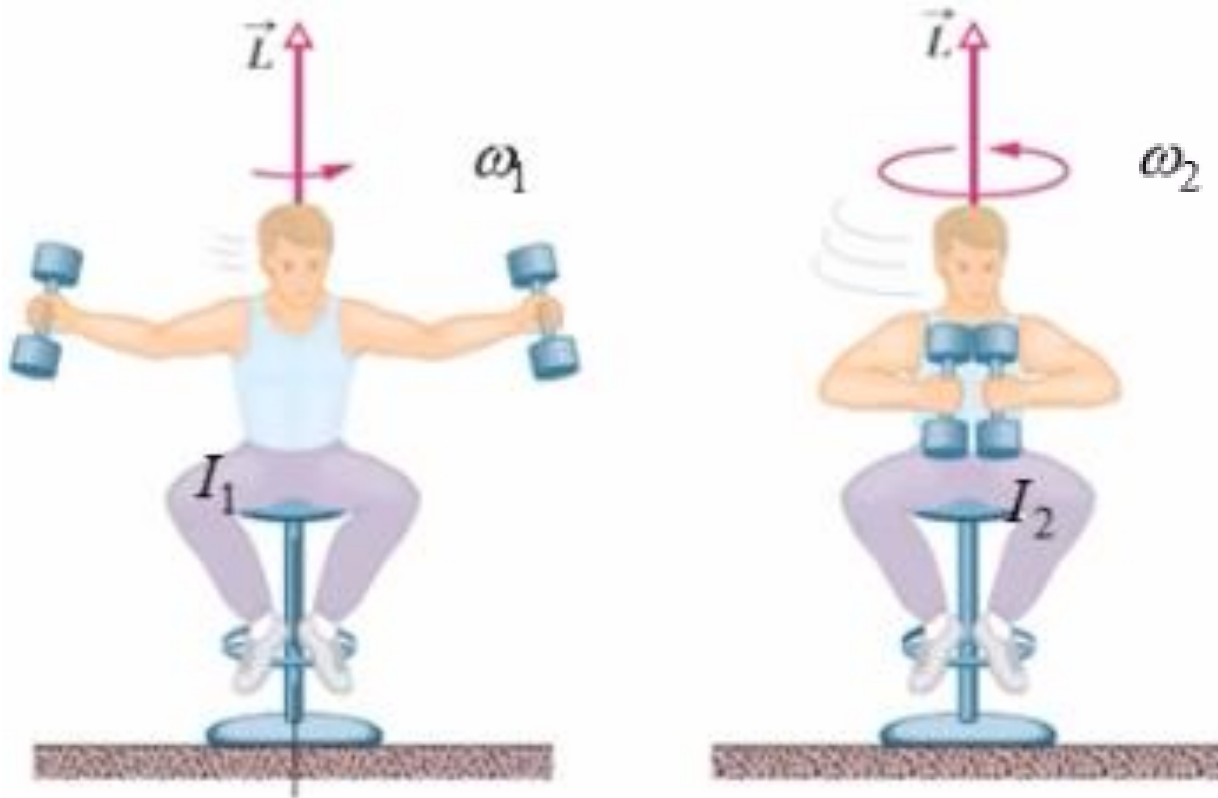
Đạo hàm theo thời gian của vector mômen động lượng của vật rắn quay quanh một trục cố định bằng tổng mômen của các ngoại lực tác dụng lên vật rắn đối với trục quay đó.

$$\text{Nếu } \vec{M} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{L} = \text{const}}$$

Nếu vật rắn là cô lập, hoặc chịu tác dụng của các ngoại lực sao cho tổng mômen các ngoại lực đối với một trục quay cố định bằng không, thì tổng mômen động lượng của vật rắn với trục quay đó là một đại lượng bảo toàn.

$$\boxed{I_1 \vec{\omega}_1 = I_2 \vec{\omega}_2 = \dots = I_n \vec{\omega}_n}$$

3.6. Định luật bảo toàn mômen động lượng



$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2 = \text{const}$$

3.6. Định luật bảo toàn mômen động lượng

* Ví dụ (BT13):

