Chương 1: Xác suất – Biến ngẫu nhiên

Bài 1. Từ một hộp đựng10 hạt đậu giống gồm 4 hạt đậu hoa vàng thuần chủng, 3 hạt đậu hoa vàng không thuần chủng và 3 hạt đậu hoa trắng, người ta chọn ngẫu nhiên ra 3 hạt đậu.

1) Tính xác suất để "3 hạt đậu được chọn gồm 3 loại khác nhau".
2) Tính xác suất để "3 hạt đậu được chọn là đậu cho hoa vàng".
3) Tính xác suất để "3 hạt đậu được chọn có ít nhất một hạt cho hoa màu trắng".

ĐS: 1) 0,3 2) 0,2917 3) 0,7083

Bài 2. Tại một vùng, tỷ lệ người dân nghiện hút thuốc lá là 20%, tỷ lệ người dân nghiện uống rượu là 14%, tỷ lệ người dân vừa nghiện hút thuốc vừa nghiện uống rượu là 9%.

1) Hãy tính tỷ lệ người dân nghiện hút thuốc nhưng không nghiện uống rượu.
2) Hãy tính tỷ lệ người dân không nghiện hút thuốc và không nghiện uống rượu.
3) Chọn ngẫu nhiên một người dân ở vùng này. Nếu biết rằng người đó nghiện hút thuốc thì xác suất người đó cũng nghiện uống rượu là bao nhiêu?
4) Chọn ngẫu nhiên một người dân ở vùng này. Nếu biết người đó nghiện uống rượu thì xác suất người đó không nghiện hút thuốc là bao nhiêu?

ĐS: 1) 0,11 2) 0,75 3) 9/20 4) 5/14

Bài 3. Ba sinh viên A, B, C cùng làm bài thi một cách độc lập. Xác suất làm được bài thi của sinh viên A, B, C tương ứng là 0,6; 0,7 và 0,8.

1) Tính xác suất để "có đúng 1 sinh viên làm được bài".
2) Tính xác suất để "có ít nhất 1 sinh viên làm được bài".
3) Biết rằng có đúng 1 sinh viên làm được bài, tính xác suất để sinh viên C làm được bài.

ĐS: 1) 0,188 2) 0,976 3) 0,5106

Biến ngẫu nhiên

Bài 4. Một người chơi trò phi tiêu vào một tấm bia hình tròn được chia làm 5 phần bằng nhau, trên đó điền số điểm tương ứng từ 1 đến 5. Giả sử kết quả các lần phi tiêu là độc lập và lần nào cũng ném trúng bia.

1) Tính xác suất người đó ném một lần được 5 điểm.
2) Giả sử người đó phi tiêu hai lần liên tiếp. Hãy tính xác suất để:
   a) Tổng số điểm là 8.
   b) Hai lần có cùng số điểm.
   c) Lần thứ hai có điểm số cao hơn lần thứ nhất.
3) Trong 5 lần phi tiêu, tính xác suất có 3 lần được 5 điểm.
4) Hỏi trong 80 lần phi tiêu, trung bình có bao nhiêu lần được 5 điểm?

ĐS: 1) 0,2 ; 2) a) 3/25, b) 1/5, c) 10/25; 3) 0,0512 ; 4) 16

Bài 5. Từ một lồng gà gồm có 3 gà trống và 5 gà mái người ta bắt ngẫu nhiên 3 con gà.

1) Gọi X là số con gà mái trong số 3 con gà bắt ra. Lập bảng phân phối xác suất của X và tính E(X), D(X).
2) Lập hàm phân phối xác suất của X.

ĐS: 1)

X	0	1	2	3
P	1/56	15/56	30/56	10/56

E(X)=1,875;
D(X)=0,5022

2) $F(x)=\begin{cases} 0 & \text{khi } x\le 0 \\ 1/56 & \text{khi } 0< x\le 1 \\ 16/56 & \text{khi } 1< x\le 2 \\ 46/56 & \text{khi } 2< x\le 3 \\ 1 & \text{khi } x>3 \end{cases}$

Bài 6. Trong hộp đựng hạt giống hoa có 6 hạt cho hoa đỏ và 2 hạt cho hoa vàng. Xác suất nảy mầm của mỗi hạt cho hoa đỏ và mỗi hạt cho hoa vàng lần lượt là 0,6 và 0,7. Lấy ngẫu nhiên 2 hạt trong hộp.

