

Bài 3 (P2132200E):

**KHẢO SÁT CON LẮC VẬT LÝ THUẬN NGHỊCH
ỨNG DỤNG ĐO GIA TỐC TRỌNG TRƯỜNG**

I. MỤC ĐÍCH THÍ NGHIỆM

- Khảo sát con lắc vật lý thuận nghịch.
- Xác định gia tốc trọng trường tại nơi đặt con lắc, gần bề mặt Trái đất.

II. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

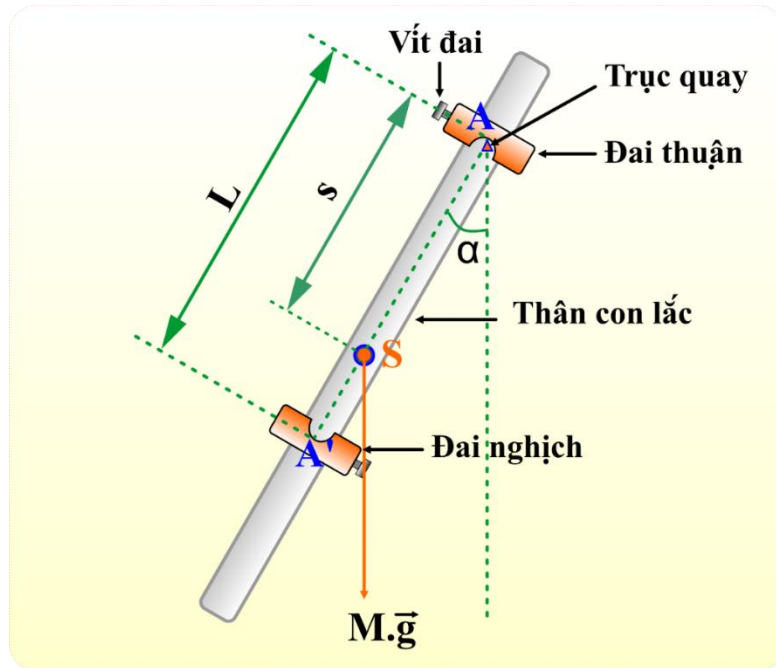
❖ Cấu tạo con lắc vật lý và các đại lượng khảo sát

Con lắc vật lý khác với con lắc toán học (con lắc đơn) bởi khối lượng của nó không tập trung tại một điểm, mà được phân bố trong toàn bộ vật. Khái niệm thuận nghịch trong con lắc vật lý liên quan đến chu kỳ dao động của con lắc phụ thuộc vào hai vị trí trục quay khác nhau trên thân con lắc. Khi trục quay thay đổi đi qua các vị trí này mà chu kỳ dao động của con lắc không đổi thì ta nói con lắc ở trạng thái thuận nghịch.

Cấu tạo con lắc vật lý trong thí nghiệm này được thể hiện trong **Hình 1** (H1) bao gồm các bộ phận cơ bản sau:

- + Thân con lắc là thanh kim loại có dạng trụ tròn đồng chất có chiều dài và khối lượng xác định.
- + Trục quay được tạo bởi 2 thanh kim loại nhỏ có thiết diện hình tam giác để giảm diện tích tiếp xúc với gá trục quay.
- + Hai vòng đai kim loại giống nhau (đai thuận và đai nghịch (H1)), có thể di chuyển và cố định tại vị trí bất kì nhờ ốc vít bố trí trên mỗi đai. Trên mỗi đai có bố trí các rãnh xẻ đối xứng nhau, chúng có tác dụng để gắn trục quay con lắc trong quá trình khảo sát dao động.