Một đĩa xoay nặng 2 kg, đường kính 20 cm quay với tốc độ 100 vòng/phút trên vòng bi không ma sát. Cùng lúc, hai vật cùng có khối lượng 500 g rơi từ trên cao xuống, chạm vào đĩa xoay ở hai đầu đối diện của đường kính và dính chặt. Ngay sau sự kiện này, vận tốc góc của đĩa xoay là bao nhiêu vòng/phút?

$$I_1 \vec{\omega}_0 = (I_1 + I_2 + I_3) \vec{\omega} \rightarrow I_1 \omega_0 = (I_1 + I_2 + I_3) \omega \rightarrow \omega = 50 \text{ vòng / phút}$$

3.6. Định luật bảo toàn mômen động lượng

3.6.2. Định lý

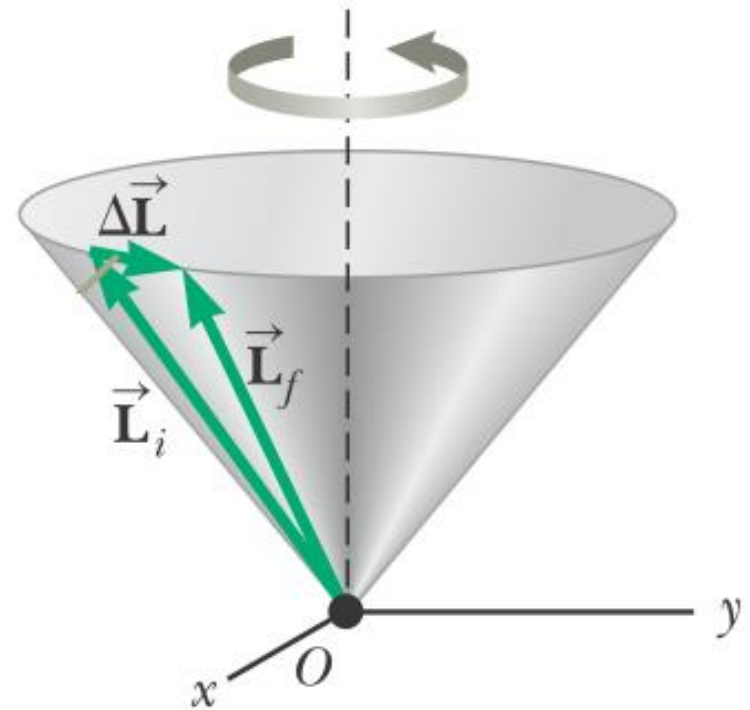
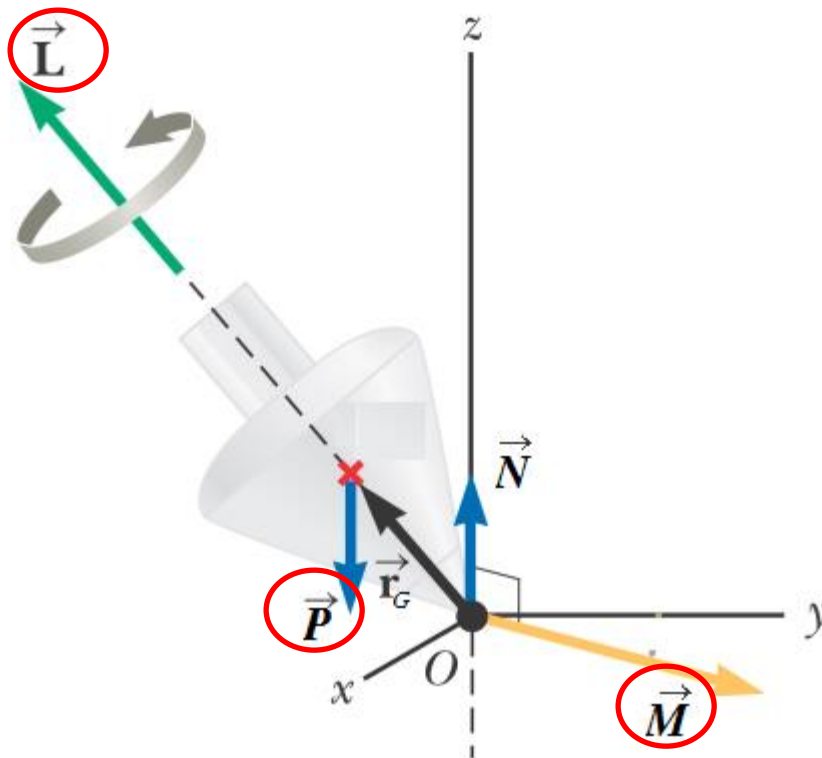
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \Rightarrow \Delta\vec{L} = \vec{L}_2 - \vec{L}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M}.dt \rightarrow \begin{array}{l} \text{Xung lượng của} \\ \text{mômen lực trong} \\ \text{khoảng thời gian} \\ \Delta t = t_2 - t_1 \end{array}$$

