

## Matematiikan propedeuttinen kurssi, alkukuulustelun 2. osa, 8.9.2020

Sallitut apuvälineet: funktiolaskin ja taulukkokirja. Esitä ratkaisuihissasi välivaiheet ja perustelut!

1. 10 kananmunan pakkaus on 50% kalliimpi kuin 6 kananmunan pakkaus. Kuinka paljon halvempi yksittäinen kananmuna 10 munan pakkauksessa on verrattuna yksittäiseen kananmunaan 6 munan pakkauksessa? (3p)
2. Seppo talletti 14000 euroa säästötillille, jonka vuosikorko on 2%. Kuinka kauan Sepon tulee pitää säilytystä tilillä, jotta hän tienannut 3000 euroa korkotuloja, olettaen, että tilin korko ei muutu säilytyksen aikana? Anna vastauksesi 3 desimaalin tarkkuudella. (4p)
3. Ratkaise epäyhtälö välivaiheineen (3p)

$$\frac{x^2 - 1}{x^3 - 4x} > 0$$

4. Raja-arvotehtäviä: (3p)

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2}}{x^2}$
- b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x|}$
- c)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x - \frac{1}{2}}$

5. Derivointi ja integrointi (5p)

- a) Olkoon  $f(x) = \frac{e^{2x} x^3}{3}$ . Laske  $f'(x)$ .
- b)  $\int_0^\pi |\sin(2x)| dx$
- c)  $\int x \cos\left(\frac{x}{2}\right) dx$

6. Millä  $a$ :n arvoilla funktio  $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x$  on aidosti monotoninen? (3p)

7. Olkoon  $f(x) = x^2 - 1$  ja  $g(x) = \cos(2x) + x$ . Muodosta yhdistetyt funktiot (4p)

- a)  $f \circ g$
- b)  $g \circ g$
- c)  $g \circ f$
- d)  $f \circ f$
- e) Muodosta lisäksi  $f(x)$  käänteiskuvaus  $f^{-1}(x)$

8. Laske funktioiden  $f(x) = -\frac{x^2}{4} + 9$  ja  $g(x) = \left|\frac{5x}{4}\right|$  väliin jäävä pinta-ala. (5p)