Trong thí nghiệm này, chúng ta sẽ khảo sát sự thay đổi chu kỳ dao động của con lắc phụ thuộc vào vị trí các trục quay. Thông qua khảo sát giúp ta xác định được chu kỳ dao động thuận nghịch (T) của con lắc và khoảng cách giữa hai trục quay L_r (L_r gọi là chiều dài rút gọn của con lắc, có ý nghĩa tương đương với chiều dài của con lắc đơn (con lắc toán học) có cùng chu kỳ dao động T) khi con lắc ở trạng thái thuận nghịch. Trong mỗi quan hệ toán học giữa chu kỳ thuận nghịch T , chiều dài rút gọn L_r với gia tốc trọng trường g , chúng ta sẽ xác định được gia tốc trọng trường g tại nơi đặt con lắc vật lý. Để thuận tiện cho việc theo dõi ta quy ước **chu kỳ thuận** (T_T) là chu kỳ dao động của con lắc khi trục quay có giá qua đai thuận và **chu kỳ nghịch** (T_N) là chu kỳ dao động của con lắc khi ta đảo chiều con lắc-tức trục quay có giá qua đai nghịch theo mô hình con lắc Hình 1.



Hình 1: Cấu tạo con lắc vật lý thuận nghịch

❖ Cơ sở lý thuyết

Giả sử ban đầu ta cố định hai đai ở vị trí A, A' cách nhau một khoảng L trên thân con lắc, và trục con lắc có giá đi qua A, khi đó ta thiết lập phương trình dao động của con lắc theo năng lượng toàn phần E.

Để thiết lập biểu thức năng lượng của con lắc trong quá trình dao động, ta chia nhỏ con lắc thành các phần vô cùng nhỏ, mỗi phần coi là một hạt chất điểm.

Thế năng của con lắc W_t chính là thế năng của khối tâm G với gốc là trục quay A ($|\overrightarrow{AG}| = s$):

$$W_t = \sum_i m_i \vec{r}_i \vec{g} = M \cdot \overrightarrow{AG} \cdot \vec{g} = -Mgs \cdot \cos\alpha \quad (5.1)$$

m_i và \vec{r}_i là khối lượng và vector bán kính của hạt thứ i đối với trục quay tại A; M là tổng khối lượng của con lắc và g là gia tốc trọng trường trên mặt đất.

Động năng W_d của con lắc vật lý là tổng động năng của các chất điểm:

$$W_d = \sum_i \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i^2 = \sum_i \frac{1}{2} m_i (\vec{\omega}_i \times \vec{r}_i)^2 = \sum_i \frac{1}{2} m_i \omega_i^2 r_i^2 \quad (5.2)$$

$\vec{\omega}_i$ là vận tốc góc của chất điểm thứ i ($\vec{\omega}_i \perp \vec{r}_i$), trong trường hợp vật rắn, $\omega_i = \omega = \alpha$ bằng nhau với mọi điểm thuộc con lắc.

$$W_d = \frac{\alpha^2}{2} I = \frac{\alpha^2}{2} (I_G + Ms^2) \quad (5.3)$$

Trong đó I là mô men quán tính đối với trục quay qua A, I_G là mô men quán tính với trục quay đi qua khối tâm S. I và I_G liên hệ với nhau qua công thức Huyghen – Steiner, $I = I_G + Ms^2$, trong đó M là khối lượng con lắc và s là khoảng cách từ trục quay đến khối tâm.

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng cho hệ, ta được:

$$E = W_d + W_t = \frac{\dot{\alpha}^2}{2} (I_G + Ms^2) - Mgs \cdot \cos \alpha = C \quad (5.4)$$

Phương trình (5.4) là vi phân bậc nhất của li độ góc α của con lắc theo thời gian. Đối với các dao động với góc α nhỏ thì $\cos \alpha \sim (1 - \alpha^2)$, C là hằng số. Phương trình (5.4) khi đó tương đương:

$$\dot{\alpha}^2 + \frac{Mgs}{I_G + Ms^2} \alpha^2 = C \quad (5.5)$$

Lấy đạo hàm theo thời gian 2 vế của phương trình (5.5) ta có:

$$\ddot{\alpha} + \frac{Mgs}{I_G + Ms^2} \alpha = 0 \quad (5.6)$$

Nghiệm tổng quát của (5.6) là phương trình dao động của con lắc theo thời gian:

$$\alpha(t) = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (5.7)$$

Trong đó α_0 là biên độ dao động, φ pha ban đầu và tần số góc dao động ω :

$$\omega = \frac{2\pi}{T_A} = \sqrt{\frac{Mgs}{I_G + Ms^2}} \quad (5.8)$$

Chu kỳ dao động thuận:

$$T_T = 2\pi \sqrt{\frac{I_G + Ms^2}{Mgs}} = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{I_G}{Ms} + s}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_G}{Mgs} + \frac{s}{g}} \quad (5.9)$$

