## Tietojenkäsittelytieteen laitos

1. välikoe 05.10.2009

3 tehtävää, yhteensä 40p. Kokeessa ei saa käyttää mitään oheismateriaalia.

- 1. [Yhteensä 20p] Vastaa lyhyesti seuraaviin kysymyksiin:
  - (a) Mitä tarkoitetaan (täsmällisesti!) algoritmin iso-O aika- ja tilavaativuudella. (5p)
  - (b) Miksi haluamme hakupuiden olevan tasapainoisia? Mitkä ehdot hakupuun on täytettävä jotta se olisi AVL-puu? (5p)
  - (c) Piirrä jokin sellainen binäärihakupuu (ei välttämättä tasapainoinen, eikä välttämättä AVL-puu) jossa on vähintään viisi solmua, ja juurella on sekä vasen että oikea lapsi. Piirrä solmuihin myös avaimet, jotka ovat kokonaislukuja. Tee puun juurisolmulle vasen kierto (ja piirrä lopputulos). (5p)
  - (d) Miten käsittelet törmäykset hajautuksessa? Kerro kaksi eri vaihtoehtoa, ja kerro (lyhyesti) niiden hyvät ja huonot puolet. (5p)
- [Yhteensä 10p] Halutaan toteuttaa linkitettynä listana tietotyyppi, johon kohdistuu kolmenlaisia operaatioita;
  - Search(S, k): avaimen k haku joukosta S (kuten tavallisella joukolla)
  - Insert(S, x): alkion x lisäys joukkoon S (kuten tavallisella joukolla)
  - Split(S, k, P, Q): Luodaan uudet joukot P ja Q. Joukkoon P tulee kaikki ne joukon S alkiot, joiden avain on korkeintaan k. Loput alkiot tulevat joukkoon Q. Operaatiossa joukko S tulee tyhjäksi.

Aiotusta sovelluksesta tiedetään, että yleisimpiä operaatioita ovat alkion lisääminen ja joukossa olevan avaimen hakeminen; Split on harvinaisempi

- (a) Minkä muunnelman linkitetystä listasta valitsisit? Perustele lyhyesti. Mitkä ovat Insert- ja Searchoperaatioiden aikavaativuudet valitsemassasi rakenteessa? (3p)
- (b) Esitä Split-operaation toteutus pseudokoodina käyttäen valitsemasi tyyppisiä listoja. Mikä on aikavaativuus? (4p)
- (c) Olisiko tietotyyppi mielestäsi kuitenkin parempi toteuttaa tasapainoisilla hakupuilla? Esittele lyhyesti kummankin ratkaisutavan hyviä ja huonoja puolia. (Älä rupea tarkasti miettimään Split-operaation hakupuutoteutusta. Vetoaminen tietorakenteiden tunnettuihin yleisiin ominaisuuksiin riittää.) (3p)
- 3. [Yhteensä 10p] Huom: Tee vain toinen kohdista (a) tai (b), jos teet molemmat, vain (a) kohta arvostellaan.
  - (a) Kirjoita algoritmi Hakupuu(x), joka saa parametrikseen binääripuun x, ja palauttaa True, jos puu on hakupuu, ja False jos se ei ole hakupuu. Algoritmin aikavaativuuden tulee olla O(n), kun puussa on n solmua. Kuvaa ongelman ratkaisu sanallisesti, ja anna pseudokoodi. Perustele miksi ratkaisusi toimii ajassa O(n). (Hitaammastakin (mutta toimivasta) algoritmista saa osapisteitä.)
  - (b) Oletetaan, että AVL-hakupuun jokaiseen solmuun x on liitetty kenttä size (siis x.size), joka kertoo solmun x jälkeläisten lukumäärän, mukaan lukien solmu x itse.
    - Kirjoita algoritmi Select(x, i), joka palauttaa (ali)puun x solmuista sen, jonka avain on i:nneksi suurin. Algoritmin tulee toimia ajassa  $O(\log n)$ , kun puussa on n solmua (avainta). Kuvaa ongelman ratkaisu sanallisesti, ja anna pseudokoodi. Perustele miksi ratkaisusi toimii ajassa  $O(\log n)$ .