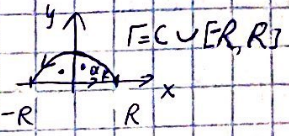
ДЗ.

A. $I(x) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-ikx}}{(x+i)^3}\,dx$

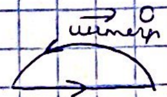
(Теория: $\oint\limits_{\Gamma} f(z)\,dz = \int\limits_{-R}^{R} f(x)\,dx + \int\limits_{C} f(z)\,dz = 2\pi i \sum\limits_{k=1}^{n} \underset{a_k}{\mathrm{res}}\, f(z)$ $\Gamma = C \cup [-R, R]$



a_k изолированные особые точки, где нарушается аналитичность ф-и.

$\lim\limits_{R\to+\infty} \int\limits_{C_R} f(z)\,dz = 0$ $C_R = \{z : |z| = R,\ \mathrm{Im}\, z \geq 0\}$, то $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx =$

$= \lim\limits_{R\to+\infty} \int\limits_{-R}^{+R} f(x)\,dx = 2\pi i \sum\limits_{k=1}^{n} \underset{a_k}{\mathrm{res}}\, f(z)$ $e^{i\lambda z}$ $\lambda > 0$)

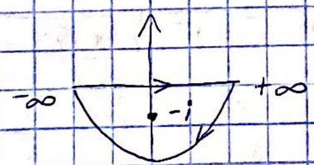


а) $k > 0$

$\lim\limits_{z\to -i} \frac{e^{-ikz}}{(z+i)^3} = \infty$ $z = -i$ особая точка, полюс 3-го порядка

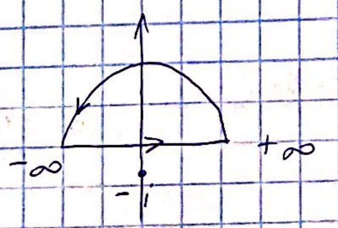
$\mathrm{res}\, f(-i) = \frac{1}{(3-1)!} \lim\limits_{z\to -i} \frac{d^{3-1}\left[f(z)\,(z-(-i))^3\right]}{dz^{3-1}} = \frac{1}{2} \lim\limits_{z\to -i} \frac{d^2\left[e^{-ikz}\right]}{dz^2} =$

$= \frac{1}{2}\left(-k^2 e^{-k}\right)$



$I = -2\pi i \sum\limits_{in} \mathrm{res}\, f(z) = -2\pi i \cdot \frac{k^2 e^{-k}}{2} = \pi k^2 i e^{-k}$

б) $k < 0$ $I = 2\pi i \cdot 0 = 0$



4шт прост полюси 2 полюс / 2 полюс

B. $u(x) = \frac{1}{x^4+1}$ $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ikx}}{x^4+1}$ разложить ф-ю в интеграл Фурье

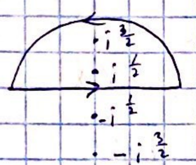
B. $u(x) = \frac{1}{x^4+1}$

$$u(x) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ikx}}{x^4+1}\, dx$$

$x_1 = \sqrt{i}$ $\quad x_2 = -\sqrt{i}$ $\quad x^4+1=0$ $\quad x^2 = \pm i$ $\quad x = \pm\sqrt{\pm i}$

$x_3 = \sqrt{-i} = i^{\frac{3}{2}}$ $\quad x_4 = -\sqrt{-i} = -\sqrt{-1}\, i^{\frac{1}{2}} = -i^{\frac{3}{2}}$

а) $k > 0$

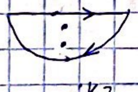


$$\lim_{x \to i^{\frac{1}{2}}} \frac{e^{ikx}}{x^4+1} = \infty \qquad x = \sqrt{i} \text{ простой полюс}$$

$$\operatorname{res} f(\sqrt{i}) = \lim_{z \to \sqrt{i}} \frac{e^{ikz}(z-\sqrt{i})}{(z^4+1)} = \lim_{z \to \sqrt{i}} \frac{e^{ikz}\cancel{(z-\sqrt{i})}}{\cancel{(z-\sqrt{i})}(z+\sqrt{i})(z-i^{\frac{3}{2}})(z+i^{\frac{3}{2}})} = \frac{e^{i^{\frac{3}{2}}k}}{2\sqrt{i}\sqrt{i}(1-i)\sqrt{i}(1+i)} = \frac{e^{ki^{\frac{3}{2}}}}{4\, i^{\frac{3}{2}}}$$