Tương tự, khi đảo chiều quay con lắc với trục quay con lắc gắn ở vị trí A' (chiều nghịch), khi đó khoảng cách từ trục quay mới đến khối tâm G là $L-s$. Chu kỳ nghịch dao động của con lắc là:

$$T_N = 2\pi \sqrt{\frac{I_G}{Mg(L-s)} + \frac{L-s}{g}} \quad (5.10)$$

Dựa trên cấu tạo con lắc (Hình 1), khi dịch chuyển đai nghịch để thay đổi khoảng cách giữa hai trục quay (thay đổi L) thì T_T và T_N sẽ thay đổi theo do sự thay đổi khối tâm G. Tuy nhiên, tồn tại vị trí A' mà tại đó $T_T = T_N$.

Từ hai phương trình (5.9) và (5.10), kết hợp $T_T = T_N$ ta có:

$$2\pi \sqrt{\frac{I_G}{Mgs} + \frac{s}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_G}{Mg(L-s)} + \frac{L-s}{g}} \quad (5.11)$$

Phương trình (5.11) có 2 nghiệm: $L_1 = 2s$ và $L_r = \frac{I_G}{Ms} + s$

Với cả 2 nghiệm phân biệt L_1 và L_r , chu kỳ $T = T_T = T_N$ của con lắc vật lý khi đó là:

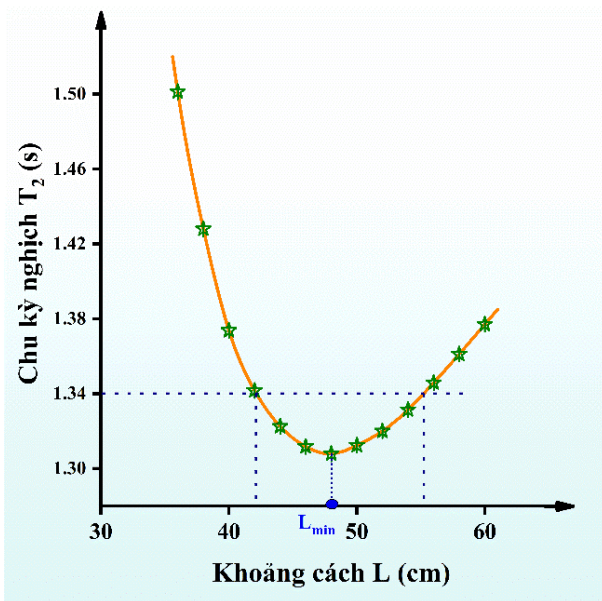
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{I_G}{M_S} + s}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{L_r}{g}} \quad (5.12)$$

$L_r = \frac{I_G}{M_S} + s$ được gọi là chiều dài rút gọn của con lắc vật lý.

