

本次作业中使用 ESPRIT 算法估计谐波分量频率 ω 的值，最后通过(C_{xx}, C_{xy})的广义特征值分解给出 ω 的值。

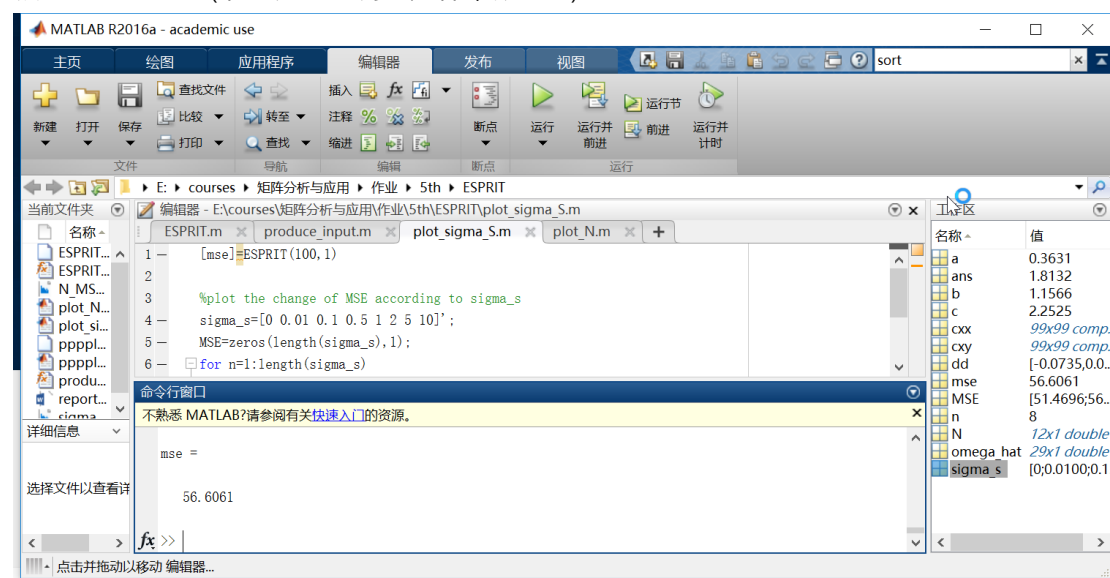
理论上非零特征值的个数应该是原始信号的个数加噪声信号 ($p+1$)，但实际由于自相关矩阵是估计值，并非严格意义上的统计期望值，所以存在一定误差；在实际操作中分解出的特征值个数大于($p+1$)。那么本题在计算 MSE 时应当怎样从较多数目的广义特征值中选取 3 个 ω 呢？

以下是 3 种尝试思路：

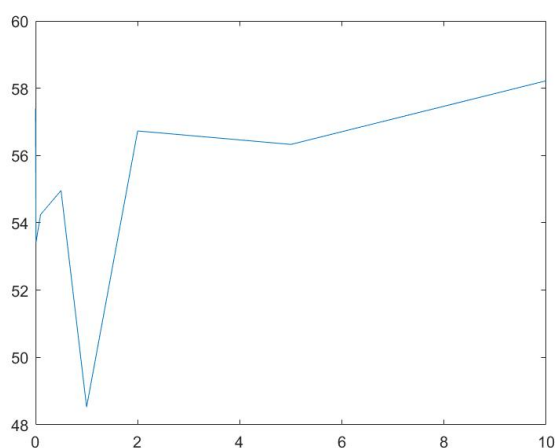
Method1 噪声较小， N 较大时，实际原始信号对应的特征值较大，故不妨选择 3 个最大特征值对应的 ω 来估计实际的 ω 值

该办法用 Matlab 实现是发现计算出的 MSE 很大，观察根据广义特征值求解出的 ω 发现，可能原因是最大的 3 个特征值对应的 ω 一般都很大而且相近，比较适合拟合题中所给的最大的 ω 值，对较小的两个 ω 值拟合效果并不好。

该方法运行结果(取噪声方差为 1，样本数 100)



