GP 算法讨论

对于 GP 算法中参数λ与ε的理解

由 GP 算法原理可知，Lagrange 乘子λ越大则对线性约束条件要求越高，在求此稀疏解的问题中即λ越大对解的稀疏度要求越高，换言之，λ值设定得越大，在其他条件不变的情况下，理论上得到的解越稀疏；但过高的λ取值会使得原方程 y=Ax 在 Lagrange 函数中所占比例越小，也就是说过大的λ取值可能得到稀疏但不太符合原方程 y=Ax 的解。总体来说，λ是平衡"满足原方程 y=Ax "和"解的稀疏性"这两个条件的参数，适当的λ取值有利于得到稀疏且满足原方程的解。

另一方面，ε取值是对优化问题 Lagrange 函数精度的限制，ε越小，对优化条件限制越严格，一般来说得到的结果越理想，但对应的迭代次数越多，运算时间越长。

分析程度有效性的指标设计

为了验证算法的有效性，可以从解的稀疏性和是否满足原方程 y=Ax 这两个方面来考虑。解的稀疏性可以用稀疏度，也就是 x 中零元的个数，来度量；对原方程的满足程度可以用 $||y-Ax||_2$ 来度量。

所以在给定输入 A，y，固定参数λ，α，μ，ρ的条件下，不妨取一个较小的ε的值，使得循环条件难以达到，通过观察随循环次数的增加稀疏度与 $||y-Ax||_2$ 变化情况来考量算法的有效性。

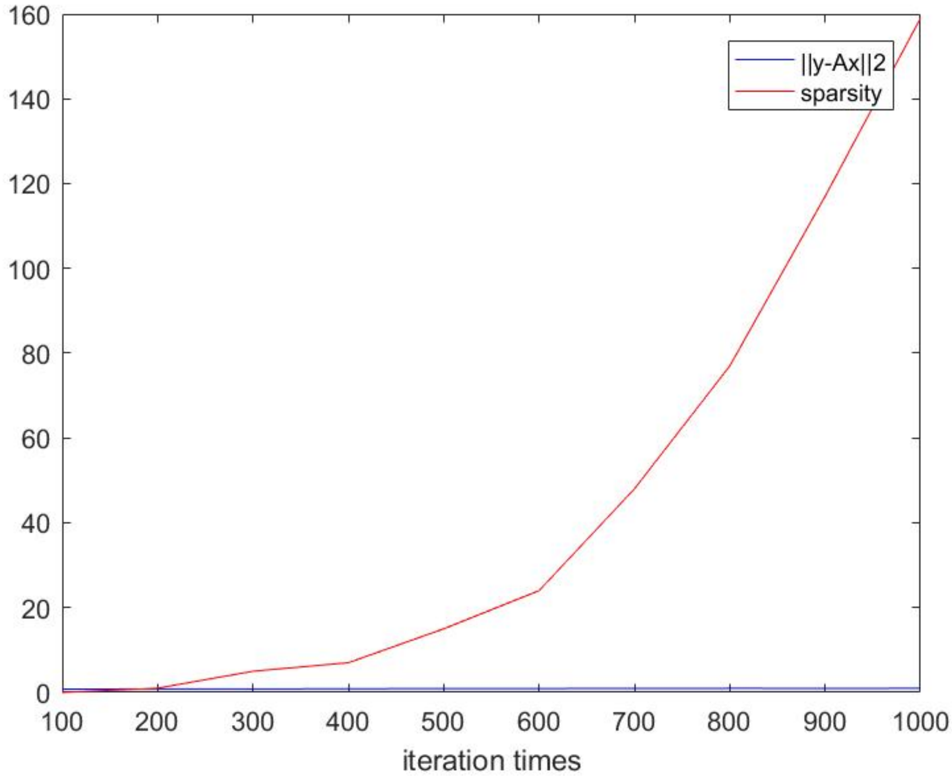
预计随着循环次数的增加解的稀疏性增加，理想情况下对方程 y=Ax 的满足度变化不大（但实际满足度可能有一定程度的减小），则说明算法有效。