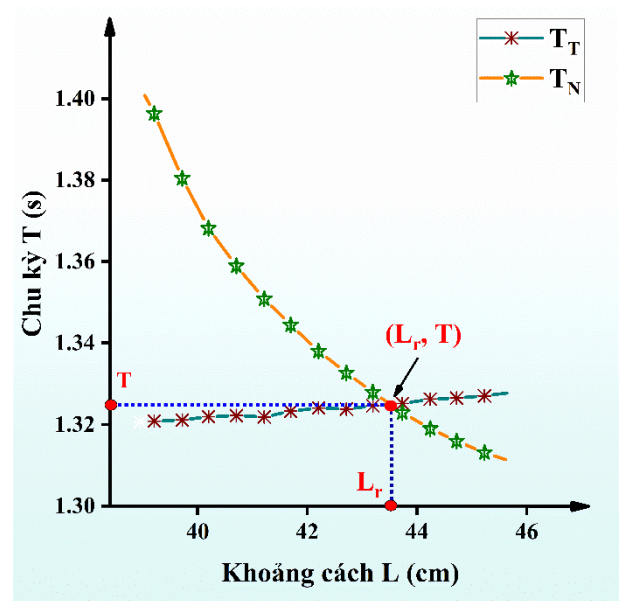
Như vậy, chu kỳ T của con lắc vật lý giống như con lắc đơn ($T = 2\pi\sqrt{l/g}$) với chiều dài $l = L_r$. Điểm khác biệt của con lắc vật lý so với con lắc toán học (con lắc đơn) là chu kỳ con lắc vật lý phụ thuộc vào phân bố khối lượng của nó. Mặt khác chiều dài rút gọn L_r của con lắc luôn lớn hơn khoảng cách s giữa khối tâm và trục quay.

Từ phương trình (5.10), chu kỳ dao động nghịch T_N theo hàm phụ thuộc L được biểu diễn theo đồ thị Hình 2. Có thể thấy rằng, khi trục quay tiến đến gần khối tâm, chu kỳ dao động T_N sẽ tiến ra vô cùng. Mặt khác, tồn tại một vị trí mà chu kỳ T_N đạt giá trị nhỏ nhất do có sự thay đổi vị trí đai treo nghịch dẫn đến sự thay đổi của khối tâm cùng mô men quán tính đối với trục quay qua A' của con lắc.

Nếu khảo sát con lắc dao động theo cả hai chu kỳ thuận nghịch T_T và T_N , sự phụ thuộc của cả hai chu kỳ này theo chiều dài L sẽ được biểu diễn theo đồ thị Hình 3. Từ đồ thị Hình 3 cho phép ta xác định được khoảng cách rút gọn L_r và chu kỳ thuận nghịch T . Chúng chính là giao điểm của hai đường T_T và T_N .



Hình 2: Chu kỳ T_N phụ thuộc vị trí trục quay của con lắc



Hình 3: Xác định chiều dài rút gọn của con lắc

Tóm lại, lý thuyết trình bày trên đây là cơ sở ta khảo sát sự phụ thuộc của hai chu kỳ thuận và nghịch vào khoảng cách giữa hai trục quay. Từ đó tìm được chu kỳ thuận nghịch T , chiều dài rút gọn L_r và tính được gia tốc trọng trường tại nơi khảo sát.

Chu kỳ thuận nghịch của con lắc vật lý là:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L_r}{g}} \quad (5.13)$$

Gia tốc trọng trường g được xác định từ phương trình (5.13):

$$g = \frac{4\pi^2 L_r}{T^2} \quad (5.14)$$

III. DỤNG CỤ THÍ NGHIỆM

Dụng cụ thí nghiệm khảo sát dao động của con lắc vật lý bao gồm:

- Thân con lắc – là thanh thép không gỉ dài 750 mm
- Hai vòng đai kim loại bằng thép không gỉ có thể dịch chuyển và cố định tại vị trí bất kỳ trên thân con lắc nhờ ốc vít trên các vòng đai. Hai vòng đai đóng vai trò là điểm treo con lắc đồng thời dùng để điều chỉnh khối tâm G của con lắc trong quá trình khảo sát.
- Hai thanh dao nhỏ bằng thép thiết diện hình tam giác với vai trò làm trục quay cho con lắc.
- Bộ cảm biến điện hồng ngoại với cổng quang cho phép xác định chu kỳ dao động.
- Thước dây dài 2m dùng xác định chiều dài thay đổi L giữa các trục quay.
- Hệ thống giá treo cố định con lắc và giá đỡ bộ cảm biến.

IV. TIẾN HÀNH THÍ NGHIỆM

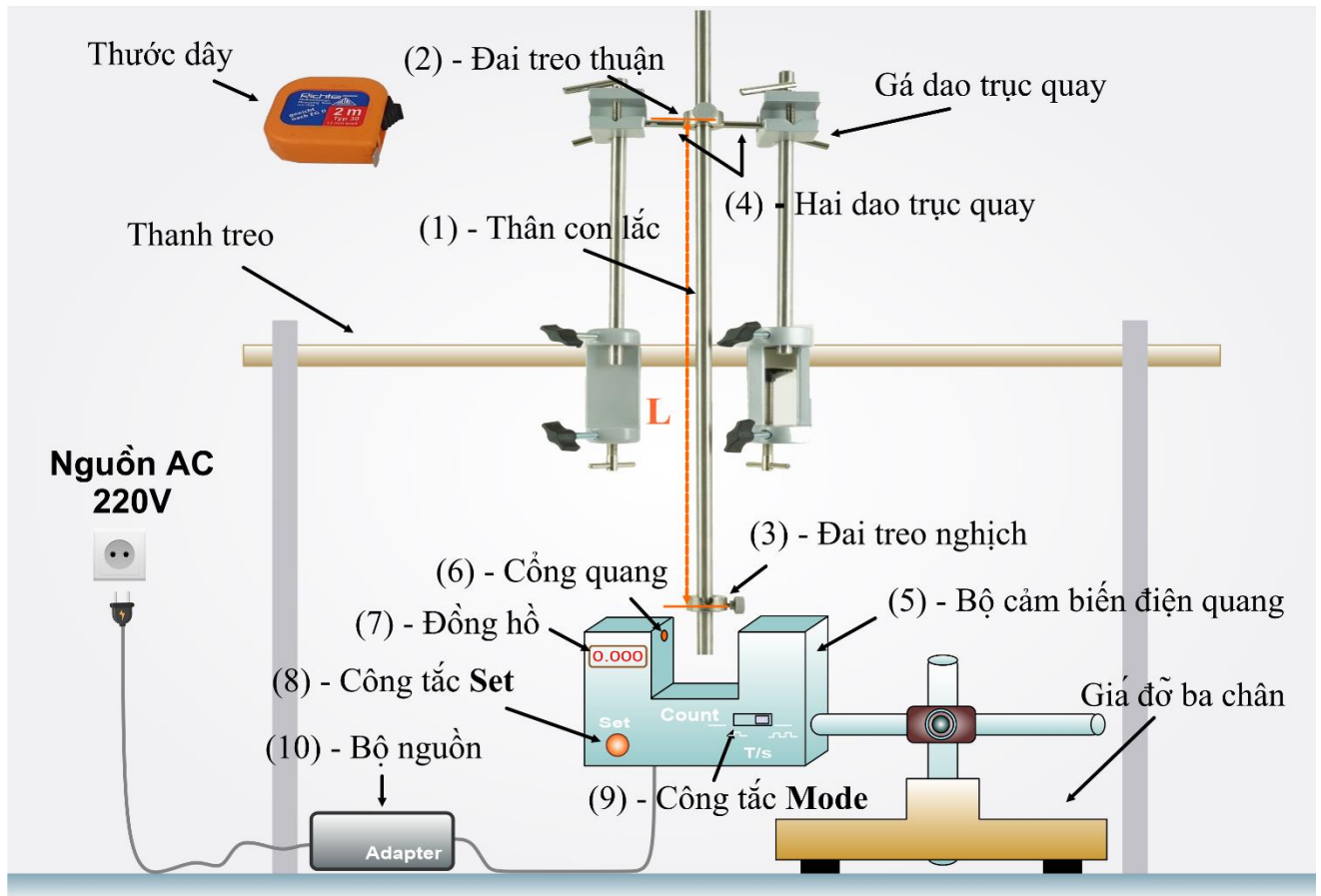
Để khảo sát dao động của con lắc vật lý thuận nghịch, chúng ta tiến hành lắp ráp hệ thống thí nghiệm theo sơ đồ Hình 4 với các bước thực hiện như sau:

Bước 1: Lắp bộ cảm biến điện hồng ngoại trên giá đỡ ba chân dưới mặt bàn, lắp hệ gá dao trục quay trên thanh treo trên cao. Lắp 2 dao cố định, chắc chắn trên gá dao, các lưỡi dao phải được cố định cân bằng ở cùng một độ cao để đảm bảo khối lượng của con lắc sẽ phân bố đều trên cả hai thanh dao.