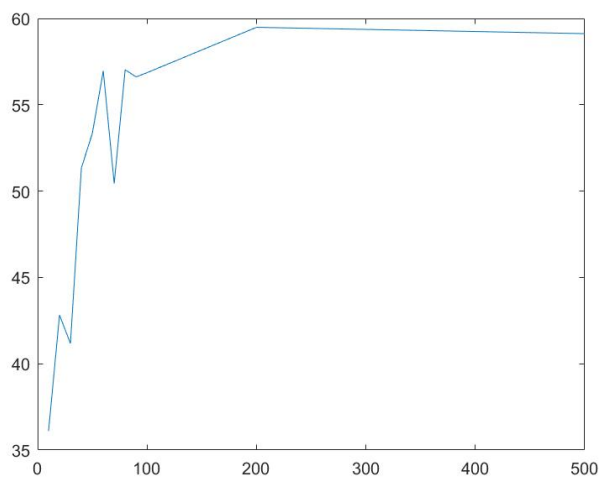
MSE 随的 σ^2 变化



分析：预期 σ^2 越小估计越接近真实值，也就是 MSE 随的 σ^2 增加而增加，实际得到的图中总

体趋势如此，但存在一定随机性，可能原因是该办法对较小的两个 ω 值拟合效果不好且受 σ^2 取值影响不大。

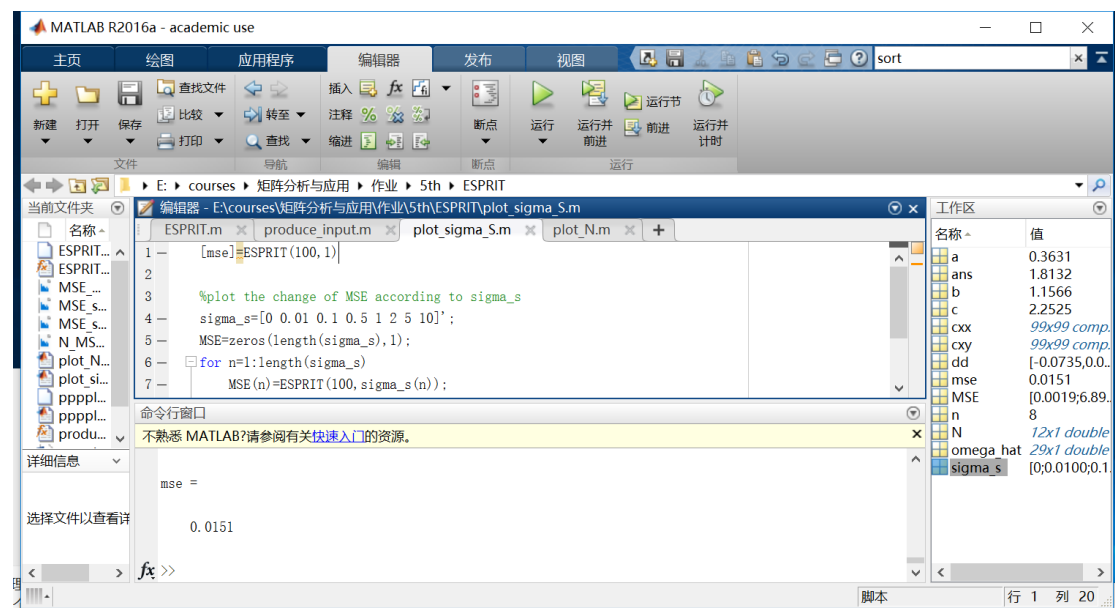
MSE 随样本数 N 的变化



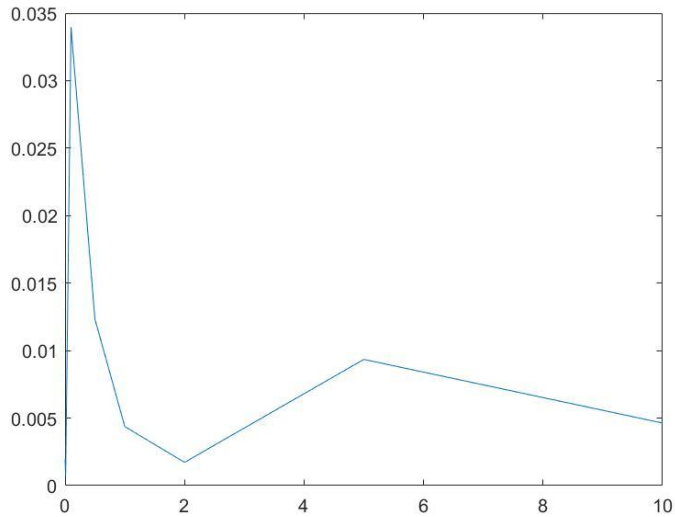
分析：预期样本数越大估计越接近真实值，也就是 MSE 随的样本数 N 增加而减小，实际得到的图中没有反映这一趋势。

Method2 从所有特征值求出的 ω 中选取 3 个与题中所给 ω 值最接近的 ω 值，该办法计算出的 MSE 值较小，但实际问题中， ω 往往未知，故该办法一般不可行

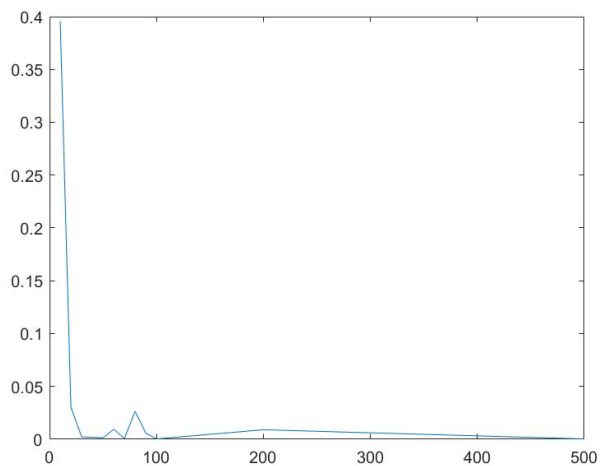
该方法运行结果(取噪声方差为 1，样本数 100)



MSE 随的 σ^2 变化



分析：预期 σ^2 越小估计越接近真实值，也就是 MSE 随的 σ^2 增加而增加，实际得到的图中没有反映这一趋势，可能原因是该办法对 ω 取值进行了人为筛选，故 MSE 受 σ^2 取值影响不大。MSE 随样本数 N 的变化



分析：预期样本数越大估计越接近真实值，也就是 MSE 随的样本数 N 增加而减小，实际得到的图在样本数极少时（约在 $N=10$ 附近）体现了这一趋势，随着样本数增多 MSE 变化趋于平稳。

Method3 噪声较小，N 较大时，实际原始信号对应的特征值会比 0 大得多，因此根据特征值低于某个阈值把特征值置 0，在合适阈值下可以得到 p 个非零特征值，但由于阈值选取收样本数与噪声影响，确定取值较为困难，没有进行实际操作。