- Độ biến thiên vector mômen động lượng của vật rắn quay quanh một trục cố định bằng xung lượng của tổng mômen lực tác dụng lên vật rắn trong khoảng thời gian tương ứng.
- Nếu $\vec{M} = \text{const}$ thì: $\Delta\vec{L} = \vec{M}.\Delta t$

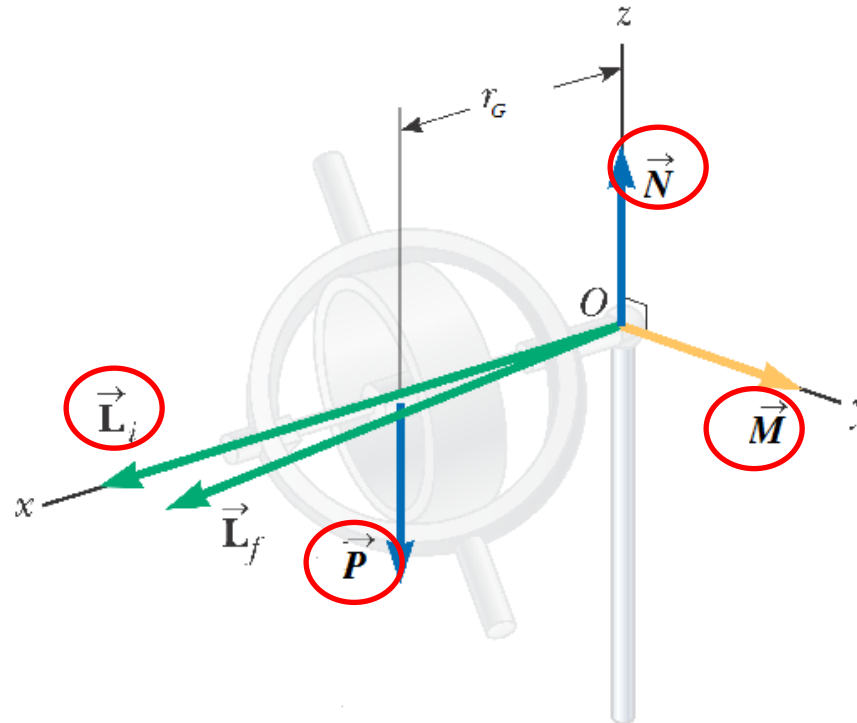
$$(\Delta\vec{P} = \vec{F}.\Delta t)$$

Chuyển động của con quay

$$\Delta \vec{L} = \vec{M} \cdot \Delta t$$

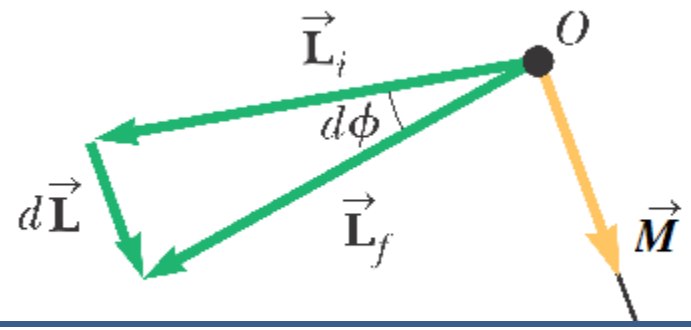


Chuyển động của con quay



$$\vec{M} = \vec{r}_G \times \vec{P}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$