Bước 2: Cắm phích nguồn Adapter vào ổ AC-220, gạt công tắc Mode (9) hoàn toàn sang phải.

Bước 3: Trên thân con lắc, di chuyển đai treo thuận (2) về vị trí cách một đầu thân con lắc **10 cm** và vặn vít cố định đai tại vị trí đó. **Chú ý: Vị trí đai thuận là cố định, không thay đổi trong suốt quá trình khảo sát.**

Bước 4: Di chuyển đai treo nghịch (3) về vị trí sao cho khoảng cách giữa 2 điểm treo dao trục quay giữa 2 đai cách nhau khoảng $L = 36$ cm (dùng thước dây để xác định) và cố định lại bằng vít trên đai nghịch.



Hình 4: Thiết lập thí nghiệm khảo sát dao động của con lắc vật lý.

Bước 5: Gắn con lắc với đai thuận (2) lên trực quay, kéo nhẹ con lắc khỏi vị trí cân bằng góc $\alpha < 10^\circ$ và thả cho con lắc dao động để khảo sát chu kỳ dao động thuận T_T . Để con lắc dao động vài chu kỳ cho ổn định rồi bắt đầu nhấn nút công tắc “Set” (10) lần 1 (đồng hồ (7) ngay sau khi bấm hiển thị 4 dấu chấm). Ghi kết quả thời gian hiển thị trên đồng hồ (7) cho chu kỳ đầu tiên (T_1) vào **Bảng 1**. Tiếp tục lần lượt nhấn “Set” và ghi kết quả thời gian hiển thị trên đồng hồ đo cho 4 chu kỳ dao động tiếp theo theo **Bảng 1**.

Bước 6: Giữ nguyên khoảng cách L ban đầu, đảo chiều con lắc ngược lại sao cho đai nghịch (3) gắn trên hai dao trực quay và lặp lại thí nghiệm **Bước 5** để xác định chu kỳ nghịch T_2 với cách thực hiện và ghi kết quả tương tự như **Bước 5**. Kết quả đo thời gian được ghi vào hàng T_N cho khoảng cách L theo **Bảng 1**.

Bước 7: Lặp lại thí nghiệm theo các bước (**Bước 5** và **Bước 6**) với khoảng cách L tăng (bước tăng 2 cm theo **Bảng 1**). Ghi đầy đủ số liệu vào bảng kết quả thí nghiệm (Bảng 1).

Bước 8: Tính giá trị trung bình \bar{T}_1 , \bar{T}_2 cho các lần đo thuận nghịch theo cột Trung bình (Bảng 1).

Bước 9: Vẽ đồ thị các giá trị trung bình \bar{T}_1 , \bar{T}_2 theo hàm của chiều dài L từ kết quả đo Bảng 1 như ví dụ **Hình 3** và xác định giao điểm của hai đường \bar{T}_1 , \bar{T}_2 . Hoành độ giao điểm chính là chiều dài rút gọn L_r và tung độ là chu kỳ thuận nghịch T .

Bước 10: Khảo sát lại dao động của con lắc với chiều dài $L = L_r$ vừa xác định bằng cách lặp lại các bước đo (**Bước 6** và **Bước 7**) cho cả hai chu kỳ thuận và nghịch. Kết quả đo ghi vào **Bảng 2**.

Bước 11: Dựa trên kết quả đo từ **Bảng 2**, xác định lại chu kỳ thuận nghịch T và từ chu kỳ T này tính gia tốc trọng trường g theo công thức phương trình (14).

