

# CHƯƠNG 04

## CÁC GIẢI THUẬT MÃ HÓA DỮ LIỆU BẤT ĐỐI XỨNG

5/30/23

TS. Lê Quang Minh  
quangminh@vnu.edu.vn

# Nội Dung

2

quangminh@vnu.edu.vn

- Số nguyên tố
- Hệ mã hoá khoá công khai
- Giao thức trao đổi khoá Diffie-Hellman
- RSA
- Quản lý khoá

# Nội Dung

3

quangminh@vnu.edu.vn

- **Số nguyên tố**
- Hệ mã hoá khoá công khai
- Giao thức trao đổi khoá Diffie-Hellman
- RSA
- Quản lý khoá

# Số nguyên tố

## Giới thiệu

4

quangminh@vnu.edu.vn

- Bất kỳ số nguyên  $a > 1$  đều có thể viết dưới dạng:

$$a = p_1^{a_1} p_2^{a_2} p_3^{a_3} \dots p_t^{a_t}$$

- Trong đó  $p_1 < p_2 < \dots < p_t$  là các số nguyên tố.

- Ví dụ:

$$85 = 5 \times 17$$

$$91 = 7 \times 13$$

$$1200 = 2^4 \times 3 \times 5^2$$

$$11011 = 7 \times 11^2 \times 13$$

# Số nguyên tố

## Giới thiệu

5

quangminh@vnu.edu.vn

- Một số nguyên  $p > 1$  là số nguyên tố nếu và chỉ nếu ước duy nhất của nó là  $\pm 1$  và  $\pm p$ .
- Bảng dưới đây trình bày các số nguyên tố nhỏ hơn 2000

[illegible]

# Nội Dung

7

quangminh@vnu.edu.vn

- Số nguyên tố
- **Hệ mã hoá khoá công khai**
- Giao thức trao đổi khoá Diffie-Hellman
- RSA
- Quản lý khoá

# Hệ mã hoá khoá công khai

8

quangminh@vnu.edu.vn

- **Mã hóa bất đối xứng** là cơ chế mã hóa và giải mã sử dụng 2 key khác nhau
  - **Public Key** : là key dùng để mã hóa
  - **Private Key** : là key dùng để giải hóa
- **Mã hóa bất đối xứng** còn được sử dụng để tạo ra chữ ký điện tử

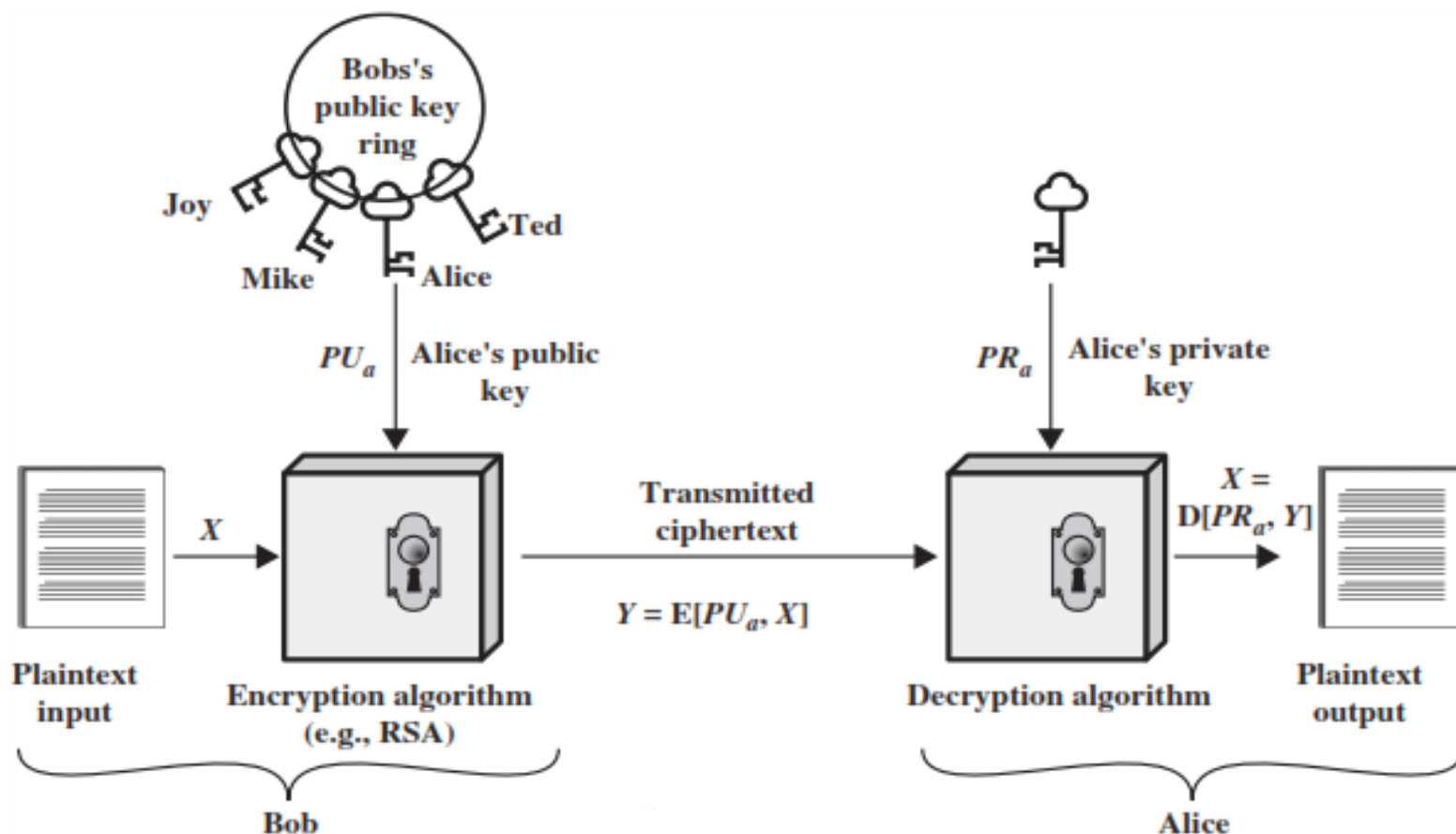


# Hệ mã hoá khoá công khai

9

quangminh@vnu.edu.vn

## ➤ Mã hóa với Public Key

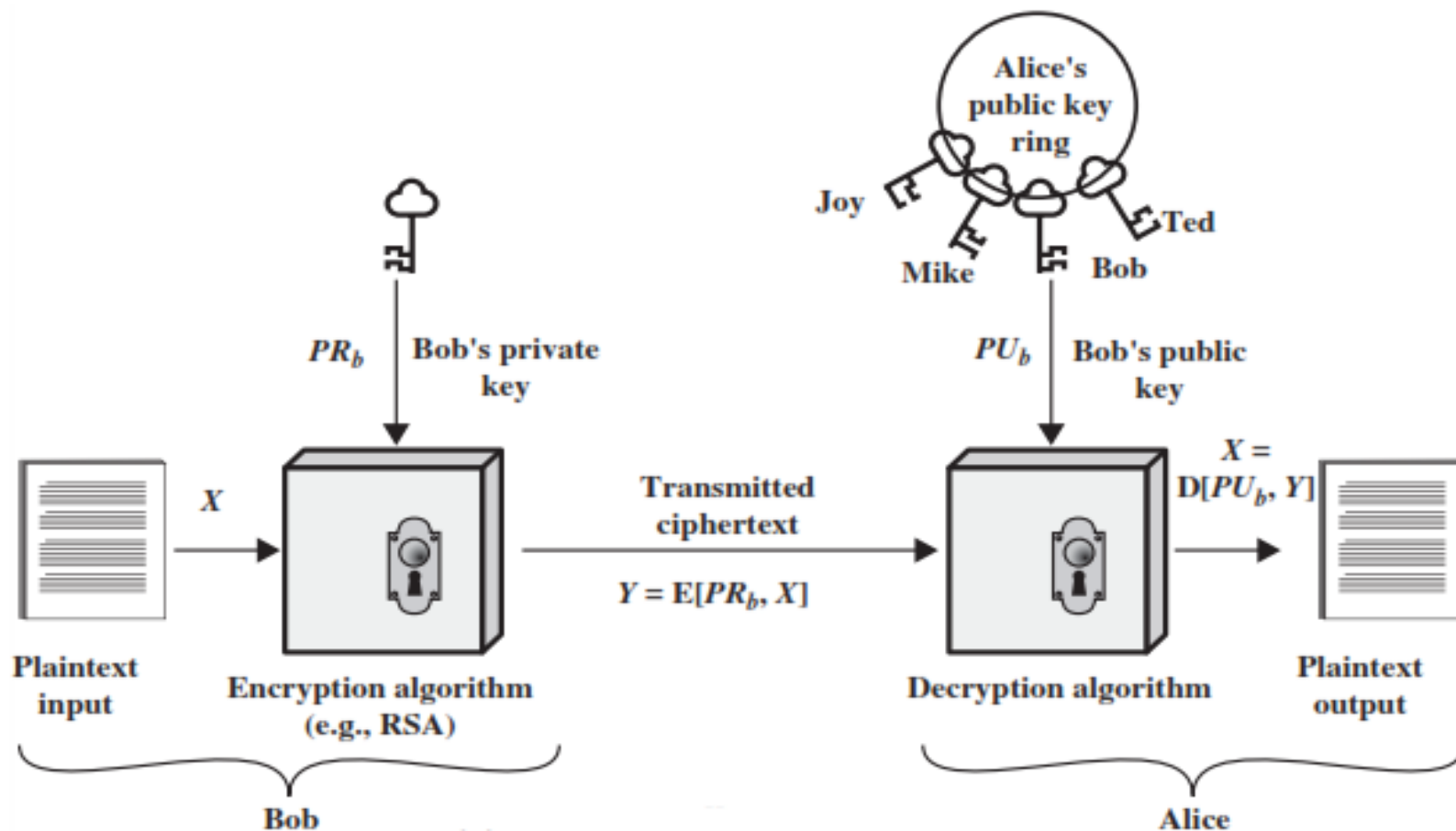


# Hệ mã hoá khoá công khai

10

quangminh@vnu.edu.vn

## ➤ Mã hóa với Private Key



# Hệ mã hoá khoá công khai

11

quangminh@vnu.edu.vn

- Mỗi user tạo ra một cặp khoá được sử dụng cho việc mã hoá và giải mã thông điệp.
- Mỗi user đặt một trong hai khoá trong một đăng ký công cộng. Đây là khoá công khai. Khoá còn lại được giữ kín.
- Nếu Bob muốn gửi một tin nhắn bí mật cho Alice, Bob mã hoá tin nhắn này bằng cách sử dụng khoá công khai của Alice.
- Khi Alice nhận được tin nhắn, cô giải mã nó bằng cách sử dụng khoá riêng của mình. Không có ai khác có thể giải mã thông điệp bởi vì chỉ có Alice biết khoá riêng của Alice

