

Tên học phần: Đại số tuyến tính   Số TC: 3

Ngày thi: 02/02/2023

Thời gian làm bài: 90 phút

**Đề số 1**

**Câu 1** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Cho  $\theta$  là một số thực. Xét ma trận sau

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- (a) Tính định thức của  $A(\theta)$ . Vì sao ma trận  $A(\theta)$  có nghịch đảo với mọi  $\theta$ ?
- (b) Tính  $A(\theta)A(-\theta)$ . Từ đó, tìm ma trận nghịch đảo của  $A(\theta)$ .

**Câu 2** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Cho hệ phương trình tuyến tính với các ẩn số  $x_1, x_2, x_3, x_4$  và tham số  $m$  như sau

$$\begin{cases} 6x_1 - 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 = -2 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 3m + 4 \\ 32x_1 - 32x_2 + 27x_3 + 39x_4 = 0. \end{cases}$$

- (a) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hệ phương trình trên có nghiệm.
- (b) Với giá trị  $m$  tìm được ở câu (a), hãy giải hệ phương trình.

**Câu 3** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Gọi  $X$  là tập hợp các vectơ  $\mathbf{u} = (x_1, x_2, x_3)$  trong  $\mathbb{R}^3$  xác định bởi phương trình

$$2x_1 - 2x_2 - 23x_3 = 0.$$

- (a) Chứng minh  $X$  là một không gian vectơ con của  $\mathbb{R}^3$ .
- (b) Tìm một cơ sở  $U$  của  $X$ . Chứng tỏ  $\mathbf{v} = (3, -20, 2)$  thuộc  $X$  và tìm tọa độ của  $\mathbf{v}$  trong cơ sở  $U$ .

**Câu 4** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Cho ma trận

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -10 \\ -2 & 5 & -10 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(a) Tìm các giá trị riêng của ma trận  $A$ .

(b) Tìm một ma trận  $P$  khả nghịch sao cho  $P^{-1}AP$  là ma trận chéo và viết ma trận chéo đó.

**Câu 5** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Trong không gian ba chiều cho hai điểm  $A(1, 2, 3)$  và  $B(3, 2, 1)$  và xét hàm số  $f(x, y, z) = xyz$ . Tính đạo hàm của hàm  $f$  theo hướng vectơ  $\overrightarrow{AB}$  tại điểm  $A$ .

----- Hết -----

- Thí sinh **không** được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không cần giải thích gì.

Tên học phần: Đại số tuyến tính   Số TC: 3

Ngày thi: 02/02/2023

Thời gian làm bài: 90 phút

**Đề số 2**

**Câu 1** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Cho các ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

(a) Trong các phép tính sau, cái nào thực hiện được? Nếu được, hãy thực hiện phép tính đó.

$$2A + B^T, AB, CA, BC.$$

(b) Tính định thức sau

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & -6 & 7 \\ -1 & 0 & 4 & 1 & 8 \\ 3 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ -4 & 0 & 5 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

**Câu 2** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Cho hệ phương trình tuyến tính với các ẩn số  $x_1, x_2, x_3, x_4$  và tham số  $m$  như sau

$$\begin{cases} -2x_1 - 6x_2 - 3x_3 - 7x_4 = -4 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 3m + 2 \\ -8x_1 - 24x_2 - 13x_3 - 35x_4 = -2. \end{cases}$$

(a) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hệ phương trình trên có nghiệm.

(b) Với giá trị  $m$  tìm được ở câu (a), hãy giải hệ phương trình.

**Câu 3** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Gọi  $X$  là tập hợp các vectơ  $\mathbf{u} = (x_1, x_2, x_3)$  trong  $\mathbb{R}^3$  xác định bởi phương trình

$$23x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 0.$$

(a) Chứng minh  $X$  là một không gian vectơ con của  $\mathbb{R}^3$ .

(b) Tìm một cơ sở  $U$  của  $X$ . Chứng tỏ  $\mathbf{v} = (4, 45, 1)$  thuộc  $X$  và tìm tọa độ của  $\mathbf{v}$  trong cơ sở  $U$ .

**Câu 4** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Cho ma trận

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -10 \\ -2 & 3 & -10 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

(a) Tìm các giá trị riêng của ma trận  $A$ .

(b) Tìm một ma trận  $P$  khả nghịch sao cho  $P^{-1}AP$  là ma trận chéo và viết ma trận chéo đó.

**Câu 5** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Trong không gian ba chiều cho hai điểm  $A(1, 2, 3)$  và  $B(3, 2, 1)$  và xét hàm số  $f(x, y, z) = xyz$ . Tính đạo hàm của hàm  $f$  theo hướng vectơ  $\overrightarrow{AB}$  tại điểm  $B$ .