Ứng dụng con quay hồi chuyển

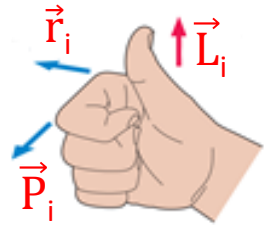


TÓM TẮT

$$\vec{R} = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{r}_i, \quad M = \sum m_i$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F} \rightarrow \begin{cases} \vec{F} = 0 \rightarrow \vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \dots + \vec{P}_n = \text{const}, & (\vec{P}_i = m_i \vec{v}_i) \\ \vec{F} \neq 0 \rightarrow \Delta \vec{P} = \vec{P}_f - \vec{P}_i = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt \end{cases}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \rightarrow \begin{cases} \vec{M} = 0 \rightarrow \vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots + \vec{L}_n = \text{const}, & \begin{cases} \vec{L}_i = \vec{r}_i \wedge \vec{P}_i \\ \vec{L}_i = I_i \vec{\omega}_i \end{cases} \\ \vec{M} \neq 0 \rightarrow \Delta \vec{L} = \vec{L}_f - \vec{L}_i = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M} dt \end{cases}$$



$$\vec{\beta} = \frac{\vec{M}}{I}, \quad I = \sum m_i r_i^2$$

$$\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F}_t, \quad M = dF_t$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}, \quad \vec{a} = \vec{\beta} \wedge \vec{r}$$

Bài tập chương 3

1. Một vận động viên trượt băng giữ hai cánh tay dang rộng khi quay với tốc độ 180 vòng/phút. Tốc độ của bàn tay cô ấy là bao nhiêu nếu chúng cách nhau 140 cm?

Đáp án: 13,2 m/s

2. Một máy khoan tốc độ cao đạt 2000 vòng/phút trong 0,5 giây.

a. Máy khoan có gia tốc góc bằng bao nhiêu?

b. Máy quay bao nhiêu vòng trong 0,5 giây đầu tiên này?

Đáp án: a. 419 rad/s² b. 8,3 vòng

3. Một chiếc quạt trần có đường kính quạt 80 cm đang quay với tốc độ 60 vòng/phút. Giả sử quạt dừng lại sau 25 giây sau khi tắt.

a. Tính tốc độ của đầu cánh quạt sau khi tắt 10 giây?

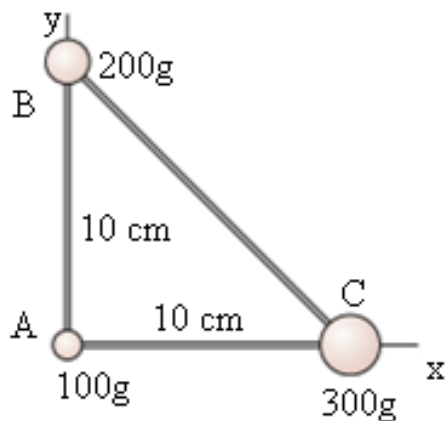
b. Quạt quay được bao nhiêu vòng tới khi dừng lại?

Đáp án: a. 1,5 m/s b. 12,5 vòng

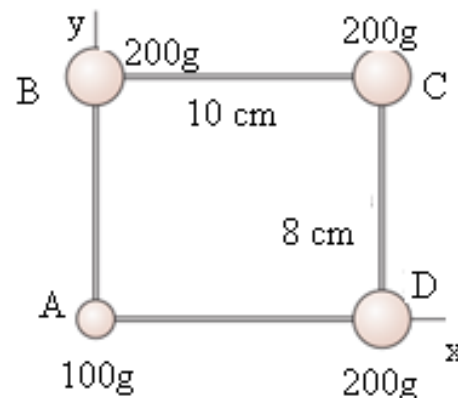
Bài tập chương 3

4. Ba vật có khối lượng như thể hiện trong hình Ex3.4 được kết nối bằng các thanh cứng không có khối lượng. Tìm tọa độ khối tâm của hệ 3 vật này?

Đáp án: $x = 5 \text{ cm}$, $y = 3,3 \text{ cm}$



Ex3.4



Ex3.5

5. Bốn vật có khối lượng như thể hiện trong hình Ex3.5 được kết nối bởi các thanh cứng không khối lượng.

a. Tìm tọa độ khối tâm của hệ.

b. Tìm mômen quán tính đối với một trục đi qua A và vuông góc với mặt phẳng chứa hệ.

Đáp án: a. $x = 5,7 \text{ cm}$, $y = 4,6 \text{ cm}$ b. $0,0066 \text{ kg.m}^2$

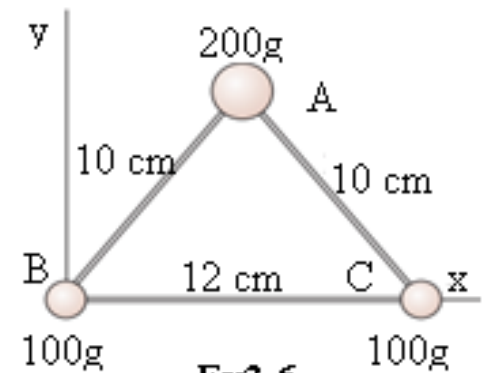
Bài tập chương 3

6. Ba vật có khối lượng như thể hiện trong hình Ex3.6 được kết nối bằng các thanh cứng không khối lượng.

- Tìm tọa độ khối tâm của hệ.
- Tìm mômen quán tính đối với trục đi qua A và vuông góc với trang giấy.
- Tìm mômen quán tính đối với trục đi qua B và C.

Đáp án: a. $x = 6 \text{ cm}$, $y = 4 \text{ cm}$ b. $0,002 \text{ kg.m}^2$

c. $0,00128 \text{ kg.m}^2$



7. Một vận động viên thể hình giữ một quả bóng thép nặng 3 kg trong tay. Cánh tay của anh ta dài 70 cm và có khối lượng 4 kg. Độ lớn của mômen lực đối với vai anh ta là bao nhiêu nếu anh ta

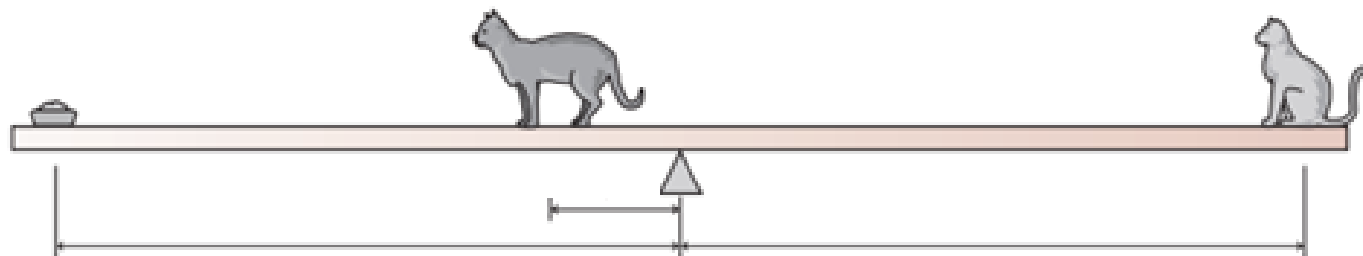
- giữ cánh tay thẳng song song với sàn?
- giữ cánh tay thẳng nhưng chếch xuống 45° so với phương ngang?

Đáp án: a. 34 N.m b. 24 N.m

Bài tập chương 3

8. Một con mèo nặng 5 kg và một bát cá nặng 2 kg nằm ở hai đầu đối diện của bập bênh dài 4 m (như hình Ex3.8). Phải đặt một con mèo nặng 4 kg ở bên trái trụ bao xa để bập bênh cân bằng?

Đáp án: 1,5 m



Ex3.8

9. Một lốp xe có đường kính 60 cm. Chiếc xe đang đi với tốc độ 20 m/s.

a. Vận tốc góc của lốp xe là bao nhiêu?

b. Tốc độ của một điểm ở mép trên của lốp xe là bao nhiêu?

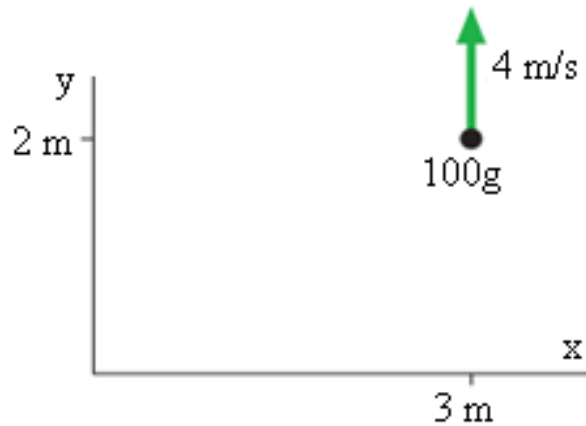
c. Tốc độ của một điểm ở mép dưới của lốp xe là bao nhiêu?

Đáp án: a. 66,67 rad/s b. 40m/s c. 0

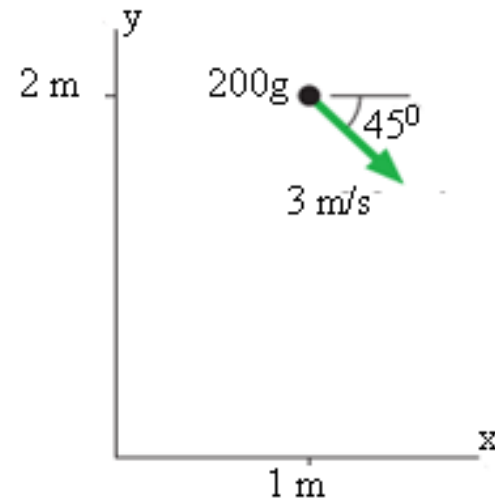
Bài tập chương 3

10. Độ lớn và hướng của mômen động lượng của hạt nặng 100 g so với gốc O là bao nhiêu như mô tả trong hình Ex3.10 và Ex3.11?

Đáp án: $-1,2\vec{k}$ kg.m²/s; $-1,27\vec{k}$ kg.m²/s



Ex3.10



Ex3.11

11. Tìm mômen động lượng của Trái đất đối với trục quay riêng của nó. Xem trái đất là hình cầu đặc, đồng chất có bán kính $R = 6400$ km, có khối lượng riêng trung bình $\rho = 5,5$ g/cm³.

Đáp án: $9,9 \cdot 10^{37}$ (kg.m²)

Bài tập chương 3

12. Để một quả bóng bowling nặng 5 kg, đường kính 22 cm có mômen động lượng là $0,23 \text{ kg m}^2/\text{s}$ thì nó phải quay với tốc độ bao nhiêu vòng trên phút?

Đáp án: 91 vòng/phút

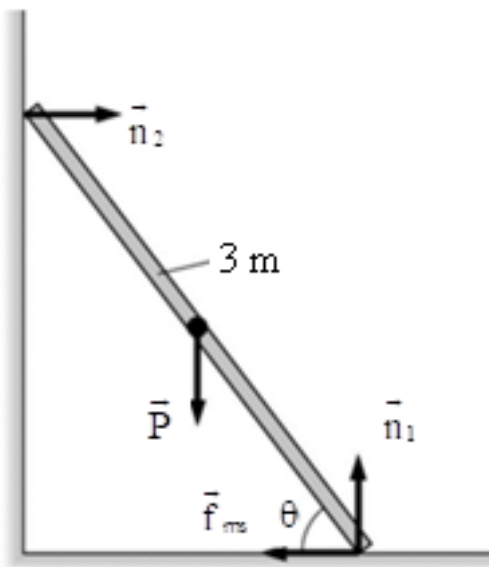
13. Một đĩa xoay nặng 2 kg, đường kính 20 cm quay với tốc độ 100 vòng/phút trên vòng bi không ma sát. Cùng lúc, hai vật cùng có khối lượng 500 g rơi từ trên cao xuống, chạm vào đĩa xoay ở hai đầu đối diện của đường kính và dính chặt. Ngay sau sự kiện này, vận tốc góc của đĩa xoay là bao nhiêu vòng/phút?

Đáp án: 50 vòng/phút

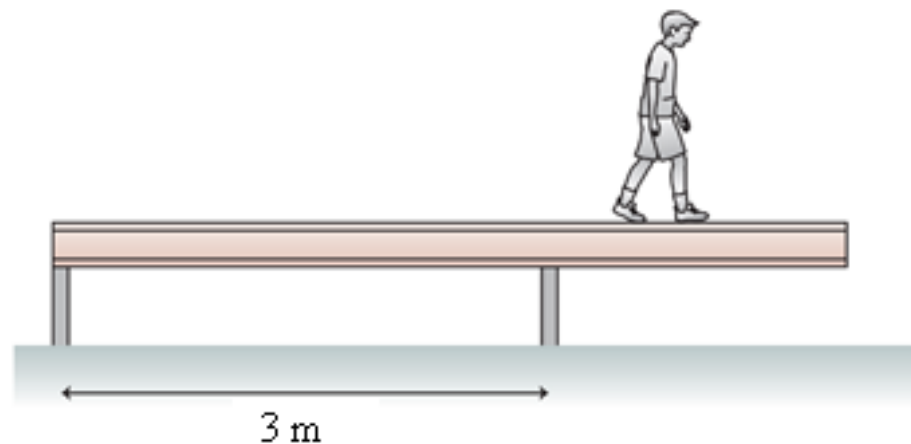
Bài tập chương 3

14. Một cái thang dài 3 m, như trong hình Ex3.14, dựa vào một bức tường không ma sát. Hệ số ma sát tĩnh giữa thang và sàn là 0,4. Góc tối thiểu giữa thang và sàn là bao nhiêu mà thang vẫn không bị trượt?

Đáp án: 51°



Ex3.14



Ex3.15

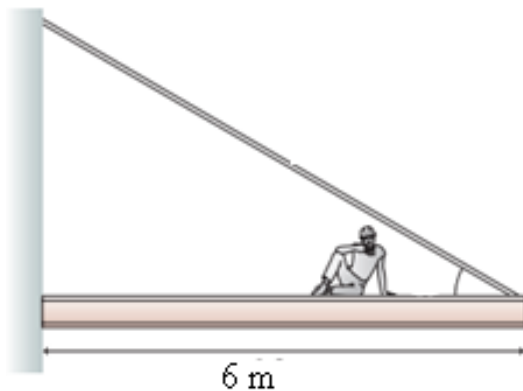
15. Một dầm nặng 40 kg, dài 5 m được đỡ bởi hai trụ như trong Ex3.15. Một cậu bé 20 kg bắt đầu đi dọc theo dầm. Cậu bé có thể đi bao xa mà dầm không bị đổ?

Đáp án: Cách đầu dầm bên phải 1 m

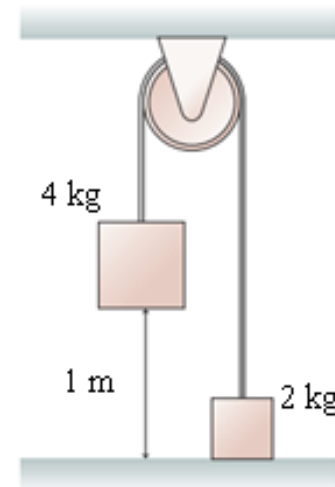
Bài tập chương 3

16. Trong hình Ex3.16, một công nhân xây dựng nặng 80 kg trên một thanh dầm thép nặng 1450 kg để ăn bữa trưa. Anh ta ngồi cách đầu thanh dầm 2 m. Cáp đỡ được thanh dầm nếu ở mức dưới 15000 N. Người công nhân có nên lo lắng không?

Đáp án: $T = 15300$ N, nên lo lắng.