Bước 12: Ghi lại các kết quả trong bảng kết quả thực nghiệm và xác nhận bởi GVHD.

Chú ý:

+ Các kết quả chỉ được chấp nhận sử dụng để làm báo cáo thí nghiệm nộp cho Giảng viên khi đã được xác nhận của GVHD.

+ Mỗi báo cáo nộp in bản viết lại trên file văn bản và đính kèm bản kết quả thí nghiệm với dữ liệu gốc có chữ ký của giảng viên hướng dẫn. Các báo cáo không có bản kết quả thí nghiệm với dữ liệu gốc đều không hợp lệ (có thể trừ đến 50% số điểm bài báo cáo).

BẢNG CÁC KẾT QUẢ ĐO

(Dùng cho sinh viên trong buổi thực hành để ghi số liệu)

Tên nhóm thực hành:..... Lớp:.....

Thành viên nhóm:

STT	Họ và tên	MSSV	Vai trò (Ghi rõ vai trò từng thành viên)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			

Bảng 1. Kết quả đo chu kỳ thuận nghịch theo L

L (cm)	Chu kỳ (s)	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	Trung bình
36	T_T						$\bar{T}_T =$
	T_N						$\bar{T}_N =$
38	T_T						$\bar{T}_T =$
	T_N						$\bar{T}_N =$
40	T_T						$\bar{T}_T =$
	T_N						$\bar{T}_N =$
42	T_T						$\bar{T}_T =$
	T_N						$\bar{T}_N =$
44	T_T						$\bar{T}_T =$
	T_N						$\bar{T}_N =$
46	T_T						$\bar{T}_T =$
	T_N						$\bar{T}_N =$
48	T_T						$\bar{T}_T =$
	T_N						$\bar{T}_N =$
50	T_T						$\bar{T}_T =$
	T_N						$\bar{T}_N =$

Bảng 2: Kết quả đo chu kỳ thuận nghịch ở khoảng cách L_r

Chu kỳ (s)	T_T	ΔT_T	T_N	ΔT_N
------------	-------	--------------	-------	--------------

T ₁				
T ₂				
T ₃				
T ₄				
T ₅				
Trung bình				

Lưu ý: Bảng kết quả thực nghiệm phải được xác nhận của giáo viên hướng dẫn thí nghiệm, nó phải được ghi rõ ràng, không tẩy xóa (có thể ghi nháp trước, khi nào thấy kết quả hợp lý, chắc chắn, mới ghi vào bảng).

Ngàythángnăm.....

Xác nhận của GVHD

BÁO CÁO THÍ NGHIỆM
KHẢO SÁT CON LẮC VẬT LÝ THUẬN NGHỊCH
ỨNG DỤNG ĐO GIA TỐC TRỌNG TRƯỜNG
(*Báo cáo nộp GVHD*)

Tên nhóm thực hành	Lớp	Ngày thực hành	Họ tên, chữ ký GVHD

Thành viên nhóm:

STT	Họ và tên	MSSV	Vai trò (Ghi rõ vai trò từng thành viên)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			

I. MỤC ĐÍCH THÍ NGHIỆM

Trình bày tóm tắt mục đích thí nghiệm

II. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

Trình bày ngắn gọn lý thuyết liên quan phép đo và đại lượng tính.

III. KẾT QUẢ THÍ NGHIỆM

1. Bảng 1. Kết quả đo chu kỳ thuận nghịch theo L

3. Bảng kết quả đo chu kỳ thuận nghịch

Bảng 2. Chiều dài rút gọn $L_r = \dots\dots\dots \pm 1\text{mm}$

	T_T	ΔT_T	T_N	ΔT_N
T_1				
T_2				
T_3				
T_4				
T_5				
Trung bình				

4. Xác định chu kỳ dao động của con lắc thuận nghịch

Từ kết quả Bảng 2

- Giá trị trung bình của chu kỳ T:

$$\bar{T} = \frac{\bar{T}_T + \bar{T}_N}{2} = \dots (\text{s})$$

