TRƯỜNG ĐẠI HỌC PHENIKAA	**ĐỀ THI HỌC PHẦN**
KHOA KHOA HỌC CƠ BẢN	**Học kỳ 1, Năm học 2021-2022 (Đợt học.....)**
BỘ MÔN TOÁN	**Hệ đào tạo: Chính quy, Bậc học: Đại học**

Tên học phần: Đại số tuyến tính. **Số TC:** 03
Thi ngày 14 tháng 02 năm 2022
Thời gian làm bài: 90 phút (*Không kể thời gian giao/nộp bài*)

Đề số 1

Cho biết: a và b lần lượt là các chữ số **hàng chục** và **hàng đơn vị** của mã sinh viên của bạn.
Ví dụ: nếu Mã sinh viên là 200119**85** thì $a = 8$ và $b = 5$.

Câu 1 (2 điểm). Cho các ma trận sau:

$$A = \begin{bmatrix} a & 4 \\ b & 4 \\ a+b & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & b & 1 \\ -a & b & -4 \end{bmatrix}.$$

(a) (1 đ) Tính $3A - 2B^T$.

(b) (1 đ) Tính ABA.

Câu 2 (2 điểm). Cho hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x + 3y + az - t = 1 \\ 2x + by - (3-2a)z + 2t = a \\ 3x + (2b-3)y - (6-3a)z + 5t = b + m \end{cases}$$

(a) (1 đ) Tìm m để hệ có nghiệm.

(b) (1 đ) Giải hệ với giá trị của m tìm được trong câu (a).

Câu 3 (2 điểm). Trong không gian véc tơ $\mathbb{R}^3$ cho hệ véc tơ:

$$S = \{v_1 = (1,2,3);\ v_2 = (2,-b,3);\ v_3 = (2,3,-a)\}.$$

(a) (1.5 đ) Chứng minh hệ S là một cơ sở của không gian véc tơ $\mathbb{R}^3$.

(b) (0.5 đ) Tìm tọa độ của véc tơ $u = (1, a, 1)$ trong cơ sở S.

Câu 4 (2 điểm). Cho ma trận:

$$C = \begin{bmatrix} (1+a) & (1+b) & 0 \\ (1+b) & (1+a) & 0 \\ 0 & 0 & (2+a+b) \end{bmatrix}.$$

(a) (1.5 đ) Tìm các giá trị riêng và các véc tơ riêng tương ứng của C.

(b) (0.5 đ) Tìm ma trận P làm chéo hóa C và đưa ra ma trận chéo tương ứng.

Câu 5 (2 điểm). Cho ma trận:

$$A = \begin{bmatrix} 0_N & aI_N \\ -bI_N & I_N \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} abI_N & aI_N \\ 0_N & I_N \end{bmatrix},$$

trong đó 0_N là ma trận 0 vuông cấp N, I_N là ma trận đơn vị cấp N, với N nguyên dương.

(a) (1 đ) Hãy tìm ma trận B để $AB = C$.

(b) (1 đ) Hãy chứng minh rằng $det(A) = (ab)^N$.

Ghi chú:

- Sinh viên **được** sử dụng tài liệu;
- Cán bộ coi thi không được giải thích gì thêm.

TRƯỜNG ĐẠI HỌC PHENIKAA
KHOA KHOA HỌC CƠ BẢN
BỘ MÔN TOÁN

ĐỀ THI HỌC PHẦN
Học kỳ 1, Năm học 2021-2022 (Đợt học.....)
Hệ đào tạo: Chính quy, Bậc học: Đại học

Tên học phần: Đại số tuyến tính. Số TC 03
Thi ngày 14 tháng 02 năm 2022
Thời gian làm bài: 90 phút (*Không kể thời gian giao/nộp bài*)

Đề số 2

Cho biết a và b lần lượt là các chữ số hàng chục và hàng đơn vị trong Mã sinh viên.
Ví dụ: nếu Mã sinh viên là 20011985 thì $a = 8$ và $b = 5$.

Câu 1 (2,0 điểm). Cho các ma trận sau:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & a & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & b & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

(a) (1 đ) Tính cụ thể ma trận $(A + B)^T$.