$$\operatorname{res} f(i^{\frac{3}{2}}) = \lim_{z \to i^{\frac{3}{2}}} \frac{e^{ikz}\cancel{(z-i^{\frac{3}{2}})}}{(z-\sqrt{i})(z+\sqrt{i})\cancel{(z-i^{\frac{3}{2}})}(z+i^{\frac{3}{2}})} = \frac{e^{i^{\frac{5}{2}}k}}{\sqrt{i}(i-1)\sqrt{i}(i+1)2i\sqrt{i}} = \frac{e^{i^{\frac{5}{2}}k}}{4\sqrt{i}}$$

$$I = 2\pi i \sum_{in} \operatorname{res} f(z) = 2\pi i \frac{-1}{4\sqrt{i}}\left(e^{ki^{\frac{5}{2}}} + \frac{e^{ki^{\frac{3}{2}}}}{i}\right) = \frac{\pi\sqrt{i}}{2}\left(e^{-k\sqrt{i}} - i e^{ki\sqrt{i}}\right)$$



б) $k < 0$

$$\operatorname{res} f(-\sqrt{i}) = \lim_{z \to -\sqrt{i}} \frac{e^{ikz}}{(z-\sqrt{i})(z-i\sqrt{i})(z+i\sqrt{i})} = \frac{e^{-ik\sqrt{i}}}{+2\sqrt{i}\cdot\sqrt{i}(1+i)\sqrt{i}(i-1)} = -\frac{e^{-ik\sqrt{i}}}{4i\sqrt{i}}$$

$$\operatorname{res} f(-i^{\frac{3}{2}}) = \lim_{z \to -i^{\frac{3}{2}}} \frac{e^{ikz}}{(z-\sqrt{i})(z+\sqrt{i})(z-i^{\frac{3}{2}})} = \frac{e^{k\sqrt{i}}}{+2i\sqrt{i}\cdot\sqrt{i}(1+i)\sqrt{i}(1-i)} = \frac{-e^{k\sqrt{i}}}{4\sqrt{i}}$$

$$I = -2\pi i \sum_{in} \operatorname{res} f(z) = +2\pi i \frac{1}{4\sqrt{i}}\left(e^{-ik\sqrt{i}} + e^{\sqrt{i}k}\right)$$

C. $U(x) = \alpha x$ $\qquad E(p) = c|p|$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi'' + U(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

$$\hat{H}|\psi\rangle = E|\psi\rangle$$

$$\hat{H} = c|p| + \alpha\hat{x}$$

$$c|p|\,a(p) + \alpha i\hbar\frac{\partial}{\partial p}a(p) = E\,a(p)$$

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{L}}\int e^{\frac{ipx}{\hbar}}a(p)\frac{dp\,L}{2\pi\hbar}$$

$\psi(0) = 0$ — непробив. стенка

$$\psi(0) = \frac{1}{\sqrt{L}}\int_{-\infty}^{+\infty}a(p)\frac{dp\,L}{2\pi\hbar} = 0 \qquad \int_{-\infty}^{\infty}a(p)\,dp = 0$$

$$\frac{da}{dp} = \frac{a}{\alpha i\hbar}\left(E - c|p|\right)$$

$$\int\frac{da}{a} = \frac{-i}{\alpha\hbar}\int\left(E - c|p|\right)dp \qquad |p| = \begin{cases} p & p>0 \\ -p & p<0\end{cases}$$

При $p>0$ $\quad a(p) = Ce^{-\frac{i}{\alpha\hbar}\left(pE - \frac{cp^2}{2}\right)}$

При $p<0$ $\quad a(p) = Ce^{-\frac{i}{\alpha\hbar}\left(-pE - \frac{cp^2}{2}\right)} = Ce^{\frac{iE}{\alpha\hbar}\left(p + \frac{cp^2}{2E}\right)}$

$e^{i\lambda S}$ $\qquad S$ ф-я; λ безразмерн в-на

$[\alpha] = \left[\frac{U}{x}\right] = \frac{Дж}{м} = \frac{кг\cdot м}{c^2}$ $\qquad [\hbar] = Дж\cdot c$ $\qquad [E] = \frac{Дж^2\cdot c}{м}$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}a(p)\,dp = 0$$

$p<0$ $\qquad C\int_{-\infty}^{+\infty}e^{\frac{ic}{\alpha\hbar}\left(\frac{E}{c}p + \frac{p^2}{2}\right)}dp = 0$

Пусть $K = \frac{E}{c}$ $\qquad K = \left[\frac{кг\cdot м}{c}\right]$ $\qquad$ Пусть $p = Kt$, тогда $Kp + \frac{p^2}{2} =$
$= K^2t + \frac{K^2t^2}{2}$

$$K\int_{-\infty}^{+\infty}e^{\frac{ic}{\alpha\hbar}K^2\left(t + \frac{t^2}{2}\right)}dt \qquad \lambda = \frac{cK^2}{\alpha\hbar} = \frac{\cancel{Дж}\cdot\cancel{c}\;кг^2\cdot м^2\cdot\cancel{м}}{кг\cdot\cancel{м}\cdot c^2\;Дж\cdot\cancel{c}\cdot\cancel{Дж}} = \frac{кг\cdot м}{c^2\cdot Дж} = 1$$

безразмерная величина. $\lambda \gg 1$

$$\int e^{\lambda i S(t)}\,dt$$

$S(t) = t + \frac{t^2}{2}$ $\qquad S'_t = 1 + t = 0 \quad t = -1$

$S''_{tt} = 1 > 0 \qquad S(-1) = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

$$\sqrt{\frac{2\pi}{\lambda\,1}}\, e^{-\frac{1}{2}i\lambda + \frac{\pi i}{4}}$$

$S''(x_0)$

если $p > 0$ $\qquad k\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\frac{-ic}{\alpha\hbar}\cdot k^2\left(t - \frac{t^2}{2}\right)}\,dt$

$S(t) = \frac{t^2}{2} - t \qquad S' = t - 1 = 0 \quad t = 1$

$S'' = 1 > 0 \qquad S(1) = -\frac{1}{2}$

$$\sqrt{\frac{2\pi}{\lambda}}\, e^{-\frac{1}{2}i\lambda + \frac{\pi i}{4}} = 0$$

$$e^{i\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\lambda}{2}\right)} = \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\lambda}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\lambda}{2}\right) = 0$$

1) $\frac{\pi}{4} - \frac{\lambda}{2} = -\frac{\pi}{2} + \pi n \qquad \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi\cdot 3}{4} - \pi n \qquad \lambda = \pi\left(\frac{3}{2} - 2n\right)$

$\lambda = \frac{ck^2}{\alpha\hbar}$

$E = kc$

2) $\frac{\pi}{4} - \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n$

$\frac{\lambda}{2} = -\frac{\pi}{4} - \pi n \qquad \lambda = -\pi\left(\frac{1}{2} + 2n\right)$

$K^2 = \frac{\alpha\hbar}{c}\pi\left(\frac{3}{2} - 2n\right)$

$E_n \sim n^{\frac{1}{2}} \qquad n >> 1$

для sin $\quad \frac{\pi}{4} - \frac{\lambda}{2} = 2\pi n \qquad \lambda = \left(\frac{\pi}{4} - 2\pi n\right)2 = \pi\left(\frac{1}{2} - 4n\right)$

$E_n \sim n^{\frac{1}{2}} \qquad n >> 1$

6

Асимптотика при $\lambda \to +\infty$

$$I(\lambda) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\lambda\left(x+\frac{x^4}{4}\right)}dx}{x^2+1}$$

(Теория: $\int_a^b f(x)e^{i\lambda S(x)}dx$ при $\lambda >> 1$ метод стационарной фазы.

$f(x)$ и $S(x)$ дважды непрерывно дифференцируемы на $[a,b]$ и пусть на (a,b) $S(x)$ имеет единств. экстремум в точке $x_0 \in (a,b)$, причём $S''(x_0) \neq 0$, $f(x_0) \neq 0$

$S(x) = x + \frac{x^4}{4}$ $\quad S' = 1 + x^3 = 0 \quad x^3 = -1 \quad x = -1 \quad S'' = 3x^2 \quad S''(-1) = 3$

$f(x) = \frac{1}{x^2+1} \quad f' = -\frac{1}{(x^2+1)^2}\cdot 2x \quad f'' = -\frac{2}{(x^2+1)^2} + \frac{2x\cdot 2\cdot 2x}{(x^2+1)^3}$