# Hệ mã hoá khoá công khai

12

quangminh@vnu.edu.vn

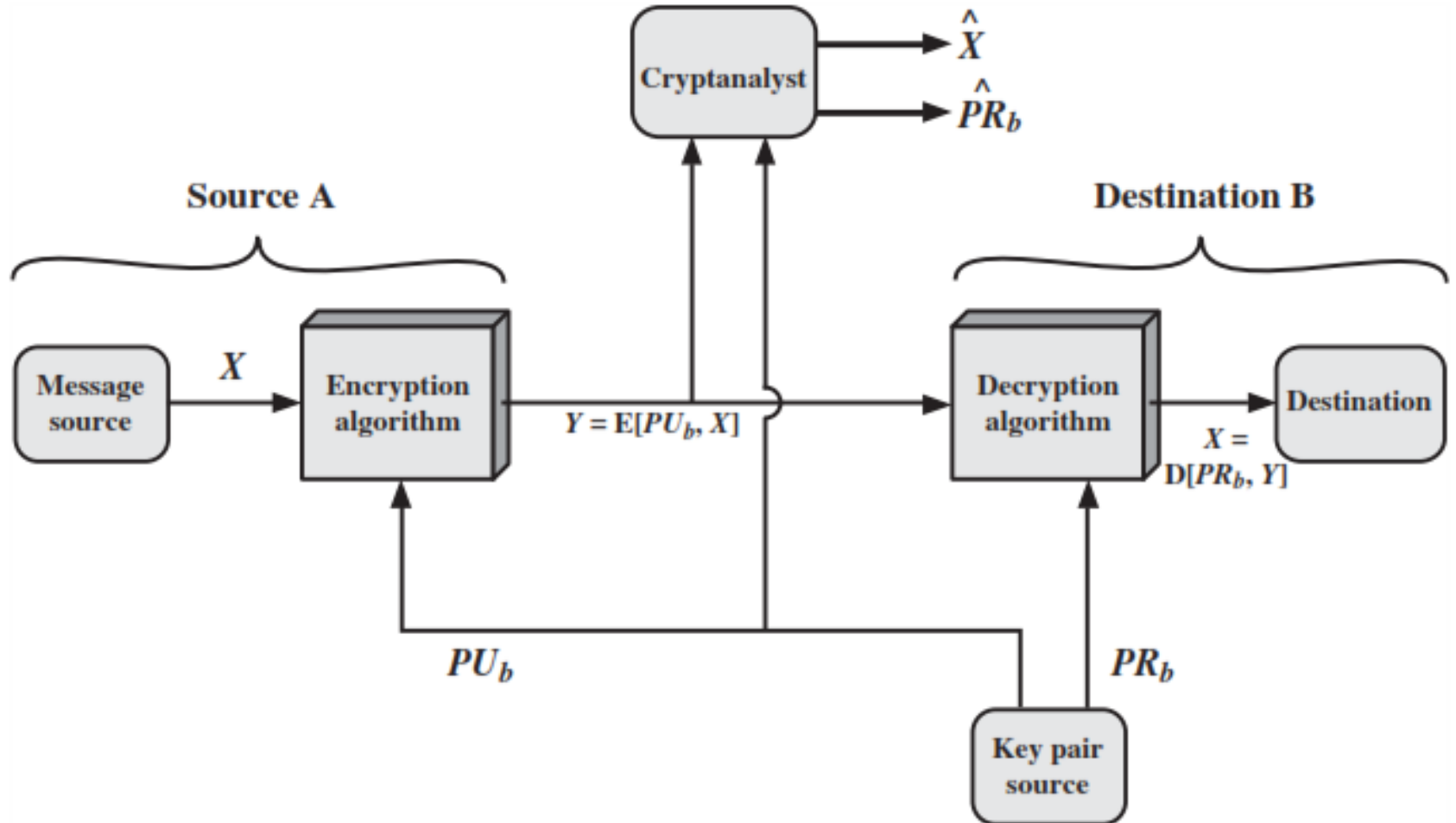
- Ứng dụng thông dụng nhất của mật mã hoá khoá công khai là **bảo mật** (mã hoá/giải mã): một văn bản được mã hoá bằng **khoá công khai** của một người sử dụng thì chỉ có thể giải mã với **khoá bí mật** của người đó.
- Ứng dụng khác của mật mã hóa khóa công khai là dùng để chứng thực: Một người sử dụng có thể mã hoá văn bản với khoá bí mật của mình. Nếu một người khác có thể giải mã với **khoá công khai** của người gửi thì có thể tin rằng văn bản thực sự xuất phát từ người gắn với khoá công khai đó.

# Hệ mã hoá khoá công khai

## Ứng dụng: bảo mật dữ liệu

13

quangminh@vnu.edu.vn

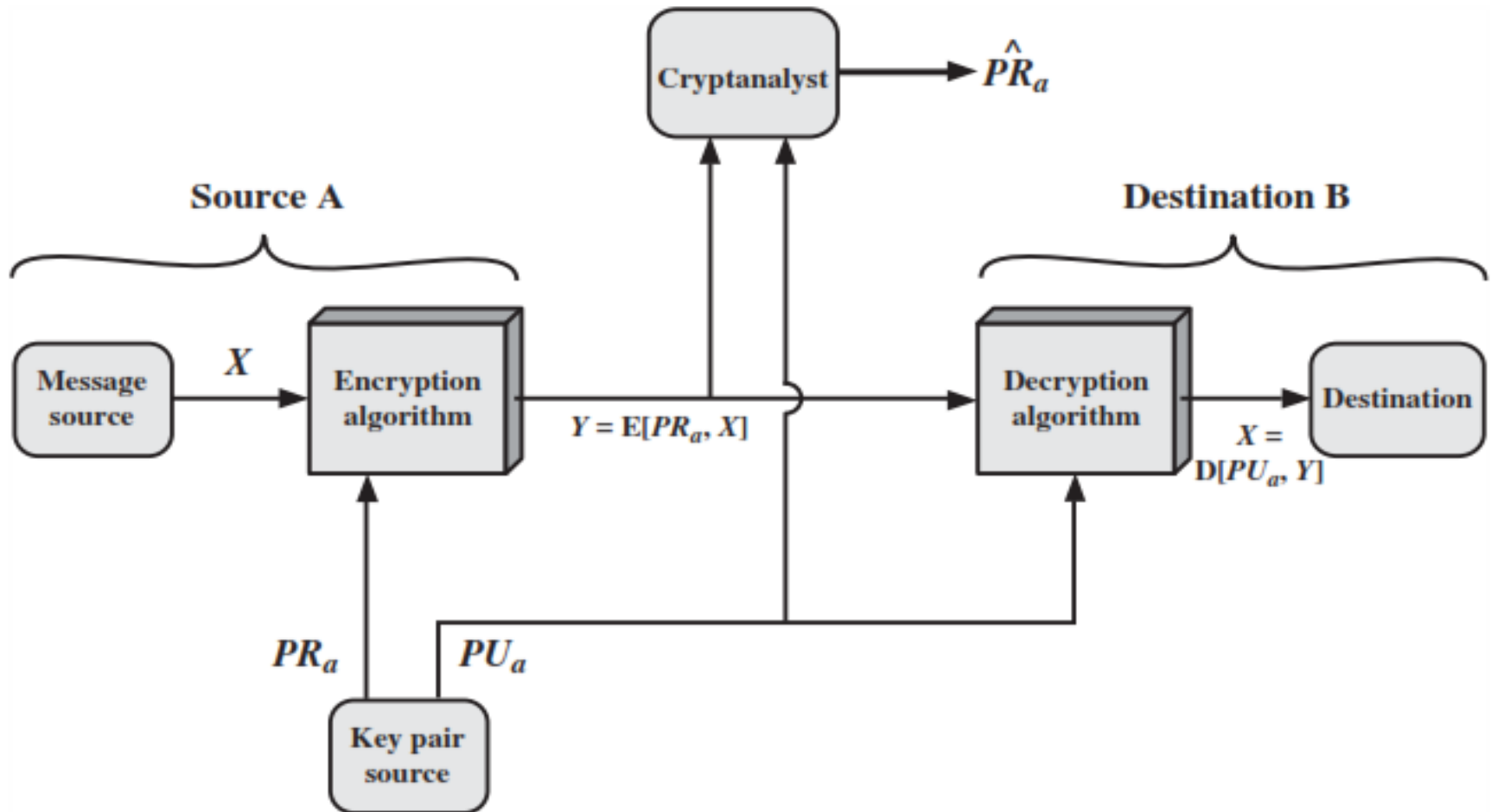


# Hệ mã hoá khoá công khai

## Ứng dụng: xác thực dữ liệu

14

quangminh@vnu.edu.vn

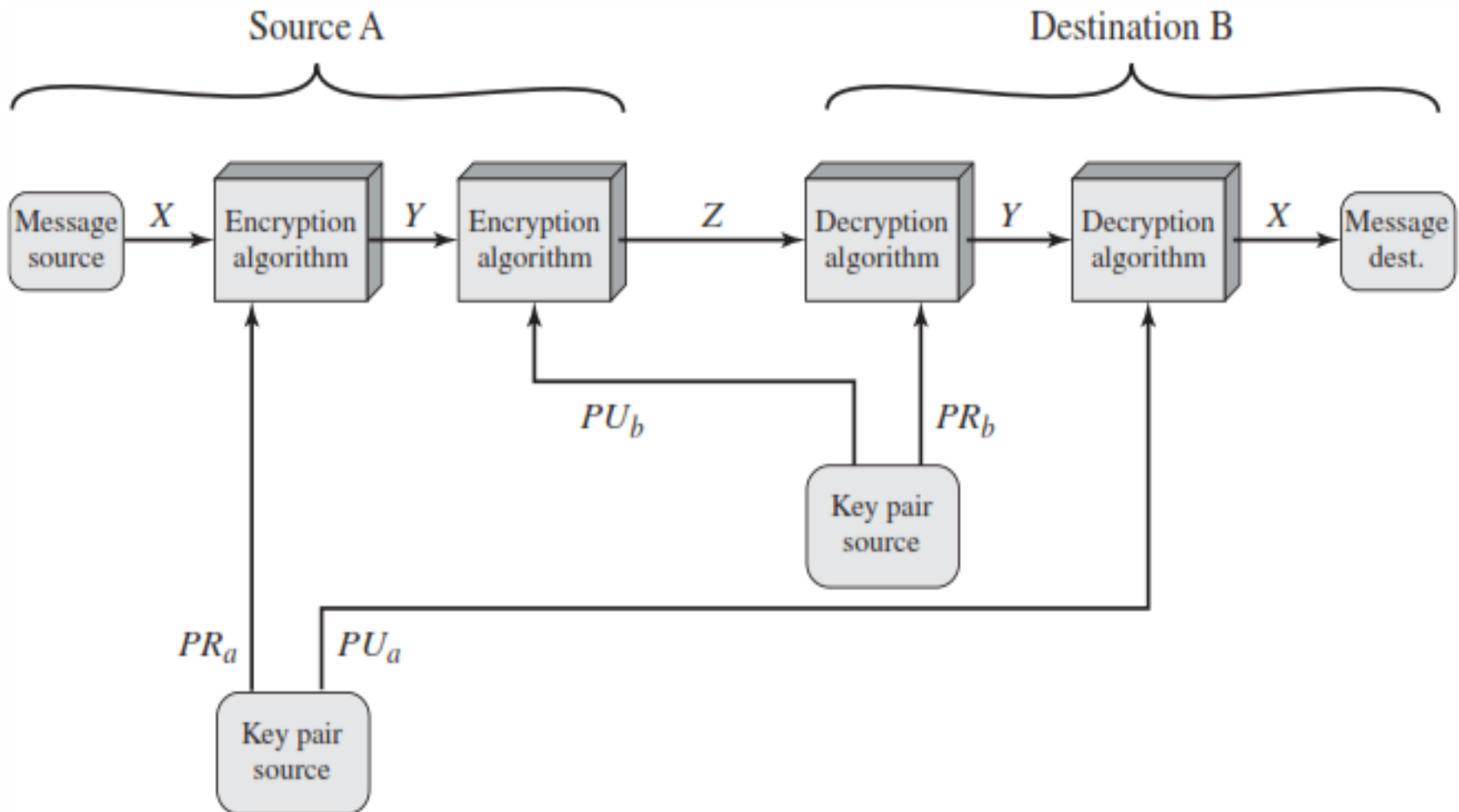


# Hệ mã hoá khoá công khai

## Ứng dụng: bảo mật và xác thực dữ liệu

15

quangminh@vnu.edu.vn



# Hệ mã hoá khoá công khai

16

quangminh@vnu.edu.vn

- Chúng ta có thể thấy mục đích của hệ thống mã hóa công khai được được nhóm lại trong 3 thể loại sau:
  - **Encryption /decryption**
  - **Digital signature**
  - **Key exchange**

Algorithm	Encryption/Decryption	Digital Signature	Key Exchange
RSA	Yes	Yes	Yes
Elliptic Curve	Yes	Yes	Yes
Diffie-Hellman	No	No	Yes
DSS	No	Yes	No



# Nội Dung

17

quangminh@vnu.edu.vn

- Số nguyên tố
- Hệ mã hoá khoá công khai
- **Giao thức trao đổi khoá Diffie-Hellman**
- RSA
- Quản lý khoá

# Giao thức trao đổi khoá Diffie-Hellman

18

quangminh@vnu.edu.vn

