1) Найти область определения функции:

$$z = \sqrt{1-x^3} + \ln(y^2-1)$$

$1-x^3 \geq 0$ $\qquad$ $y^2-1>0$

$x \leq 1$ $\qquad$ $y>1 \quad y<-1$

$x: [-\infty; 1]$ $\qquad$ $y: [-\infty; -1) \cup (1; +\infty]$

2) Найти производные первого порядка функции:

$$z = \left(1+\frac{\ln x}{\ln y}\right)^{+3} = \left(1+\ln x \cdot (\ln y)^{-1}\right)^3$$

$$z'_x = 3\left(1+\frac{\ln x}{\ln y}\right)^2 \cdot \frac{1}{x\ln y} = \frac{3}{x\ln y}\left(1+\frac{\ln x}{\ln y}\right)^2$$

$$z'_y = 3\left(1+\frac{\ln x}{\ln y}\right)^2 \cdot (-1)\cdot(\ln y)^{-2}\cdot\frac{1}{y} =$$

$$= -\frac{3}{y\ln^2 y}\left(1+\frac{\ln x}{\ln y}\right)^2$$

3) Найти полный дифференциал функции в точке (1;1)

$$z = \sqrt{2xy + \cos\frac{x}{y}} = \left(2xy + \cos\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$z'_x = \frac{1}{2}\left(2xy + \cos\frac{x}{y}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(2y + \left(-\sin\frac{x}{y}\right)\cdot\frac{1}{y}\right) =$$

$$= \frac{2y - \frac{\sin\frac{x}{y}}{y}}{2\sqrt{2xy + \cos\frac{x}{y}}}$$

$$z'_y = \frac{1}{2}\left(2xy + \cos\frac{x}{y}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(2x + \left(-\sin\frac{x}{y}\right)\cdot\left(-\frac{1}{y^2}\right)\right) =$$

$$= \frac{2x + \frac{\sin\frac{x}{y}}{y^2}}{2\sqrt{2xy + \cos\frac{x}{y}}}$$

$$dz = z'_x \Delta x + z'_y \Delta y =$$

$$= \frac{1}{\cancel{2}\sqrt{2x + \cos\frac{x}{y}}} \cdot \left(\cancel{2}y - \cancel{\sin\frac{x}{y}} + \cancel{2}x + \cancel{\sin\frac{x}{y}}\right) =$$

$$= \frac{y - x}{\sqrt{2x + \cos\frac{x}{y}}}$$

$$dz(1;1) = \frac{1-1}{\sqrt{2\cdot 1 + \cos\frac{1}{1}}} = 0$$

4) Исследовать на экстремум функцию

$z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$

$z'_x = 2x + y - 6$

$z'_y = x + 2y - 9$

$\begin{cases} 2x + y - 6 = 0 \\ x + 2y - 9 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 9 - 2y \\ y = 6 - 2x = 6 - 2(9 - 2y) = 12 + 4y \Rightarrow 12 = 3y \Rightarrow y = 4 \end{cases}$

$\Downarrow$

$x = 1$

Экстремум ф-и в (.) $(1; 4)$