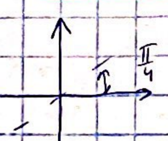
$f''(-1) = \frac{1}{2}$)

$$I = f(x_0)\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\lambda S(x_0)} e^{\frac{i\lambda S''(x_0)}{2}(x-x_0)^2}dx = \left| \begin{array}{l} x - x_0 = t \\ dx = dt \end{array} \right| =$$

$$= f(x_0)e^{i\lambda S(x_0)}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\frac{i\lambda S''(x_0)}{2}t^2}dt$$

$x_0 = -1 \quad S''(-1) > 0 \quad I = \frac{1}{2}e^{-i\lambda\frac{3}{4}}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\frac{i\lambda S''(x_0)}{2}t^2}dt =$

$$= \frac{1}{2}e^{-\lambda i\frac{3}{4} + \frac{\pi i}{4}}\sqrt{\frac{2\pi}{\lambda\cdot 3}} = \sqrt{\frac{\pi}{6\lambda}}\, e^{\frac{i}{4}(\pi - 3\lambda)}$$



$\frac{\pi}{4}$ $\quad S''(x_0) > 0$

$t = \rho e^{\frac{i\pi}{4}} \quad t^2 = \rho^2 e^{\frac{\pi i}{2}} = \rho^2 i$

$dt = d\rho\, e^{\frac{i\pi}{4}}$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\lambda}{2}S''(x_0)\rho^2}d\rho\, e^{\frac{\pi i}{4}} = \sqrt{\frac{2\pi}{\lambda S''(x_0)}}\, e^{\frac{\pi i}{4}}$$

Н. $(p>0)$

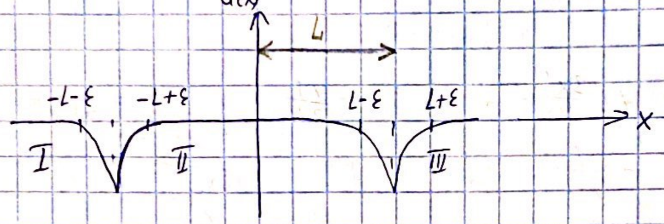
$$I(p)=\int_0^\infty e^{-pt}t^{z-1}dt=\left|\begin{array}{l}u=pt\\du=p\,dt\end{array}\right|=\int_0^\infty e^{-u}\left(\frac{u}{p}\right)^{z-1}\frac{du}{p}=$$

$$=\frac{1}{p^z}\int_0^\infty e^{-u}u^{z-1}du=\frac{\Gamma(z)}{p^z}$$

О.

$$U(x)=-\frac{\hbar^2K}{m}\delta(x-L)-\frac{\hbar^2K}{m}\delta(x+L)$$

В ~~импульсном~~ коорд. представлении $LK\gg1$



$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi''(x)+U(x)\psi(x)=E\psi(x)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\int_{L-\varepsilon}^{\varepsilon+L}\psi''(x)dx-\frac{\hbar^2K}{m}\int_{L-\varepsilon}^{\varepsilon+L}(\delta(x-L))\psi(x)dx=E\int_{L-\varepsilon}^{\varepsilon+L}\psi(x)dx$$

$\delta(x-L)\neq0$ при $x=L$ и $\delta(x+L)\neq0$ при $x=-L$

(Теория: $-\frac{\hbar^2}{2m}\psi''=E\psi$ $\quad K^2=-\frac{E2m}{\hbar^2}$

$\psi''=K^2\psi$ $\quad Ae^{-Kx}+Be^{Kx}$)

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi'(x)\Big|_{L-\varepsilon}^{\varepsilon+L}-\frac{\hbar^2K}{m}\psi(L)=E\int_{L-\varepsilon}^{\varepsilon+L}\psi dx$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\{\psi'(\varepsilon+L)-\psi'(L-\varepsilon)\}-\frac{\hbar^2K}{m}\psi(L)=E\overbrace{\{F(\varepsilon+L)-F(-\varepsilon+L)\}}^{0}$$

$\varepsilon\to0$ $\quad F(\varepsilon+L)=F(L-\varepsilon)=F(L)$ Скачок первой производной в

точке $x=L$ $\quad \psi_3'(0+L)-\psi_2'(L-0)=-2K\psi(L)$ $\quad \psi_3(0+L)=\psi_2(L-0)$

если $\int_{-L-\varepsilon}^{-L+\varepsilon}$ $\quad \psi_2'(0-L)-\psi_1'(-0-L)=-2K\psi(-L)$ $\quad \psi_2(0-L)=\psi_1(-0-L)$

I. $x\le-L$ $\quad \psi_I=A_Ie^{K(x+L)}+\cancel{B_Ie^{-K(x+L)}}^{\,0}$ $\quad \psi_I=A_1e^{Kx}$

III. $x\ge L$ $\quad \psi_{III}=\cancel{A_{III}e^{K(x-L)}}^{\,0}+B_{III}e^{-K(x-L)}$ $\quad A_{III}=0$ $\quad \psi_{III}=B_3e^{-Kx}$ т.к. ВФ на $\infty\to0$

II. $-L\le x\le L$ $\quad \psi_{II}=A_{II}e^{Kx}+B_{II}e^{-Kx}$

При $x=L$ $\quad \psi_3(0+L)=\psi_2(L-0)$

$$B_{III}\, e^{-k\cdot 0} = A_{II}\, e^{kL} + B_{II}\, e^{-kL}$$

$$\psi_3'(0+L) - \psi_2'(L-0) = -2k\,\psi(L)$$

$$-kB_{III} - kA_{II}\, e^{kL} + kB_{II}\, e^{-kL} = -2kB_{III}$$

$B_{III} = A_{II}e^{kL} + B_{II}e^{-kL}$; $-B_{II}e^{-kL} + A_{II}e^{kL} = B_{III}$

$B_{III} = A_{II}e^{\infty} + B_{II}\cdot 0$?

При $x=-L$ $\quad A_{II}e^{-kL} + B_{II}e^{kL} = A_I \qquad A_I = A_{II}\cdot 0 + B_{II}e^{\infty}$?

$$\cancel{k}A_{II}e^{-kL} - \cancel{k}B_{II}e^{+kL} \underbrace{- kA_I = -2kA_I}_{=kA_I\cdot(-1)}$$

Предел $Lk \gg 1 \qquad e^{-kL} \to \frac{1}{\infty} \to 0$

Найти k, затем подставить $\quad E = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

В импульсном представлении $\quad \hat{H}|\psi\rangle = E|\psi\rangle$

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + U(\hat{x})$$

① $\dfrac{p^2}{2m}\alpha(p) - \dfrac{\hbar^2 k}{m}\, i\hbar \dfrac{d\alpha(p)}{dp} = E\alpha(p)$

или ② $\delta_k = \int e^{-ikx}\delta(x)\,dx = 1$

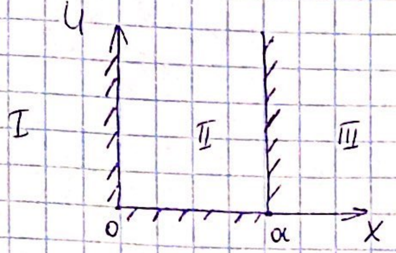
$$\frac{p^2}{2m}\alpha(p) - \frac{\hbar^2 k}{m}\underbrace{\int \frac{dp'}{2\pi\hbar}\alpha(p')}_{C} = E\alpha(p)$$

$$-|E| = -\frac{\varkappa^2}{2m}$$

$$\alpha(p) = \frac{\frac{\hbar^2 k}{m} C}{\frac{p^2}{2m} + \frac{\varkappa^2}{2m}} = \frac{2\hbar^2 kC}{p^2+\varkappa^2} \qquad C = 2\hbar^2 kC\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dp'}{2\pi\hbar}\frac{1}{p'^2+\varkappa^2}$$

$$C = \frac{2\hbar^2 kC}{2\pi\hbar}\frac{\pi}{\varkappa} \qquad k\hbar = \varkappa \qquad E = -\frac{\hbar k^2}{2m}$$

E.



$$U = \begin{cases} 0 & 0 \le x \le a \\ \infty & x > a,\ x < 0 \end{cases}$$

$\hat{H}\psi = E\psi$ Стационарное ур-е Шрёдингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi'' + U(x)\psi = E\psi$$

II.
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi'' = E\psi$$

$$\psi'' + \underbrace{\frac{E\,2m}{\hbar^2}}_{\varkappa^2}\psi = 0 \qquad \varkappa = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

Граничные условия: $\psi(0) = \psi(a) = 0$

$$\psi = A\sin\varkappa x + B\cos\varkappa x$$

$$\psi(0) = B = 0$$

$$\psi(a) = A\sin\varkappa a = 0 \qquad a\varkappa = \pm n\pi \quad (A \ne 0, \text{ тк exist part})$$
$n = 1, 2, 3..$

$\psi_n = A\sin\frac{\pi n}{a}x$ собственные ф-и гамильтониана

$$\frac{n^2\pi^2}{a^2} = \frac{2mE}{\hbar^2} \qquad E_n = \frac{\hbar^2 n^2\pi^2}{2ma^2}$$ э-я частицы в потенц. яме принимает дискретные значения.