1) Tính xác suất để lấy được ít nhất một hạt cho hoa màu đỏ.
2) Gọi X là số hạt giống cho hoa đỏ trong 2 hạt lấy ra. Lập bảng phân phối xác suất của X.
3) Đem gieo 2 hạt trên, tính xác suất để có đúng một hạt nảy mầm.

ĐS: 1) 27/28 2) 3) 0,4693

X	0	1	2
P	1/28	3/7	15/28

Bài 7. Có hai thùng đựng táo: thùng thứ nhất có 6 quả tốt và 4 quả hỏng, thùng thứ hai có 5 quả tốt và 3 quả hỏng. Một người lấy ngẫu nhiên từ mỗi thùng một quả.

1) Tính xác suất để trong hai quả lấy được có ít nhất một quả tốt.
2) Gọi X là số quả tốt lấy được. Lập bảng phân phối xác suất của X.

ĐS: 1) 17/20 2)

X	0	1	2
P	3/20	19/40	15/40

Bài 8. Một người có một chùm chìa khoá gồm 4 chìa trong đó chỉ có 2 chìa mở được khoá. Người đó mở khoá bằng cách thử lần lượt từng chìa cho đến khi mở được khoá; nếu thử chìa nào không mở được thì loại chìa đó ra khỏi chùm. Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số lần thử của người đó.

1) Lập bảng và hàm phân phối xác suất của X.
2) Trung bình thì người đó phải thử bao nhiêu lần?

ĐS: 1) 2)1,6667

X	1	2	3
P	1/2	1/3	1/6

Bài 9. Lợi nhuận X (đơn vị: triệu đồng) thu được khi đầu tư 500 triệu đồng vào một dự án có bảng phân phối xác suất như sau

X	-30	-15	0	10	20	30
P	0,1	0,15	0,2	0,2	0,25	0,1

1) Tìm mức lợi nhuận có khả năng nhiều nhất khi đầu tư vào dự án đó.
2) Tính xác suất của sự kiện “khi đầu tư 500 triệu đồng vào dự án đó thì không bị lỗ”.
3) Việc đầu tư vào dự án này có hiệu quả không? Vì sao?
4) Coi phương sai của X đặc trưng cho mức độ rủi ro, hãy tính mức độ rủi ro khi đầu tư vào dự án trên.

ĐS: 1) 20 2)0,75 3) Có vì E(X)>0 4) D(X)=311,1875

ĐS: 1) $X\sim B(64;0,5)$, có. 2) $20\le X\le 44$ 3) 0,9974

Bài 10. Giả sử chiều cao của cây bạch đàn trong khu rừng trồng bạch đàn sau 5 năm trồng là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với trung bình 7 m và độ lệch chuẩn là 1,5 m. Chọn ngẫu nhiên một cây và đo chiều cao cây đó.

1) Tính xác suất để cây chọn được có chiều cao nhỏ hơn 8,5 m.
2) Chọn ngẫu nhiên 100 cây và đo chiều cao. Tính xác suất để có không quá 90 cây có chiều cao nhỏ hơn 8,5 m. Nhiều khả năng nhất có bao nhiêu cây có chiều cao nhỏ hơn 8,5 m trong 100 cây được chọn?
3) Tìm chiều cao t (m) tối thiểu sao cho tỉ lệ cây có chiều cao lớn hơn t không quá 1%.

ĐS: 1) 0,8413 2) 0,9463; 84 cây 3)10,495 m

Bài 11. Đường kính một loại trục máy là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với trung bình là 1,2cm và độ lệch chuẩn 0,01cm. Trục loại I là trục có đường kính sai lệch so với trung bình không quá 0,02cm, còn lại là trục loại II.

1) Tính tỷ lệ trục loại I, loại II.
2) Một doanh nghiệp mua loại trục máy này với giá 30 000 đồng/trục và bán với giá 40 000 đ/trục đối với trục loại I; 25 000 đồng/trục đối với trục loại II. Tính tiền lời trung bình doanh nghiệp này thu được khi bán 1 trục máy.

ĐS: 1) 0,9544; 0,0456; 2) 9316

Chương 2-3. Ước lượng – kiểm định

Bài 1. Giả sử hàm lượng nước X (%) trong cam Cao Phong - Hòa Bình là biến có phân phối chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$. Quan sát một mẫu gồm 25 quả ta được số liệu như sau:

X (%)	79	80	84,6	86	87,5	89	90
Số quả	2	3	5	7	4	3	1

1) Hãy tính một ước lượng không chệch của μ và của σ^2.
2) Hãy tìm khoảng tin cậy của μ với độ tin cậy 90%.
3) Với mức ý nghĩa 0,05 ta có thể coi hàm lượng nước của cam Cao Phong thấp hơn 89% hay không?

ĐS: 1) $\overline{x} = 85,2; s^2 = 10,4917$ 2) $\left[84,0916; 86,3084\right]$ 3) $Z_t = -2,4617$

Bài 2. Một điều tra về thời gian X (phút) xem các chương trình thể thao trên ti vi trong một ngày của 18 nam thanh niên (từ 20 đến 30 tuổi) thu được kết quả dưới đây. Giả sử X là biến có phân phối chuẩn.

51	52	66	74	66	37	45	68	64
65	58	55	52	63	59	57	74	65

1) Hãy tìm khoảng tin cậy của thời gian xem chương trình thể thao trung bình mỗi ngày của nam thanh niên lứa tuổi trên với độ tin cậy 95%.
2) Với mức ý nghĩa 5% có thể cho rằng trung bình mỗi ngày họ xem hơn 50 phút hay không?

ĐS: 1) $\left[54,6744; 64,3256\right]$ 2) $Z_t = 4,1539$

Bài 3. Giám đốc một công ty cho rằng thời gian trung bình để đọc và xóa thư rác của mỗi nhân viên văn phòng là ít nhất 25 phút / ngày. Để minh chứng cho điều này, ông ta đã điều tra một mẫu gồm 20 nhân viên văn phòng và thu được kết quả (đơn vị: phút):

28	34	23	13	10	12	30	42	37	43
47	35	45	29	42	17	21	32	35	18

Với mức ý nghĩa 1% có thể chấp nhận nhận định của giám đốc trên hay không?

ĐS: $Z_t = 0,7337$

Bài 4. Thời gian giao hàng X (giờ) trong nội thành của một dịch vụ chuyển phát nhanh là một biến có phân phối chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$. Theo dõi ngẫu nhiên thời gian giao hàng tới 60 địa chỉ trong nội thành của dịch vụ này thu được kết quả:

X (giờ)	6 - 7	7 - 8	8 - 9	9 - 10	10 - 11	11 - 12	12 - 13	13 - 14
Số địa chỉ	2	3	10	16	13	10	5	1

1) Với độ tin cậy 0,95, hãy tìm khoảng tin cậy của thời gian giao hàng trung bình trong nội thành của dịch vụ chuyển phát nhanh nói trên.
2) Giám đốc của dịch vụ này quảng cáo rằng thời gian giao hàng trung bình trong nội thành ít hơn 10 giờ. Với mức ý nghĩa 5%, hãy cho kết luận về lời quảng cáo trên.
3) Giả sử $\sigma = 1,5$. Hỏi cần theo dõi tối thiểu bao nhiêu địa chỉ giao hàng để với độ tin cậy 95% thì độ rộng khoảng tin cậy của kỳ vọng μ không vượt quá 0,3?

ĐS: 1) $\left[9,6116; 10,3884\right]$ 2) $Z_t = 0$ 3) $Z_t = 0,2981$ 4) $n = 97$

Bài 5. Một khu đô thị có 2000 hộ gia đình sinh sống. Để ước lượng nhu cầu sử dụng Internet cáp quang FTTH người ta thăm dò ngẫu nhiên 100 hộ thấy có 65 hộ có nhu cầu sử dụng Internet cáp quang FTTH.

1) Tìm một ước lượng điểm cho tỷ lệ hộ có nhu cầu sử dụng Internet cáp quang FTTH của khu đô thị trên.
2) Hãy ước lượng số gia đình có nhu cầu sử dụng Internet cáp quang FTTH của khu vực trên với độ tin cậy 0,95.
3) Cần thăm dò ít nhất bao nhiêu hộ gia đình để với độ tin cậy 98% ta có độ rộng của khoảng ước lượng của tỷ lệ gia đình có nhu cầu sử dụng Internet cáp quang FTTH nhỏ hơn 0,15?

ĐS: 1) 0,65 2) [1111,12; 1488,88] 3) n = 242

Bài 6. Một cửa hàng quần áo cuối mỗi tháng đều tiến hành kiểm kê và tính toán thiệt hại do trộm cắp gây ra. Cửa hàng muốn giảm những thiệt hại này và đang xem xét chọn một trong hai phương án: thuê một nhân viên bảo vệ hay lắp đặt camera. Để đưa ra quyết định lựa chọn phương án nào, cửa hàng đã thuê một bảo vệ trong 6 tháng đầu và trong 6 tháng tiếp theo lắp đặt camera. Hàng tháng thiệt hại đã được ghi lại và kết quả được liệt kê dưới đây (đơn vị triệu đồng/tháng):

Camera:	4,86	3,03	2,70	3,86	4,11	4,35
Nhân viên bảo vệ:	3,55	2,84	4,01	3,98	4,77	2,54

Biết rằng mức độ thiệt hại của cả hai phương án có phân phối chuẩn với phương sai bằng nhau. Có thể cho rằng mức thiệt hại khi dùng Camera là lớn hơn hay không? Kết luận ở mức ý nghĩa 2%.

ĐS: $Z_t = 0,5248$

Bài 7. Để so sánh hàm lượng tinh bột trong chuối ngự (X) và chuối tiêu (Y) người ta lấy mẫu và đo được hàm lượng tinh bột như sau (đơn vị: g/100g chuối)

Chuối ngự:	11	10	12	13	9	11	12	10	13	14	
Chuối tiêu:	6	7	8	6	7	9	8	7	7	6	7

Biết rằng X, Y là các biến có phân phối chuẩn và phương sai bằng nhau. Với mức ý nghĩa 5%, có thể cho rằng hàm lượng tinh bột ở chuối ngự cao hơn chuối tiêu hay không?

ĐS: $Z_t = 7,8483$

Bài 8. Hai máy tự động dùng để cắt những thanh kim loại do cùng một kỹ thuật viên phụ trách và căn chỉnh. Từ máy 1 lấy ra 36 thanh kim loại để kiểm tra và thu được $\overline{x} = 12,5$cm. Từ máy 2 lấy ra 40 thanh kim loại để kiểm tra và thu được $\overline{y} = 12,2$cm. Với mức ý nghĩa 0,01 có thể cho rằng chiều dài của các thanh kim loại do máy 1 cắt nói chung lớn hơn chiều dài của các thanh kim loại do máy 2 cắt hay không? Biết rằng chiều dài của các thanh kim loại do máy 1, 2 sản xuất là các biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với $\sigma = 1,2$.

ĐS: $Z_t = 1,0882$

Bài 9. Để so sánh tỷ lệ nuôi sống đến hai tháng tuổi của gà Đông tảo người ta theo dõi 200 con gà Đông tảo thấy có 170 con sống. Hãy tìm khoảng tin cậy của tỷ lệ nuôi sống đến hai tháng tuổi của giống gà Đông tảo với độ tin cậy 0,95.