- Mục đích của thuật toán là cho phép hai người dùng trao đổi khóa bí mật dùng chung trên mạng công cộng, sau đó có thể sử dụng để mã hóa các thông điệp.
- Thuật toán tập trung vào giới hạn việc trao đổi các giá trị bí mật, xây dựng dựa trên bài toán khó logarit rời rạc.

# Giao thức trao đổi khoá Diffie-Hellman

- Giao thức trao đổi khoá giữa A và B:
  - A và B thống nhất chọn chung một số nguyên tố  $p$  và một phần tử sinh  $g$ .
  - A chọn ngẫu nhiên một số  $X_A \in \{1, 2, \dots, p-1\}$  rồi gửi cho B kết quả  $Y_A = g^{X_A} \bmod p$ .
  - B chọn ngẫu nhiên một số  $X_B \in \{1, 2, \dots, p-1\}$  rồi gửi cho A kết quả  $Y_B = g^{X_B} \bmod p$ .
  - A tính khoá bí mật:  $K = (g^{X_B})^{X_A} \bmod p = g^{X_A X_B} \bmod p$
  - B tính khoá bí mật:  $K = (g^{X_A})^{X_B} \bmod p = g^{X_A X_B} \bmod p$

# Diffie-Hellman Key Exchange



Alice



Bob

Bob and Alice know and have the following :  
 $p = 23$  (a prime number)  $g = 11$  (a generator)

Alice chooses a secret random number  $a = 6$

Alice computes :  $A = g^a \bmod p$   
 $A = 11^6 \bmod 23 = 9$

Alice receives  $B = 5$  from Bob

Secret Key =  $K = B^a \bmod p$

$$K = 5^6 \bmod 23 = 8$$

Bob chooses a secret random number  $b = 5$

Bob computes :  $B = g^b \bmod p$   
 $B = 11^5 \bmod 23 = 5$

Bob receives  $A = 9$  from Alice

Secret Key =  $K = A^b \bmod p$

$$K = 9^5 \bmod 23 = 8$$

The common secret key is : 8

N.B. We could also have written :  $K = g^{ab} \bmod p$

# Giao thức trao đổi khoá Diffie-Hellman

21

quangminh@vnu.edu.vn

- Giả sử Alice và Bob đồng ý sử dụng:
  - $p = 47$  and  $g = 5$
- Alice chọn một số ngẫu nhiên  $X_A$  giữa 0 và 46
  - $a = 18$
- Bob chọn một số ngẫu nhiên  $X_B$  giữa 0 và 46
  - $b = 22$
- Alice tính toán  $Y_A$  và gửi kết quả cho Bob.
  - $Y_A = 5^{18} \pmod{47} = 2$
- Bob tính toán  $Y_B$  và gửi kết quả cho Alice
  - $Y_B = 5^{22} \pmod{47} = 28$

# Giao thức trao đổi khoá Diffie-Hellman

22

quangminh@vnu.edu.vn

- Alice tính toán khóa bí mật:
  - $K = Y_B^a \pmod{p} = 28^{18} \pmod{47} = 24$
- Bob tính toán khóa bí mật
  - $K = Y_A^b \pmod{p} = 2^{22} \pmod{47} = 24$

# Nội Dung

23

quangminh@vnu.edu.vn

- Số nguyên tố
- Hệ mã hoá khoá công khai
- Giao thức trao đổi khoá Diffie-Hellman
- **RSA**
- Quản lý khoá

# RSA

24

quangminh@vnu.edu.vn

- Giải thuật được phát triển bởi Rivest, Shamir và Adleman này sử dụng một biểu thức với hàm mũ.
- Văn bản gốc được mã hóa ở dạng khối, kích cỡ của khối phải nhỏ hơn hoặc bằng  $\log_2(n)$ .
- Trong thực tế, kích thước khối là  $i$  bit, với  $2^i < n \leq 2^{i+1}$ .
- Mã hóa và giải mã được thực hiện với một số khối rõ  $M$  (plaintext) và khối mã  $C$  (cyphertext):

$$C = M^e \bmod n$$

$$M = C^d \bmod n = (M^e)^d \bmod n = M^{ed} \bmod n$$



# RSA

## Giới thiệu

25

quangminh@vnu.edu.vn

- Giải thuật được phát triển bởi Rivest, Shamir và Adleman này sử dụng một biểu thức với hàm mũ.
- Văn bản gốc được mã hóa ở dạng khối, kích cỡ của khối phải nhỏ hơn hoặc bằng  $\log_2(n)$ .
- Trong thực tế, kích thước khối là  $i$  bit, với  $2^i < n \leq 2^{i+1}$ .
- Mã hóa và giải mã được thực hiện với một số khối rõ  $M$  (plaintext) và khối mã  $C$  (cyphertext):

$$C = M^e \bmod n$$

$$M = C^d \bmod n = (M^e)^d \bmod n = M^{ed} \bmod n$$

# RSA

## Quá trình tạo Public/Private Key

26

quangminh@vnu.edu.vn

- Chọn ngẫu nhiên 2 số nguyên tố lớn -  $p, q$
- Tính  $N=p.q$ 
  - $\phi(N)=(p-1)(q-1)$
- Chọn ngẫu nhiên giá trị  $e$  (encryption key)
  - where  $1 < e < \phi(N)$ ,  $\gcd(e, \phi(N))=1$
- Tính toán  $d$  (decryption key)
  - $(e.d) \bmod \phi(N) = 1$  and  $0 \leq d \leq N$
- Public key:  **$KU=\{e, N\}$**
- Private key:  **$KR=\{d, N\}$**

# RSA

## Ứng dụng RSA trong mã hóa/giải mã

27

quangminh@vnu.edu.vn

- Để mã hóa  $M$ , người gửi:
  - Lấy **public key** của người nhận  $KU=\{e,N\}$
  - Tính toán:  $C=M^e \bmod N$ , where  $0 \leq M < N$
- Để giải mã  $C$ , người nhận:
  - Sử dụng **private key** của mình  $KR=\{d,N\}$
  - Tính toán:  $M=C^d \bmod N$