实际运行结果与分析

对于给定的 A，y 和固定的参数λ，α，μ，ρ，ε，取不同的迭代次数 K（ε始终没有满足停止迭代的条件），稀疏度与 $||y-Ax||_2$ 变化情况如下表：

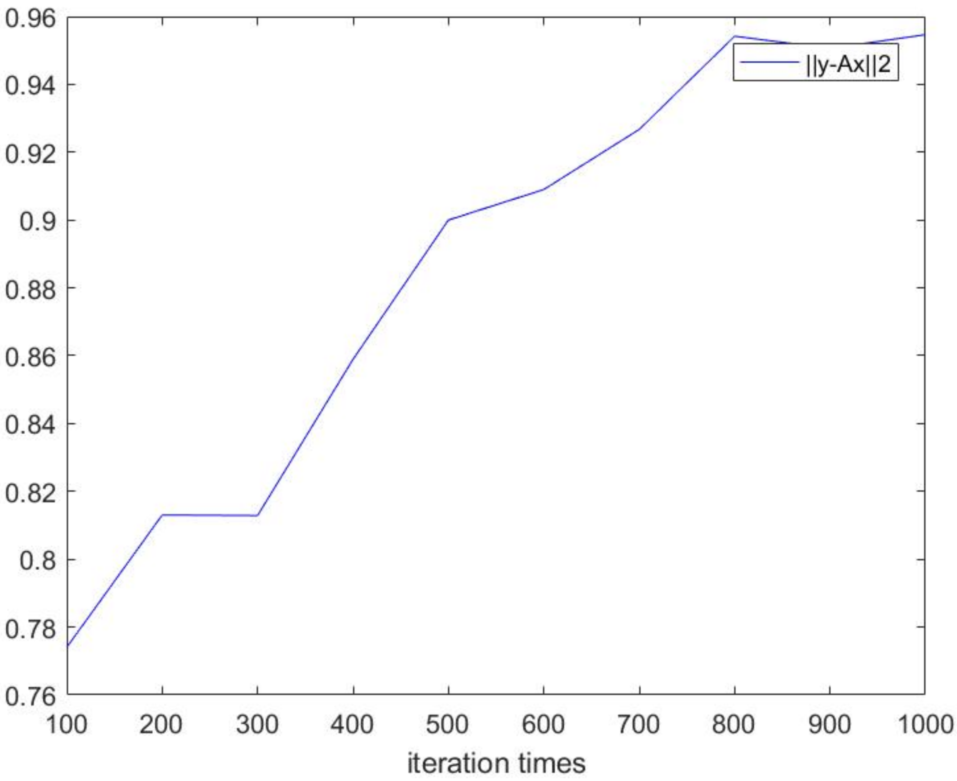
迭代次数 K	稀疏度	$\|\|y-Ax\|\|_2$
100	0	0.7740
200	1	0.8130
300	5	0.8129
400	7	0.86
500	15	0.90
600	24	0.91
700	48	0.92
800	77	0.95
900	117	0.95
1000	159	0.95

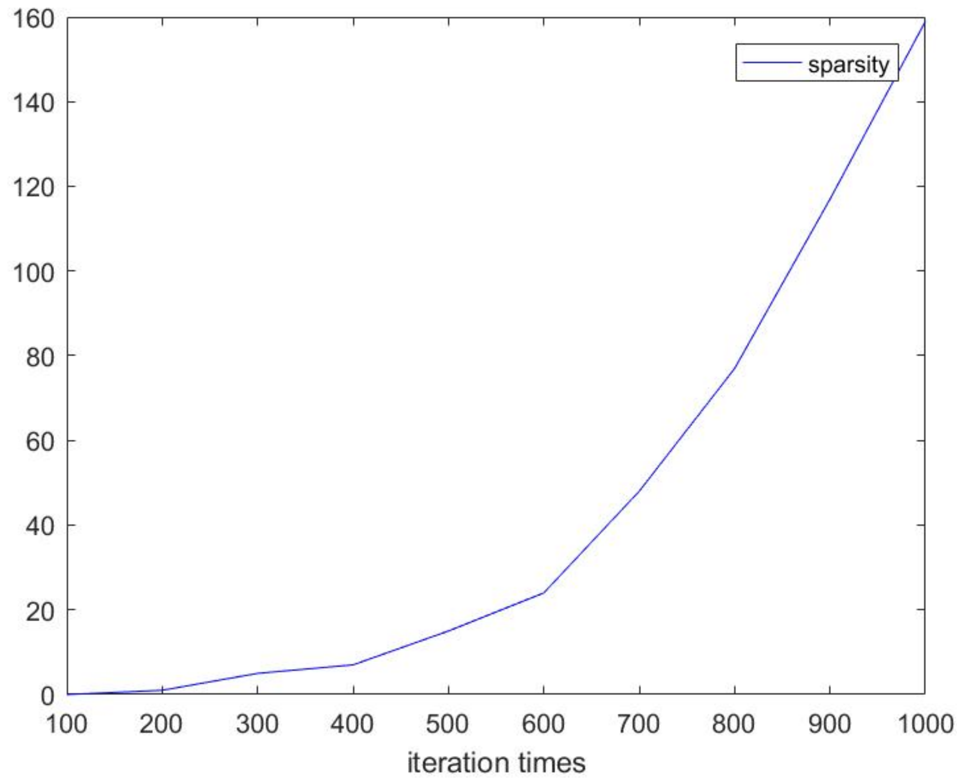
根据上表数据绘图如下：



从图中可以看出，随迭代次数增加，解的稀疏性增加，对原方程的满足程度变化不大且$||y-Ax||_2$取值接近 0。由于$||y-Ax||_2$与稀疏度取值数量级存在差异，在两张图中分别画出它们的变化情况如下：

上图中容易看出，随迭代次数的增加，解的稀疏度逐渐增加，$||y-Ax||_2$ 的取值有波动，总体呈增加趋势，但基本在 0 附近，说明算法有效。





上图中容易看出，随迭代次数的增加，解的稀疏度逐渐增加，$||y-Ax||_2$ 的取值有波动，总体呈增加趋势，但基本在 0 附近，说明算法有效。