----- Hết -----

- Thí sinh **không** được sử dụng tài liệu.

- Cán bộ coi thi không cần giải thích gì.

Tên học phần: Đại số tuyến tính   Số TC: 3

Ngày thi: 02/02/2023

Thời gian làm bài: 90 phút

**Đề số 3**

**Câu 1** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Cho ma trận

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 0 \\ -1 & 4 & x \\ 5 & -5 & 1 \end{bmatrix}.$$

(a) Tính định thức của  $A$ . Tìm  $x$  để  $A$  có nghịch đảo.

(b) Với  $x = 2$ , tìm hàng thứ ba của ma trận  $A^{-1}$ .

**Câu 2** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Cho hệ phương trình tuyến tính với các ẩn số  $x_1, x_2, x_3, x_4$  và tham số  $m$  như sau

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_4 = -4 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 4m + 5 \\ 7x_1 + 21x_2 + 5x_3 - 5x_4 = 5. \end{cases}$$

(a) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hệ phương trình trên có nghiệm.

(b) Với giá trị  $m$  tìm được ở câu (a), hãy giải hệ phương trình.

**Câu 3** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Gọi  $X$  là tập hợp các vectơ  $\mathbf{u} = (x_1, x_2, x_3)$  trong  $\mathbb{R}^3$  xác định bởi phương trình

$$2x_1 - 4x_2 - 9x_3 = 0.$$

(a) Chứng minh  $X$  là một không gian vectơ con của  $\mathbb{R}^3$ .

(b) Tìm một cơ sở  $U$  của  $X$ . Chứng tỏ  $\mathbf{v} = (1, -4, 2)$  thuộc  $X$  và tìm tọa độ của  $\mathbf{v}$  trong cơ sở  $U$ .

**Câu 4** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Cho ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

(a) Tìm các giá trị riêng của ma trận  $A$ .

(b) Tìm một ma trận  $P$  khả nghịch sao cho  $P^{-1}AP$  là ma trận chéo và viết ma trận chéo đó.

**Câu 5** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Trong không gian ba chiều cho hai điểm  $A(1, 2, 3)$  và  $B(3, 2, 1)$  và xét hàm số  $f(x, y, z) = xyz$ . Tính đạo hàm của hàm  $f$  theo hướng vectơ  $\overrightarrow{BA}$  tại điểm  $B$ .

----- Hết -----

- Thí sinh **không** được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không cần giải thích gì.

Tên học phần: Đại số tuyến tính   Số TC: 3

Ngày thi: 02/02/2023

Thời gian làm bài: 90 phút

**Đề số 4**

**Câu 1** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Cho các ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

(a) Tìm ma trận  $X$  sao cho  $AX = 2X + B$ .

(b) Tính định thức sau

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 5 & 3 \\ -2 & -7 & 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

**Câu 2** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Cho hệ phương trình tuyến tính với các ẩn số  $x_1, x_2, x_3, x_4$  và tham số  $m$  như sau

$$\begin{cases} 4x_1 - 24x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 - 6x_2 + x_3 - 4x_4 = 5m + 1 \\ 9x_1 - 54x_2 + 7x_3 - 4x_4 = -2. \end{cases}$$

(a) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hệ phương trình trên có nghiệm.

(b) Với giá trị  $m$  tìm được ở câu (a), hãy giải hệ phương trình.

**Câu 3** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Gọi  $X$  là tập hợp các vectơ  $\mathbf{u} = (x_1, x_2, x_3)$  trong  $\mathbb{R}^3$  xác định bởi phương trình

$$19x_1 - 8x_2 - 2x_3 = 0.$$

(a) Chứng minh  $X$  là một không gian vectơ con của  $\mathbb{R}^3$ .

(b) Tìm một cơ sở  $U$  của  $X$ . Chứng tỏ  $\mathbf{v} = (2, 4, 3)$  thuộc  $X$  và tìm tọa độ của  $\mathbf{v}$  trong cơ sở  $U$ .

**Câu 4** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Cho ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 10 \\ 2 & -1 & 10 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

(a) Tìm các giá trị riêng của ma trận  $A$ .

(b) Tìm một ma trận  $P$  khả nghịch sao cho  $P^{-1}AP$  là ma trận chéo và viết ma trận chéo đó.

**Câu 5** (2,0 điểm; chuẩn đầu ra 1.1) Trong không gian ba chiều cho hai điểm  $A(1, 2, 3)$  và  $B(3, 2, 1)$  và xét hàm số  $f(x, y, z) = xyz$ . Tính đạo hàm của hàm  $f$  theo hướng vectơ  $\overrightarrow{BA}$  tại điểm  $A$ .

----- Hết -----

- Thí sinh **không** được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không cần giải thích gì.