# RSA

## Ví dụ

28

quangminh@vnu.edu.vn

1. Select primes:  $p=17$  &  $q=11$
2. Compute  $n = pq = 17 \times 11 = 187$
3. Compute  $\phi(n) = (p-1)(q-1) = 16 \times 10 = 160$
4. Select  $e$  :  $\gcd(e, 160) = 1$ ; choose  $e=7$
5. Determine  $d$ :  $(de) \bmod 160 = 1$  and  $d < 160$   
Value is  $d=23$  since  $23 \times 7 = 161 = 1 \times 160 + 1$
6. Publish public key  $KU = \{7, 187\}$
7. Keep secret private key  $KR = \{23, 187\}$

# RSA

## Ví dụ

29

quangminh@vnu.edu.vn

- RSA encryption/decryption is:
  - $M = 88$  ( $88 < 187$ )
- Mã hóa:
  - $C = 88^7 \bmod 187 = 11$
- Giải mã:
  - $M = 11^{23} \bmod 187 = 88$

# RSA

## Những cặp khóa tham khảo

30

quangminh@vnu.edu.vn

p prime	q prime	n=(p*q)	m = (p-1)* (q-1)	e (prime)	Calc. 'd'	Private (n, d)	Public (n, e)	x	ed-xm
5	3	15	8	11	3	(15,3)	(15,11)	4	1
7	5	35	24	11	11	(35,11)	(35,11)	5	1
13	17	221	192	11	35	(221,35)	(221,11)	2	1
17	23	391	352	5	141	(391,141)	(391,5)	2	1
17	23	391	352	7	151	(391,151)	(391,7)	3	1
17	23	391	352	13	325	(391,325)	(391,13)	12	1
17	23	391	352	29	85	(391,85)	(391,29)	7	1
17	23	391	352	31	159	(391,159)	(391,31)	14	1
17	23	391	352	37	333	(391,333)	(391,37)	35	1
17	23	391	352	19	315	(391,315)	(391,19)	17	1

# Nội Dung

31

quangminh@vnu.edu.vn

- Số nguyên tố
- Hệ mã hoá khoá công khai
- Giao thức trao đổi khoá Diffie-Hellman
- RSA
- **Quản lý khoá**

# Quản lý khoá

## Thu hồi khoá

32

quangminh@vnu.edu.vn

- Thu hồi khoá khi khoá bị sai sót hoặc có tính phá hoại.
- Thường được tham gia bởi từ hai thực thể trở lên. Ví dụ: cả Alice và Bob cùng thoả thuận thu hồi khoá.
- Cần đảm bảo:
  - Càng nhiều bên tham gia càng tốt (chống phá hoại).
  - Càng ít bên tham gia càng tốt (thu hồi nhanh).



# Quản lý khoá

## Phân phối khóa mới

33

quangminh@vnu.edu.vn

- Phải phân phối khoá mới sau khi khoá cũ bị thu hồi nhằm đảm bảo hệ thống tiếp tục hoạt động một cách an toàn.
- Cần giảm thời gian giữa thời điểm thu hồi khoá và thời điểm phân phối khoá mới tới mức tối thiểu.
- Phải đảm bảo yêu cầu về an ninh và yêu cầu về tính sẵn sàng của hệ thống.

# Quản lý khoá

## Thông báo thông tin về thu hồi khoá

34

quangminh@vnu.edu.vn

- Thông báo về một khóa nào đó bị thu hồi cần đến được tất cả những người đang sử dụng nó trong thời gian ngắn nhất có thể.
- Hai cách:
  - Thông tin được chuyển từ trung tâm tới người dùng.
  - Người dùng lấy thông tin từ trung tâm.
- Cung cấp các chứng thực có thời hạn

# Quản lý khoá

## Thông báo thông tin về thu hồi khoá

35

quangminh@vnu.edu.vn

- Hầu hết các trường hợp thu hồi khoá xảy ra khi khoá bí mật đã bị lộ. Hai khả năng xảy ra:
  - Các văn bản mã hóa với khóa công khai sau thời điểm T không còn được xem là bí mật.
  - các chữ ký số thực hiện với khóa bí mật sau thời điểm T không còn được xem là thật.
- Cần xác định người có quyền thu hồi khóa, cách thức truyền thông tin tới người dùng, cách thức xử lý các văn bản mã hóa với khóa bị lộ.

Question ???