(b) (1 đ) Tính AB.

Câu 2 (2,0 điểm). Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - 2z + 2at & = 1, \\ x + 2y - 4z + (2-a)t & = b, \\ 2x + 2y - 5z + 2t & = m. \end{cases}$$

(a) (1 đ) Tìm điều kiện của m để hệ phương trình trên có nghiệm?

(b) (1 đ) Với m tìm được ở ý (a) hãy giải hệ phương trình.

Câu 3 (2,0 điểm). Trong không gian véc-tơ $\mathbb{R}^3$ cho hệ véc-tơ

$$S = \{v_1 = (a+b, 1, 2a+2b),\ v_2 = (1, 0, 2),\ v_3 = (0, b, a),\ v_4 = (-1, b, a-2)\}.$$

Tìm một cơ sở và số chiều của không gian con V của $\mathbb{R}^3$ sinh ra bởi hệ S.

Câu 4 (2,0 điểm). Cho ma trận

$$A = \begin{bmatrix} a+b+1 & 1 & -1 \\ 0 & a & b \\ 0 & b & a \end{bmatrix}.$$

(a) (1,0 điểm) Tìm các giá trị riêng và véc-tơ riêng tương ứng của ma trận A.

(b) (1,0 điểm) Tìm ma trận Q làm chéo hoá A và đưa ra ma trận chéo tương ứng.

Câu 5 (2,0 điểm). Gọi I_2 là ma trận đơn vị cấp 2. Cho ma trận vuông cấp hai $A = [a_{ij}]_{2\times 2}$ thỏa mãn

$$AA^T = A^3 = I_2, \quad A^T \neq A \quad \text{và} \quad a_{21} < 0.$$

(a) (1 đ) Tìm ma trận A.

(b) (1 đ) Tính $A^{2022+a+b}$.

Ghi chú:

- Sinh viên **được** sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không được giải thích gì thêm

TRƯỜNG ĐẠI HỌC PHENIKAA	**ĐỀ THI HỌC PHẦN**
KHOA KHOA HỌC CƠ BẢN	**Học kỳ 1, Năm học 2021-2022 (Đợt học.....)**
BỘ MÔN TOÁN	**Hệ đào tạo: Chính quy, Bậc học: Đại học**

Tên học phần: Đại số tuyến tính. **Số TC:** 03
Thi ngày 14 tháng 02 năm 2022
Thời gian làm bài: 90 phút (*Không kể thời gian giao/nộp bài*)

Đề số 6

<u>Cho biết</u>: a và b lần lượt là các chữ số hàng chục và hàng đơn vị trong Mã sinh viên.
Ví dụ: nếu Mã sinh viên là 200119**85** thì $a = 8$ và $b = 5$.

Câu 1 (2,0 điểm). Cho các ma trận sau $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & a \\ 3 & 4 & b \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & a \\ -2 & b \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$.

(a) (1 đ) Tính $A^T + 2B$.

(b) (1 đ) Tính BA.

Câu 2 (2,0 điểm). Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 2y - z + t & = m, \\ x + 3y + (a-1)z + (b+1)t & = a, \\ (3a+2b)x + (6a+4b-6)y - (9a+2b)z + (3a-4b)t & = b. \end{cases}$$

(a) (1,5 đ) Tìm điều kiện của m để hệ phương trình trên có nghiệm.

(b) (0,5 đ) Với (các) giá trị m tìm được ở câu (a), hãy giải hệ phương trình.

Câu 3 (2,0 điểm). Trong không gian véctơ $\mathbb{R}^3$, cho ba véctơ

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ a \\ a^2 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ a+1 \\ (a+1)^2 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ a-1 \\ (a-1)^2 \end{bmatrix}.$$

(a) (1 đ) Chứng minh rằng hệ (v_1, v_2, v_3) là một cơ sở của không gian véctơ $\mathbb{R}^3$.

(b) (1 đ) Tìm tọa độ của véctơ $v = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ đối với cơ sở (v_1, v_2, v_3).