Ex3.16



Ex3.17

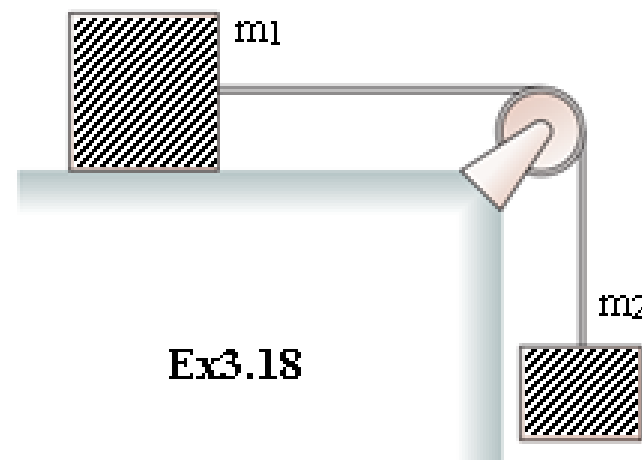
17. Hai vật trong Hình Ex3.17 được nối với nhau bằng một sợi dây không có khối lượng vắt qua một ròng rọc. Ròng rọc có đường kính 12 cm và khối lượng 2 kg. Khi ròng rọc quay, ma sát ở trục phát ra một mômen lực có cường độ 0,5 N.m. Nếu các vật được thả từ trạng thái nghỉ, phải mất bao lâu để vật 4 kg chạm sàn?

Đáp án: 1,1 s

Bài tập chương 3

18. Các vật có khối lượng m_1 và m_2 được nối với nhau bằng một sợi dây không khối lượng vắt qua ròng rọc như trong hình Ex3.18. Bỏ qua ma sát ở ròng rọc. Khối lượng m_1 trượt trên mặt nằm ngang không ma sát. Khối lượng m_2 được chuyển động từ trạng thái nghỉ.

- Giả sử ròng rọc là không có khối lượng. Tìm gia tốc của m_1 và lực căng dây.
- Giả sử ròng rọc có khối lượng m_p và bán kính R . Tìm gia tốc của m_1 và lực căng ở phần trên và phần dưới của dây. Kiểm tra kết quả của bạn có phù hợp với phần a khi $m_p = 0$.



Đáp án: a.

$$a. \quad a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2}; T = \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}.$$

$$b. \quad a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2 + 0.5 m_p}; T_1 = \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2 + 0.5 m_p}; T_2 = \frac{(m_1 + 0.5 m_p) m_2 g}{m_1 + m_2 + 0.5 m_p}.$$

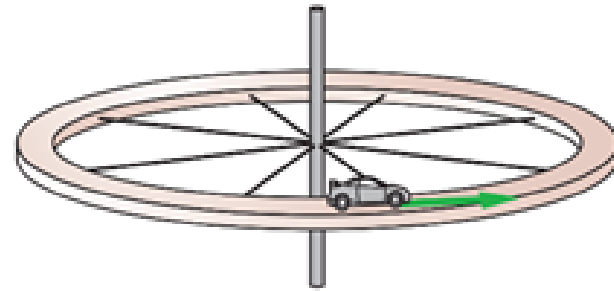
Bài tập chương 3

19. Một đĩa nặng 2 kg, đường kính 30 cm trong Ex3.19 đang quay ở 300 vòng/phút. Tính lực ma sát phanh tác dụng lên vành đĩa để đĩa dừng lại trong 3 s?

Đáp án: 1.57 N



Ex3.19



Ex3.20

20. Trong hình Ex3.20, một chiếc ô tô đồ chơi nặng 200 g được đặt trên một đường ray hẹp có đường kính 60 cm giúp xe đi theo hình tròn. Đường ray nặng 1 kg quay tự do trên một trục thẳng đứng, không ma sát. Các nan hoa có khối lượng không đáng kể. Sau khi bật công tắc, ô tô sớm đạt tốc độ ổn định 0,75 m/s so với đường ray. Vận tốc góc của đường ray, tính bằng vòng/phút là bao nhiêu?

Đáp án: 4 vòng/phút