

Programming report

李逸思 自动化系 2016310707

ISOMAP 降维

算法

Step1 计算 kernel matrix K:

$$K = -\frac{1}{2}HD^2H$$

(其中D是测地距离矩阵, $D^2 = [d_{ij}^2]$, $H = I_n - \frac{1}{N}1*1^T$)

Step2 求 K 的最大特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, 及最大特征值对应的特征向量

Step3

$$X = E_m \Lambda_m^{1/2}$$

其中 Λ_m 是前 m 个最大特征值组成的对角阵,

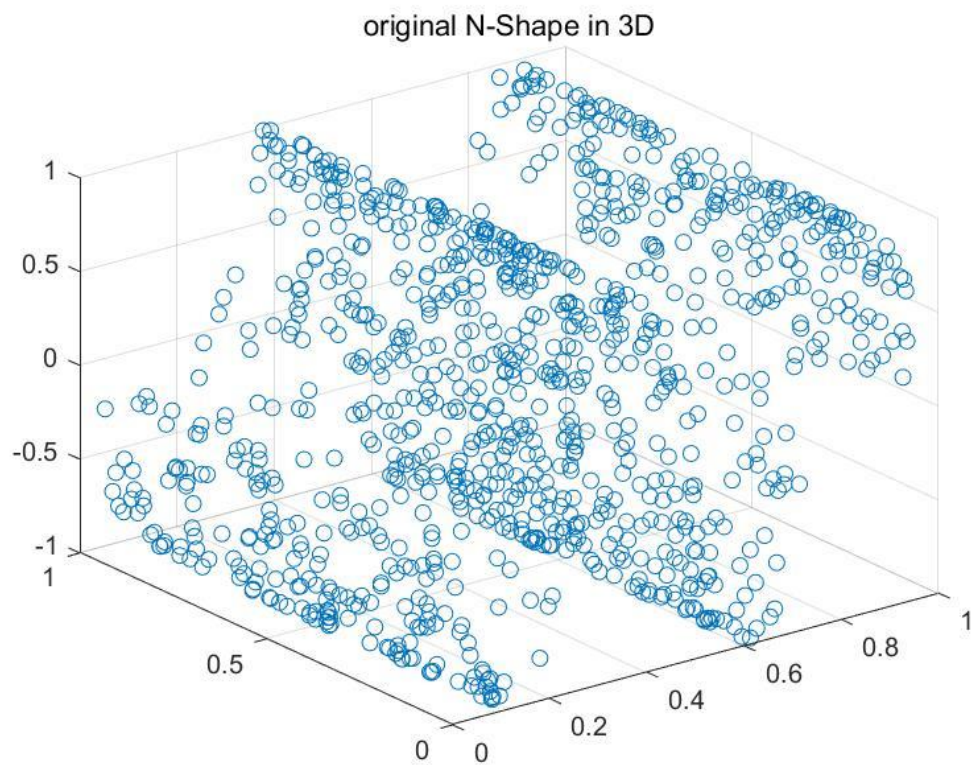
E_m 是特征值对应的特征向量组成的矩阵

算法特点

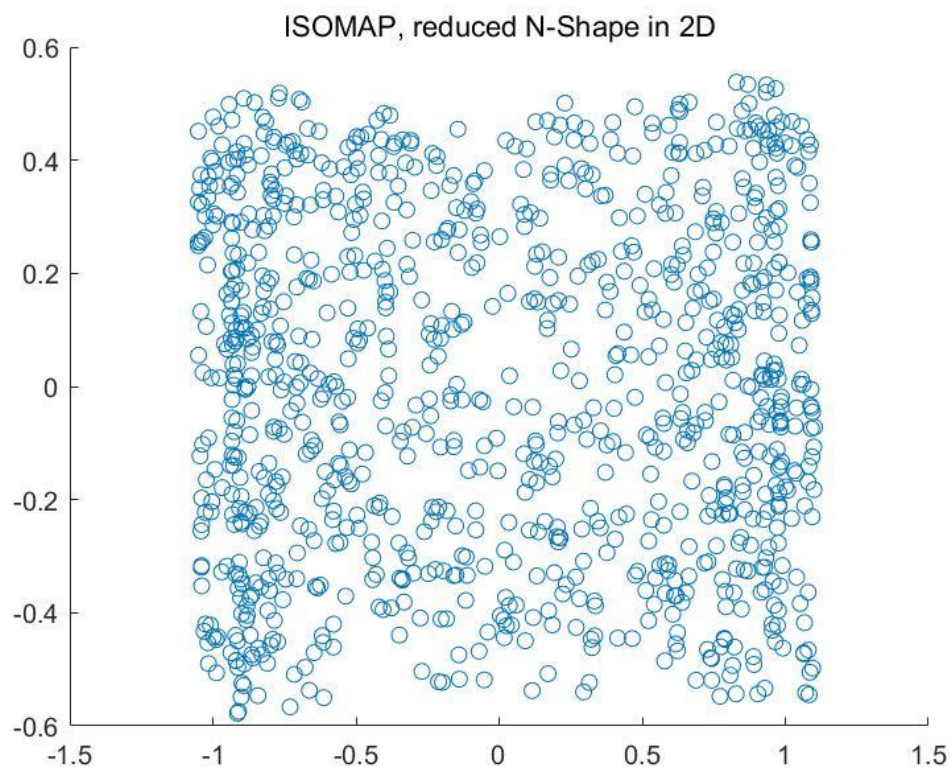
ISOMAP 实际是一种 kernel PCA 的方法, 是 classic MDS 的扩展, 不同于 classic MDS 中采用欧式距离矩阵 D, ISOMAP 采用测地距离度量, 并可以将测地距离矩阵通过变化得到 kernel matrix, 从而实现非线性降维。