Câu 4 (2,0 điểm). Cho ma trận

$$C = \begin{bmatrix} (b+1) & (-2+2a-2b) & (1-a+b) \\ (-1+a-b) & (2-a+2b) & (-1+a-b) \\ (-2+2a-2b) & (4-4a+4b) & (-2+3a-2b) \end{bmatrix}.$$

(a) (1,5 đ) Tìm các giá trị riêng và các véc tơ riêng tương ứng của C.

(b) (0,5 đ) Tìm ma trận P làm chéo hóa C và đưa ra ma trận chéo tương ứng.

Câu 5 (2,0 điểm). Xét không gian véc tơ $P_2[t]$ các đa thức có bậc không quá 2 trên trường số thực, và một tập hợp con

$$V = \{f \in P_2[t] \mid f(a+t) = f(b-t), \forall t \in \mathbb{R}\}.$$

(a) (0,5 đ) Tìm ví dụ một đa thức khác không của V.

(b) (1,5 đ) Chứng minh rằng V là một không gian véc tơ con của $P_2[t]$. Từ đó tìm một cơ sở và tính số chiều của không gian V.

Ghi chú:

- Sinh viên **được** sử dụng tài liệu;
- Cán bộ coi thi không được giải thích gì thêm.

TRƯỜNG ĐẠI HỌC PHENIKAA
KHOA KHOA HỌC CƠ BẢN
BỘ MÔN TOÁN

ĐỀ THI HỌC PHẦN
Học kỳ 1, Năm học 2021-2022 (Đợt học.....)
Hệ đào tạo: Chính quy, Bậc học: Đại học

Tên học phần: Đại số tuyến tính. **Số TC:** 03
Thi ngày 14 tháng 02 năm 2022
Thời gian làm bài: 90 phút (*Không kể thời gian giao/nộp bài*)

Đề số 07

Cho biết: a và b lần lượt là các chữ số hàng chục và hàng đơn vị của mã sinh viên.
Ví dụ: nếu Mã sinh viên là 200119**85** thì $a = 8$ và $b = 5$.

Câu 1 (2,0 điểm). Cho các ma trận sau:

$$A = \begin{bmatrix} a & b & a+b \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & a+b \\ b & -3 \end{bmatrix}.$$

(a) (1 đ) Tìm ma trận X sao cho $A - X = B^T$.

(b) (1 đ) Tìm ma trận Y sao cho $Y^T = AB$.

Câu 2 (2,0 điểm). Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} -x + by + 3z + 5t & = a + 5, \\ (a+1)x + y + 4z - (b+2)t & = m, \\ -(a+3)x + (2b-1)y + 2z + (b+12)t & = b. \end{cases}$$

(a) (1,5 đ) Tìm điều kiện của m để hệ phương trình trên có nghiệm.

(b) (0,5 đ) Với giá trị m thỏa mãn câu hỏi (a), hãy giải hệ phương trình.

Câu 3 (2,0 điểm). Trong không gian véc tơ $\mathbb{R}^3$ cho hệ véc tơ

$$V = \{(1, a, b), (0, 1, b), (0, 0, 1 + a)\}.$$

(a) (1 đ). Chứng minh hệ trên là một cơ sở của $\mathbb{R}^3$.

(b) (1 đ). Tìm toạ độ của véc tơ $(2, a, b)$ trong cơ sở trên.

Câu 4 (2,0 điểm). Cho ma trận

$$A = \begin{bmatrix} a-5 & -3a-3b+33 & 2a+2b-22 \\ 6a+6b-66 & -18a-19b+204 & 12a+12b-132 \\ 9a+9b-99 & -27a-27b+297 & 18a+17b-192 \end{bmatrix}.$$

(a) (1,5 đ) Tìm các giá trị riêng và các véc tơ riêng tương ứng của A.

(b) (0,5 đ) Tìm ma trận P làm chéo hóa A và đưa ra ma trận chéo tương ứng.

Câu 5 (2,0 điểm). Cho n là một số nguyên dương. Tính $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}^n$, biết rằng

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ghi chú:

- Sinh viên **được** sử dụng tài liệu;

- Cán bộ coi thi không được giải thích gì thêm.