ĐS: 1) $Z_t = 0,9721$ 2) [0,8005;0,8995]

Bài 10. Giám đốc thương mại của một hãng đồ chơi muốn nghiên cứu ý kiến khách hàng về một loại đồ chơi mới ở 3 vùng. Kết quả điều tra như sau:

Vùng / ý kiến	Không biết gì về đồ chơi	Giá đồ chơi vừa phải	Giá cao
1	64	28	106
2	84	42	76
3	56	14	130

Tìm khoảng tin cậy của tỉ lệ "khách hàng cho rằng giá đồ chơi là cao" với độ tin cậy 95%.

ĐS: 1) $Z_t = 33,9761$ 2) [0,4800; 0,5600]

Bài 10. Sử dụng thuốc của hai hãng A, B để điều trị một loại bệnh cho gia súc được kết quả sau:

Kết quả / Hãng	Khỏi bệnh	Giảm bệnh	Không khỏi bệnh
A	192	20	8
B	185	12	3

1) Tìm khoảng tin cậy của tỉ lệ gia súc khỏi bệnh khi dùng thuốc của hãng A với độ tin cậy 95%.
2) Ở mức ý nghĩa 0,05, có thể coi tỉ lệ gia súc khỏi bệnh khi dùng thuốc của hãng A cao hơn hãng B hay không?

ĐS: 1) [0,8287; 0,9167]

Chương 4. Tương quan và hồi quy

Bài 1. Theo dõi dư lượng Y (mg/kg) của một loại thuốc bảo vệ thực vật trên rau sau X (ngày) phun có bảng số liệu sau:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	12	11,9	11,5	11,3	10,5	9,3	8,1	7,2	6,1	5,1

1) Tính hệ số tương quan mẫu giữa X và Y.
2) Tìm hàm hồi quy tuyến tính thực nghiệm của Y theo X. Hãy dự đoán sau bao nhiêu ngày thì không còn dư lượng thuốc bảo vệ thực vật trên rau.

ĐS: 1) $r = -0,9753$ 2) $y = 13,8 - 0,8182x$;17 ngày.

Bài 2. Đo chiều cao X (cm) của bố và chiều cao Y (cm) của con trai ở tuổi trưởng thành thu được số liệu:

X	158	160	163	165	167	170	167	172	177	181
Y	160	158	167	162	165	172	170	175	180	177

1) Tìm hệ số tương quan của X và Y.
2) Tìm hàm hồi quy tuyến tính thực nghiệm của Y theo X. Nếu bố cao 175cm, hãy dự đoán chiều cao tuổi trưởng thành của con trai người đó.

ĐS: 1) $r = 0,9176$ 2) $y = 9,5362 + 0,9468x$; 175cm.

Bài 3. Để xác định mối liên hệ giữa năng suất cỏ Y và lượng phân bón X, người ta thực hiện thí nghiệm trên 10 lô đất có cùng diện tích có kết quả như sau:

X (kg/ha)	25	50	75	100	125	150	175	200	180	185
Y (tấn/ha)	84	80	90	148	154	169	206	244	210	220

1) Hãy tính hệ số tương quan mẫu giữa X và Y.
2) Xác định phương trình đường hồi quy tuyến tính mẫu của Y theo X.

ĐS: 1) *r = 0,9767* 2) *y* = 0,955*x* + 39,6925

Bài 4. Bảng số liệu sau cho biết chiều dài X (cm) và trọng lượng Y (kg) của 10 con lợn khi xuất chuồng:

X	130	128	125	124	125	129	127	134	136	137
Y	102	103	98	96	97	100	100	108	111	112

1) Hãy tính hệ số tương quan mẫu giữa X và Y. (***ĐS***:)
2) Xác định phương trình hồi quy tuyến tính mẫu của Y theo X. Nếu một con lợn xuất chuồng có chiều dài 132 cm, có thể dự báo cân nặng của nó là bao nhiêu kg?

ĐS: 1) *r*= 0,9805 2)*y* = - 52,8943 + 1,2015*x*; 105,7037 kg