仿真实验

在三维空间产生 “N” 形状的流形如下:



LLE 算法将数降至二维空间如下：



LLE 降维

算法

Step1 寻找每个样本的 k 个近邻点

Step2 由每个样本的近邻点计算出该样本点的局部重建权重矩阵 W

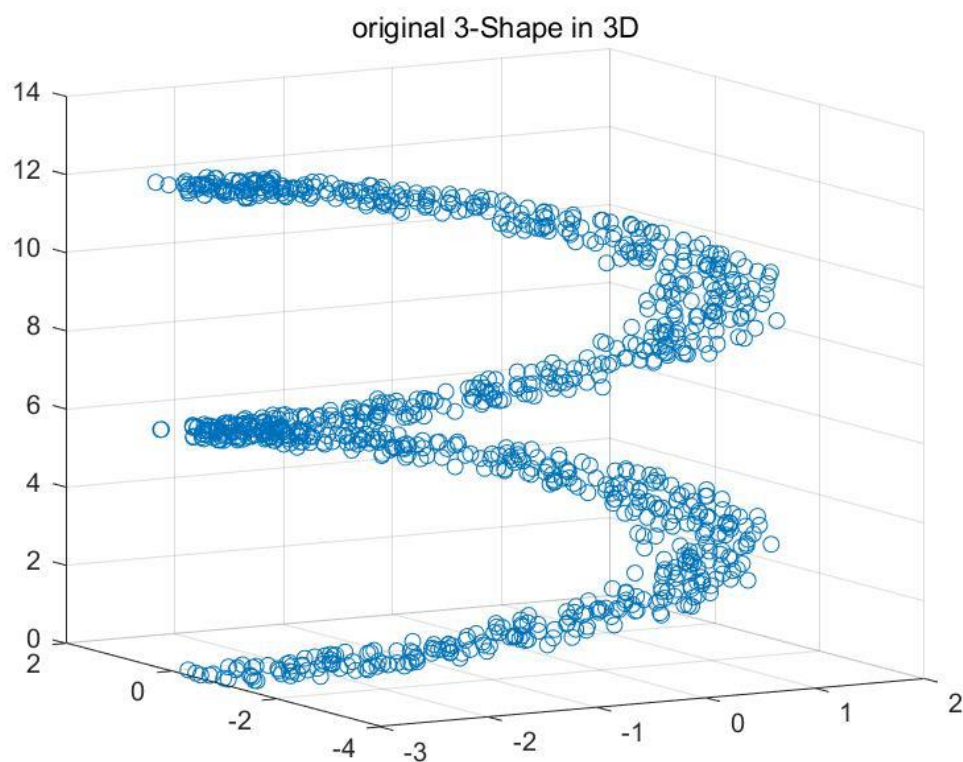
Step3 由该样本点的权重矩阵 W 及其近邻点计算出该样本的低维输出值 Y

算法特点

LLE 是一种非线性降维算法，几何上理解，对于 $N \times d$ 的数据，采样充分的条件下，每个点存在与其足够接近的近邻从而此 patch 内可以线性近似；局部区域内，我们采用权值重建从近邻点得到样本点，最后根据优化的权值矩阵计算出低维空间中的样本数据。

仿真实验

在三维空间产生“3”形状的流形如下：



LLE 算法将数降至二维空间如下：