Усл-е нормировки $\int_0^a |\psi(x)|^2 dx = A^2\int_0^a \sin^2\left(\frac{n\pi}{a}x\right)dx = \frac{1}{2}A^2 \cdot$

$$\int_0^a \left(1 - \cos\frac{2\pi n}{a}x\right)dx = A^2\frac{a}{2} = 1 \qquad A = \sqrt{\frac{2}{a}}$$

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{n\pi}{a}x \qquad E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}n^2$$

(Теория: $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$ → some small additional, оператор возмущения

Задача невозмущённая (отсутствует вырождение) $\hat{H}_0\psi_n^{(0)} = E_n^{(0)}\psi_n^{(0)}$

$$E_n = E_n^{(0)} + E_n^{(1)} + \dots \qquad \psi_n = \psi_n^{(0)} + \psi_n^{(1)} + \dots$$

$E_n^{(1)} = V_{nn}$ $\qquad E_n^{(2)} = \sum_m^{m\ne n}\frac{|V_{nm}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}}$ Если в ур-и need find $E^{(1)}$, то поправку к волновой ф-и не нужно вычислять (в матричн эл-ах появи квадратичные по возмущению члены => превышение точности.)

$$E_n^{(0)} = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}\, n^2$$

среднее значение оператора возмущения в стационарном состоянии

$$E_n^{(1)} = V_{nn} = \langle n|V|n\rangle$$

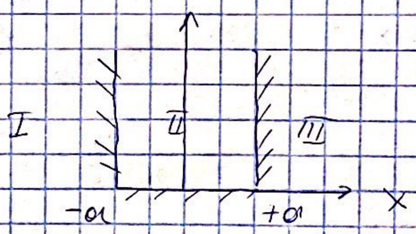
диагональный матричный элемент

(Теория: $\hat H(x)\,\psi_n(x) = E_n(x)\,\psi_n(x)$ $\qquad \frac{d\hat H}{dx} = \hat V$ → не завис. от t

$$E_n^{(0)} + E_n^{(1)} = \varepsilon\langle n|\hat V|n\rangle + \langle n|\hat H_0|n\rangle = \langle n|\hat H|n\rangle$$

Задача 6.

$$U(x) = -\frac{\hbar^2 k}{m}\,\delta(x)$$



$\left.\begin{matrix}\psi(x)\\ \psi(-x)\end{matrix}\right\}$ решения

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi'' - \frac{\hbar^2 k}{m}\delta(x)\,\psi = E\psi$$

II. $-\frac{\hbar^2}{2m}\psi'' = E\psi$

$$\psi'' = -\underbrace{\frac{E\,2m}{\hbar^2}}_{\varkappa^2}\psi \qquad \psi = A\cos\varkappa x + B\sin\varkappa x$$

четные решения $\quad \psi_{II} = A\cos\varkappa x$

I и III симметричные области, где должны выполняться условия сшивки

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi'' - \frac{\hbar^2 k}{m}\delta(x)\,\psi = E\psi$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi'' = \psi\left(E + \frac{\hbar^2 k}{m}\delta(x)\right)$$

$$E < \frac{\hbar^2 k}{m}\delta(x) \quad \text{при } \infty \xrightarrow{ВФ} 0$$

$$\psi'' = \cancel{\varkappa}'^2 \psi$$

$$\cancel{\varkappa}'^2 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{\hbar^2 k}{m}\delta(x)\right)}$$

$$\psi = \cancel{Ae^{\varkappa' x}}^{\to 0} + Be^{-\varkappa' x}$$

$$\psi_{III} = Be^{-\varkappa' k}$$

$$\psi_{II}'(a) = \psi_{III}'(a)$$

$$\psi_{II}(a) = \psi_{III}(a)$$

$$-\varkappa \operatorname{tg} \varkappa a = -\varkappa'$$

по аналогии из работы на практике

$$\operatorname{tg} S = \frac{\sqrt{-2ka^2\delta(x) - S^2}}{S}$$

$$\cancel{E = \frac{\hbar^2 \varkappa'^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m}\frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{\hbar^2 k}{m}\delta(x)\right)}$$