

浙江大学 2012 - 2013 学年秋冬学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号: 061B9090/061Q0029, 开课学院: 数学系, 任课教师: _____

考试试卷: A 卷 ☒、B 卷 (请在选定项上打 ☒)

考试形式: 闭 ☒、开卷 (请在选定项上打 ☒)，允许带计算器入场

考试日期: 2013 年 1 月 20 日, 考试时间 120 分钟

诚信考试, 沉着应考, 杜绝违纪。

请注意: 本试卷共六大题, 四页, 两大张。

请勿将试卷拆开或撕页! 如发生此情况责任自负!

考生姓名: _____ 学号: _____ 所属院系: _____

题序	一	二	三	四	五	六	总分
得分							
评卷人							

$\Phi(1) = 0.84, \Phi(1.645) = 0.95, \Phi(1.96) = 0.975, \Phi(2.31) = 0.99,$

$t_{0.05}(8) = 1.86, t_{0.025}(8) = 2.31, t_{0.05}(16) = 1.75, t_{0.025}(16) = 2.12,$

注: $c_{0.975}^2(8) = 2.18, c_{0.95}^2(8) = 2.73, c_{0.05}^2(8) = 15.51, c_{0.025}^2(8) = 17.53,$

$c_{0.05}^2(4) = 9.49, c_{0.05}^2(3) = 7.82, F_{0.025}(9, 7) = 4.82, F_{0.025}(7, 9) = 4.2.$

一. 填空题 (每小格 3 分, 共 39 分。每个分布要求写出参数):

1. 设事件 A, B, C 相互独立, 已知 $P(A) = 0.5, P(A \cup B) = 0.6, P(\bar{C} | A) = 0.4$, 则 $P(B) =$

_____, $P(A \cup B \cup C) =$ _____.

2. 在区间 $(0, q)$ (参数 $q > 0$) 内独立重复观测 5 次, 记为 $X_1, \dots, X_5, X_i \sim U(0, q)$, (1)

设 $q = 2$, 则最大观测值小于 1.8 且最小观测值大于 0.4 的概率为 _____; (2) 设

$q > 0$ 未知, 5 次观测值为 1.18, 0.48, 1.59, 0.13, 1.76, 则 q 的矩估计值是 _____.

3. 某超市从开门到第 1 位顾客进入所需时间 X (分钟) 的概率密度函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}e^{-x/5}, & x > 0 \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

则超市开门后的 10 分钟内至少有 1 人进入的概率为 _____; 从开门到第 1 位顾客进入平均花 _____ 分钟.

4. 设某地区男性成年人的身高 X (厘米) 与体重 Y (公斤) 服从二元正态分布, $X \sim N(169.5, 10.5^2), Y \sim N(57.3, 16.2^2), r_{XY} = 0.6$, 从该地区独立随机选 n 名男子, 测

得身高体重为 $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$, 记 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$ 。则 \bar{X} 服从_____

分布, $Cov(\bar{X}, \bar{Y}) = \underline{\hspace{2cm}}$, 当 $n \rightarrow \infty$ 时, $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - 169.5)(Y_i - 57.3)}{10.5 \times 16.2} \xrightarrow{P} \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 设总体 $X \sim N(m, s^2)$, m, s^2 均未知, X_1, \dots, X_n 为来自 X 的简单随机样本, \bar{X} 和 S 分别是样本均值和样本标准差, (1) 若根据样本观测值, $\bar{x} = 7.076, s = 1.2$, 则 s^2 的置信度为 0.95 的双侧置信区间为 _____, 检验假设 $H_0: m = 8, H_1: m \neq 8$ 的 P -值为 _____;

(2) 设 X_{10} 是从总体中独立抽取的另一次观测, 则 $\frac{3(X_{10} - \bar{X})}{\sqrt{10}S}$ 服从 _____ 分布.

6. 在研究我国人均消费水平问题上, 考虑人均国民收入 x (千元) 对人均消费金额 Y (千元) 的影响. 设 $Y \sim N(a + bx, s^2)$, a, b, s^2 均未知, $(x_1, y_1), \dots, (x_{19}, y_{19})$ 是 1980-1998

年的数据, 已知 $\bar{x} = 2.32, \bar{y} = 1.09, \sum_{i=1}^{19} (x_i - \bar{x})^2 = 73.980, \sum_{i=1}^{19} (y_i - \bar{y})^2 = 15.343,$

$\sum_{i=1}^{19} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 33.291$, 采用最小二乘估计, 则回归方程 $\hat{y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

二. (11 分) 有 A, B 两盒, A 盒中有 1 个红球 1 个白球, B 盒中有 4 件正品 2 件次品. 先从 A 盒中采用放回抽样取 2 球, X 表示从 A 盒中取到的红球数, 若 $X=1$ 时, 则从 B 盒中采用不放回抽样取 3 件产品; 若 $X \neq 1$ 时, 从 B 盒中采用不放回抽样取 2 件产品. Y 表示从 B 盒中取到的次品数. (1) 已知 $X=1$, 求 Y 的条件分布律; (2) 求 Y 的分布律.

三. (12 分) 设总体 X 服从参数为 I 的泊松分布, X_1, \dots, X_{200} 为来自 X 的简单随机样本,

\bar{X} 是样本均值; (1) 若 $I = 2$, 求 $P(X_1 > 2)$ 的值, 以及 $P(\bar{X} > 2.1)$ 的近似值。 (2) 若 $I > 0$

未知, 判断统计量 $T = \frac{1}{200} \sum_{i=1}^{200} X_i(X_i - 1)$ 是否为 I^2 的无偏估计量, 说明理由.

四. (12 分) 设随机变量 (X, Y) 的密度函数 $f(x, y) = \begin{cases} 6(x - y), & 0 < y < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 求

(1) $P(Y > 0.5)$; (2) X 的边际密度函数 $f_X(x)$ (3) 设 $Z = X + Y$, 求 Z 的密度函数 $f_Z(z)$.

五. (12 分) 设两个独立正态总体 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 现分别从总体 X 和 Y 中取得容量为 10 和 8 的样本, 测得样本均值 $\bar{x} = 147.32, \bar{y} = 141.11$, 样本标准差 $s_1 = 6.4, s_2 = 5.4$. (1) 以显著水平 0.05 检验假设 $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$; (2) 设 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ 未知, 求 $\mu_1 - \mu_2$ 的置信度为 95% 的双侧置信区间.

六. (14 分) 对总体进行 100 次独立重复观察, 得到观察值 $x_i, i = 1, \dots, 100$, 其中最小值为 1.01, 最大值为 520.1, 平均值为 16.7, 具体数据分布如下:

观察值 x_i 的范围	$x \leq 1.6$	$1.6 < x \leq 2$	$2 < x \leq 4$	$4 < x \leq 10$	$x > 10$
频数 n_i	33	17	23	12	15

(1) 若总体 X 的概率密度函数为 $f(x, q) = \begin{cases} q/x^2, & x \geq q \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 求 q 的极大似然估计值;

(2) 在显著水平 0.05 下用 χ^2 拟合检验法检验 H_0 : 总体 X 的概率密度 $f(x) = \begin{cases} x^{-2}, & x \geq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$.