In [1]:

```
import numpy as np
```

1. Найти собственные векторы и собственные значения для линейного оператора, заданного матрицей

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\triangle \begin{pmatrix} -1-\lambda & -6 \\ 2 & 6-\lambda \end{pmatrix} = 0$$ $$\triangle \begin{pmatrix} -1-\lambda & -6 \\ 2 & 6-\lambda \end{pmatrix} = 0$$

$\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$ $\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$

x_1 x_1 = 2

x_2 x_2 = 3

$$\begin{cases} -x_1 - 6x_2 = 2x_1, \\ 2x_1 + 6x_2 = 2x_1. \end{cases}$$ $$\begin{cases} -x_1 - 6x_2 = 2x_1, \\ 2x_1 + 6x_2 = 2x_1. \end{cases}$$ $e_1 = (0, 0)$ $e_1 = (0, 0)$

$$\begin{cases} -x_1 - 6x_2 = 3x_1, \\ 2x_1 + 6x_2 = 3x_1. \end{cases}$$ $$\begin{cases} -x_1 - 6x_2 = 3x_1, \\ 2x_1 + 6x_2 = 3x_1. \end{cases}$$ $e_2 = (1, -2/3)$ $e_2 = (1, -2/3)$

In [2]:

```
a = np.array([[-1, -6], [2, 6]])
```

In [4]:

```
np.linalg.eig(a)
```

Out[4]:

```
(array([2., 3.]),
 array([[-0.89442719,  0.83205029],
        [ 0.4472136 , -0.5547002 ]]))
```

2. Дан оператор поворота на 180 градусов, задаваемый матрицей

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Показать, что **любой** вектор является для него собственным.

$$\triangle \begin{pmatrix} -1-\lambda & 0 \\ 0 & -1-\lambda \end{pmatrix} = 0$$$$\triangle \begin{pmatrix} -1-\lambda & 0 \\ 0 & -1-\lambda \end{pmatrix} = 0$$

$\lambda^2 + 2\lambda + 1 = 0$$\lambda^2 + 2\lambda + 1 = 0$

x_1 x_1 = -1

x_2 x_2 = -1

$$\begin{cases} -x_1 = -x_1, \\ -x_2 = -x_2. \end{cases}$$$$\begin{cases} -x_1 = -x_1, \\ -x_2 = -x_2. \end{cases}$$ x_1 x_1 и x_2 x_2 могут быть любыми числами,

следовательно любой вектор может быть собственным

3. Пусть линейный оператор задан матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Установить, является ли вектор $x = (1, 1)$$x = (1, 1)$ собственным вектором этого линейного оператора.

$\mathbf{A}x = \lambda x$$\mathbf{A}x = \lambda x$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \lambda\lambda\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{cases} 1 + 1 = \lambda, \\ -1 + 3 = \lambda \end{cases}$ $\begin{cases} 1 + 1 = \lambda, \\ -1 + 3 = \lambda \end{cases}$

$\lambda = 2$$\lambda = 2$ и в 1-м и во 2-м уравнениях, следовательно вектор x=(1,1) является собственным

4. Пусть линейный оператор задан матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Установить, является ли вектор $x = (3, -3, -4)$$x = (3,\ -3,\ -4)$ собственным вектором этого линейного оператора.

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} = \lambda\lambda\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} -9 = 3\lambda, \\ 9 = -3\lambda, \\ -12 = -4\lambda, \end{cases} \begin{cases} -9 = 3\lambda, \\ 9 = -3\lambda, \\ -12 = -4\lambda, \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 = \lambda, \\ -3 = \lambda, \\ 3 = \lambda, \end{cases} \begin{cases} -3 = \lambda, \\ -3 = \lambda, \\ 3 = \lambda, \end{cases}$$

$\lambda\lambda$ в 1-м, во 2-м и в 3-м уравнениях не равны, следовательно вектор x=(3,-3,-4) не является собственным