

In [1]:

```
import numpy as np
```

1. Вычислить определитель:

a)

$$\begin{vmatrix} \sin x & -\cos x \\ \cos x & \sin x \end{vmatrix};$$

$$\begin{vmatrix} \sin x & -\cos x \\ \cos x & \sin x \end{vmatrix};$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

б)

$$\begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix};$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix};$$

$$((4 * 5 * 9) + (2 * 1 * 0) + (0 * 0 * 3)) - ((3 * 5 * 0) + (0 * 2 * 9) + (0 * 1 * 4)) = 180$$

в)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}.$$

$$((1 * 5 * 9) + (2 * 6 * 7) + (4 * 8 * 3)) - ((3 * 5 * 7) + (2 * 4 * 9) + (8 * 6 * 1)) = 45 + 84 + 96 - 105 - 72 - 48 = 0$$

2. Определитель матрицы  $AA$  равен 44. Найти:

а)  $\det(A^2)\det(A^2)$ ;

б)  $\det(A^T)\det(A^T)$ ;

в)  $\det(2A)\det(2A)$ .

Возьмем 2 разные матрицы, определители которых равны 4, и с их помощью проверим можно ли, зная определитель исходной матрицы  $A$ , узнать определители матриц  $A^2$ ,  $A^T$ ,  $2AA^2$ ,  $A^T$ ,  $2A$

In [17]:

```
a = np.array([[4,3],[4,4]])  
np.linalg.det(a**2)
```

Out[17]:

111.99999999999996

In [18]:

```
np.linalg.det(a.T)
```

Out[18]:

4.0

In [19]:

```
np.linalg.det(2*a)
```

Out[19]:

15.999999999999998

In [12]:

```
b = np.array([[2,2,1],[0,2,3],[0,0,1]])  
np.linalg.det(b)
```

Out[12]:

4.0

In [13]:

```
np.linalg.det(b**2)
```

Out[13]:

15.999999999999998

In [14]:

```
np.linalg.det(b.T)
```

Out[14]:

4.0

In [15]:

```
np.linalg.det(2*b)
```

Out[15]:

32.0

Вывод: зная определитель исходной матрицы  $A$ , узнать определители матриц  $A^2$ ,  $2AA^2$ ,  $2A$  нельзя, но определитель транспонированной матрицы  $A^T A^T$  будет равен определителю исходной матрицы  $A$

3. Доказать, что матрица

$$\begin{pmatrix} -2 & 7 & -3 \\ 4 & -14 & 6 \\ -3 & 7 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 7 & -3 \\ 4 & -14 & 6 \\ -3 & 7 & 13 \end{pmatrix}$$

вырожденная.

$((-2 * -14 * 13) + (7 * 6 * -3) + (4 * 7 * -3)) - ((-3 * -14 * -3) + (4 * 7 * 13) + (7 * 6 * -2)) = (364 - 126 - 84) - (-126 + 364 - 84) = 0$  следовательно матрица вырожденная

4. Найти ранг матрицы:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix};$$

третья строка является суммой первых двух, значит можно ее отбросить, соответственно ранг равен 2

$$\text{б) } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

третья строка является суммой первых двух, значит можно ее отбросить, соответственно ранг равен 3

In [ ]: