

In [1]:

```
import numpy as np
import pandas as pd
from matplotlib import pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
from scipy import stats

plt.style.use('seaborn-whitegrid')
```

Задача 1

Даны значения величины заработной платы заемщиков банка (salary) и значения их поведенческого кредитного скоринга (scoring): salary = [35, 45, 190, 200, 40, 70, 54, 150, 120, 110] scoring = [401, 574, 874, 919, 459, 739, 653, 902, 746, 832]

Возьмём в качестве признака значение salary, а в качестве целевой переменной - scoring. Найдите коэффициенты линейной регрессии с помощью формул для парной регрессии, а затем с помощью метода наименьших квадратов. Постройте scatter plot по данным и отметьте на нём прямую линейной регрессии, полученную в п. 1. Посчитайте коэффициент детерминации, среднюю ошибку аппроксимации. Оцените построенное уравнение регрессии с помощью F-критерия Фишера. Постройте для коэффициентов регрессии доверительные интервалы с помощью t-статистики Стьюдента.

In [2]:

```
salary = [35, 45, 190, 200, 40, 70, 54, 150, 120, 110]
scoring = [401, 574, 874, 919, 459, 739, 653, 902, 746, 832]
```

In [3]:

```
x1 = np.array(salary)
y1 = np.array(scoring)
```

In [4]:

```
b1 = np.cov(x1, y1, ddof=1)[0, 1] / np.var(x1, ddof=1)
b1
```

Out [4]:

2.620538882402765

In [5]:

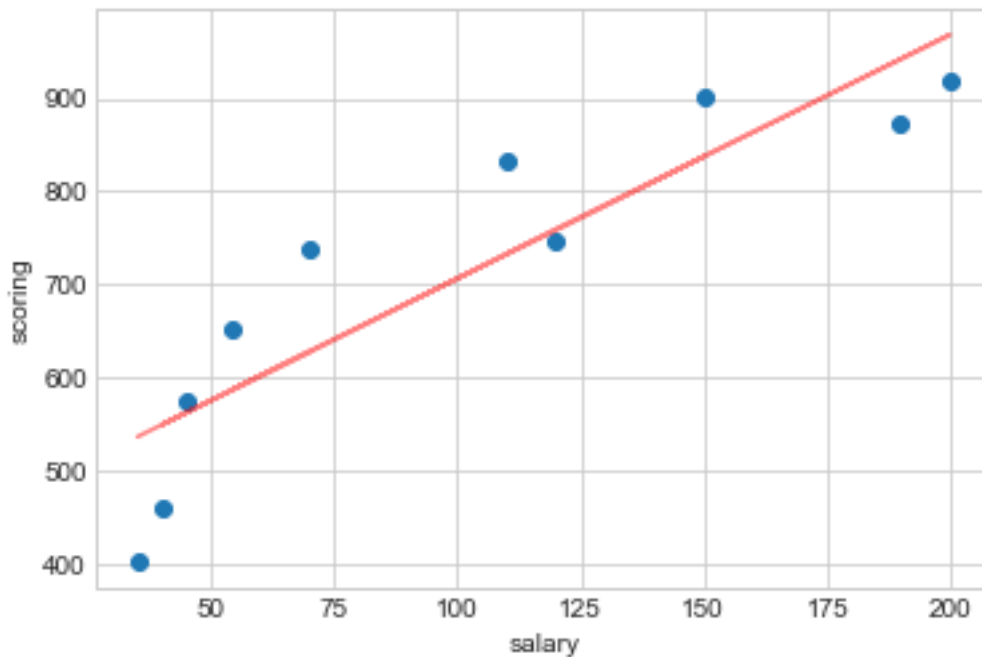
```
b0 = y1.mean() - b1 * x1.mean()  
b0
```

Out [5]:

444.1773573243596

In [6]:

```
ox = x1  
oy = b0 + b1 * ox  
  
plt.scatter(x1, y1)  
plt.plot(ox, oy, color='red', alpha=0.5)  
  
plt.xlabel('salary')  
plt.ylabel('scoring');
```



In [14]:

```
z1 = b0 + b1 * x1  
  
print(f'real: {y1[:5]}')  
print(f'pred: {z1[:5]}')
```

```
real: [401 574 874 919 459]  
pred: [535.89621821 562.10160703 942.07974498 968.28  
51338 548.99891262]
```

In [15]:

```
R1 = 1 - (z1 - y1).var() / y1.var()  
R1
```

Out[15]:

0.7876386635293686

In [16]:

```
np.corrcoef(x1, y1) ** 2
```

Out[16]:

```
array([[1., 0.78763866],  
       [0.78763866, 1.]])
```

In [17]:

```
def mean_approximation_error(y_real: np.ndarray, y_pred: np.ndarray)  
    """Средняя ошибка аппроксимации.  
    """  
  
    return np.abs((y_real - y_pred) / y_real).mean()
```

In [21]:

```
mean_approximation_error(y1, z1)
```

Out[21]:

0.11469251843561709

In [22]:

```
k1 = 1  
k2 = 8  
  
F1 = (R1 / k1) / ((1 - R1) / k2)  
F1
```

Out[22]:

29.67164085966451

In [24]:

```
alpha = 0.05  
  
F_crit = stats.f.ppf(1 - alpha, k1, k2)  
F_crit
```

Out[24]:

5.317655071578714

In [25]:

```
def standard_error_slope(  
    x: np.ndarray,  
    y: np.ndarray,  
    z: np.ndarray,  
) -> float:  
    """Стандартная ошибка коэффициента наклона.  
    """  
  
    n = x.shape[0]  
  
    upper = ((y - z) ** 2).sum() / (n - 2)  
    lower = ((x - x.mean()) ** 2).sum()  
  
    return np.sqrt(upper / lower)
```

In [26]:

```
s_slope = standard_error_slope(x1, y1, z1)  
s_slope
```

Out[26]:

0.48108279568516005

In [27]:

```
alpha = 0.05  
  
t = stats.t.ppf(1 - alpha / 2, df=8)  
t
```

Out[27]:

2.3060041350333704

In [28]:

```
(b1 - t * s_slope, b1 + t * s_slope)
```

Out[28]:

```
(1.5111599662593718, 3.729917798546158)
```

In [29]:

```
def standard_error_intercept(
    x: np.ndarray,
    y: np.ndarray,
    z: np.ndarray,
) -> float:
    """Стандартная ошибка коэффициента сдвига.
    """

    return standard_error_slope(x, y, z) * np.sqrt((x ** 2).mean()
```

In [30]:

```
s_intercept = standard_error_intercept(x1, y1, z1)
s_intercept
```

Out[30]:

```
56.46649755068153
```

In [31]:

```
(b0 - t * s_intercept, b0 + t * s_intercept)
```

Out[31]:

```
(313.9653804816363, 574.3893341670829)
```

Задача 2

Допустим, первые 5 клиентов из предыдущего задания проживают в Москве, а остальные - в Санкт-Петербурге. Влияет ли этот фактор на значение их кредитного скоринга?

In [37]:

```
sal1 = salary[0:5]
sco1 = scoring[0:5]
x2 = np.array(sal1)
y2 = np.array(sco1)
```

In [38]:

```
b21 = np.cov(x2, y2, ddof=1)[0, 1] / np.var(x2, ddof=1)
b21
```

Out[38]:

2.72834427929485

In [39]:

```
b20 = y2.mean() - b21 * x2.mean()
b20
```

Out[39]:

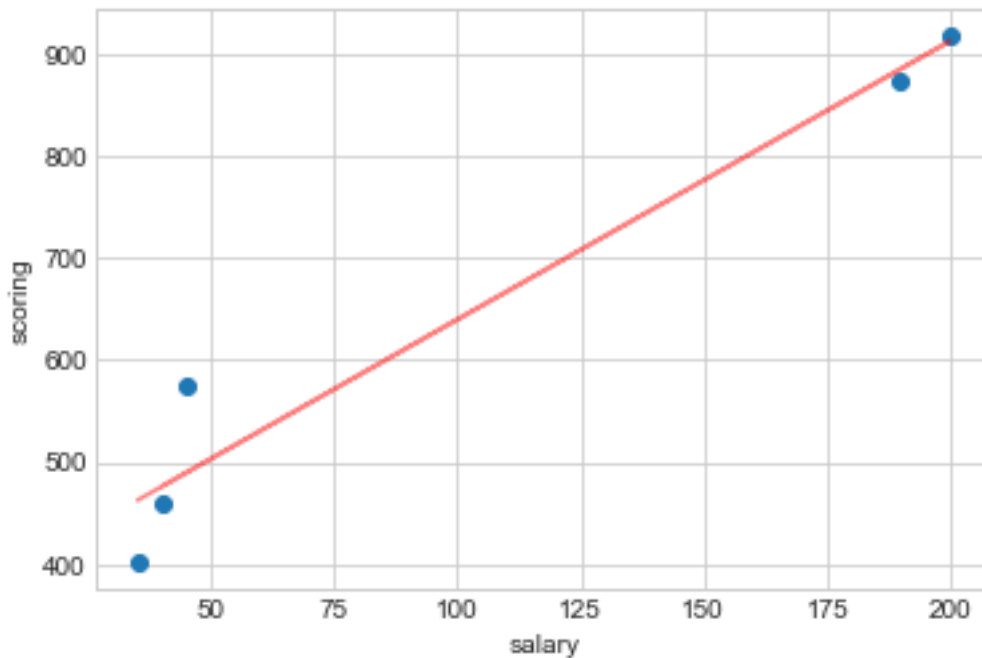
367.1088835119253

In [40]:

```
ox = x2
oy = b20 + b21 * ox

plt.scatter(x2, y2)
plt.plot(ox, oy, color='red', alpha=0.5)

plt.xlabel('salary')
plt.ylabel('scoring');
```



In [44]:

```
sal2 = salary[5:]
sco2 = scoring[5:]
x3 = np.array(sal1)
y3 = np.array(sco1)
```

In [45]:

```
b31 = np.cov(x3, y3, ddof=1)[0, 1] / np.var(x3, ddof=1)
b31
```

Out[45]:

2.72834427929485

In [46]:

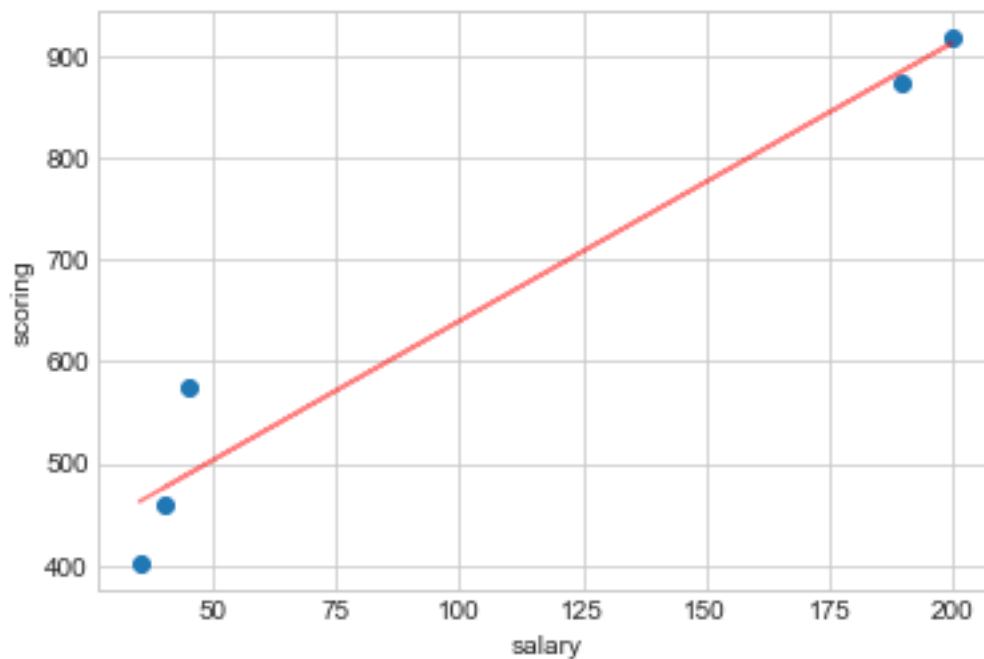
```
b30 = y3.mean() - b31 * x3.mean()  
b30
```

Out[46]:

367.1088835119253

In [73]:

```
ox = x3  
oy = b30 + b31 * ox  
  
plt.scatter(x3, y3)  
plt.plot(ox, oy, color='red', alpha=0.5)  
  
plt.xlabel('salary')  
plt.ylabel('scoring');
```



In [74]:

```
ox
```

Out[74]:

```
array([ 35,  45, 190, 200,  40])
```

ответ: не повлияет

Задача 3

Квартет Энскомба — популярный в области анализа данных пример наборов данных, у которых практически совпадают все статистические свойства (средние, дисперсии, коэффициенты корреляции, регрессионные линии), однако, существенно отличаются графики. Данный пример призван показать, насколько важна визуализация данных. Датасет представляет собой 4 пары выборок: { "x1": [10.0, 8.0, 13.0, 9.0, 11.0, 14.0, 6.0, 4.0, 12.0, 7.0, 5.0], "y1": [8.04, 6.95, 7.58, 8.81, 8.33, 9.96, 7.24, 4.26, 10.84, 4.82, 5.68], "x2": [10.0, 8.0, 13.0, 9.0, 11.0, 14.0, 6.0, 4.0, 12.0, 7.0, 5.0], "y2": [9.14, 8.14, 8.74, 8.77, 9.26, 8.1, 6.13, 3.1, 9.13, 7.26, 4.74], "x3": [10.0, 8.0, 13.0, 9.0, 11.0, 14.0, 6.0, 4.0, 12.0, 7.0, 5.0], "y3": [7.46, 6.77, 12.74, 7.11, 7.81, 8.84, 6.08, 5.39, 8.15, 6.42, 5.73], "x4": [8.0, 8.0, 8.0, 8.0, 8.0, 8.0, 8.0, 19.0, 8.0, 8.0, 8.0], "y4": [6.58, 5.76, 7.71, 8.84, 8.47, 7.04, 5.25, 12.5, 5.56, 7.91, 6.89] } По каждой паре выборок посчитайте: выборочное среднее и дисперсию каждой выборки, коэффициент корреляции Пирсона и прямую линейной регрессии. Убедившись в том, что они не практически не отличаются, постройте scatter plot по каждой паре выборок.

In [49]:

```
X = { "x1": [10.0, 8.0, 13.0, 9.0, 11.0, 14.0, 6.0, 4.0, 12.0, 7.0, 5.0],
      "y1": [8.04, 6.95, 7.58, 8.81, 8.33, 9.96, 7.24, 4.26, 10.84, 4.82, 5.68],
      "x2": [10.0, 8.0, 13.0, 9.0, 11.0, 14.0, 6.0, 4.0, 12.0, 7.0, 5.0],
      "y2": [9.14, 8.14, 8.74, 8.77, 9.26, 8.1, 6.13, 3.1, 9.13, 7.26, 4.74],
      "x3": [10.0, 8.0, 13.0, 9.0, 11.0, 14.0, 6.0, 4.0, 12.0, 7.0, 5.0],
      "y3": [7.46, 6.77, 12.74, 7.11, 7.81, 8.84, 6.08, 5.39, 8.15, 6.42, 5.73],
      "x4": [8.0, 8.0, 8.0, 8.0, 8.0, 8.0, 8.0, 19.0, 8.0, 8.0, 8.0],
      "y4": [6.58, 5.76, 7.71, 8.84, 8.47, 7.04, 5.25, 12.5, 5.56, 7.91, 6.89] }
```

In [57]:

```
np.mean(X["x1"])
```

Out [57]:

9.0

In [58]:

```
cov1 = np.cov(X["x1"],X["y1"])  
cov1
```

Out [58]:

```
array([[11.        ,  5.501       ],  
       [ 5.501      ,  4.12726909]])
```

In [62]:

```
X1 = np.array(X["x1"])  
Y1 = np.array(X["y1"])
```

In [63]:

```
B1 = np.cov(X1, Y1, ddof=1)[0, 1] / np.var(X1, ddof=1)  
B1
```

Out [63]:

```
0.5000909090909093
```

In [64]:

```
B0 = Y1.mean() - B1 * X1.mean()  
B0
```

Out [64]:

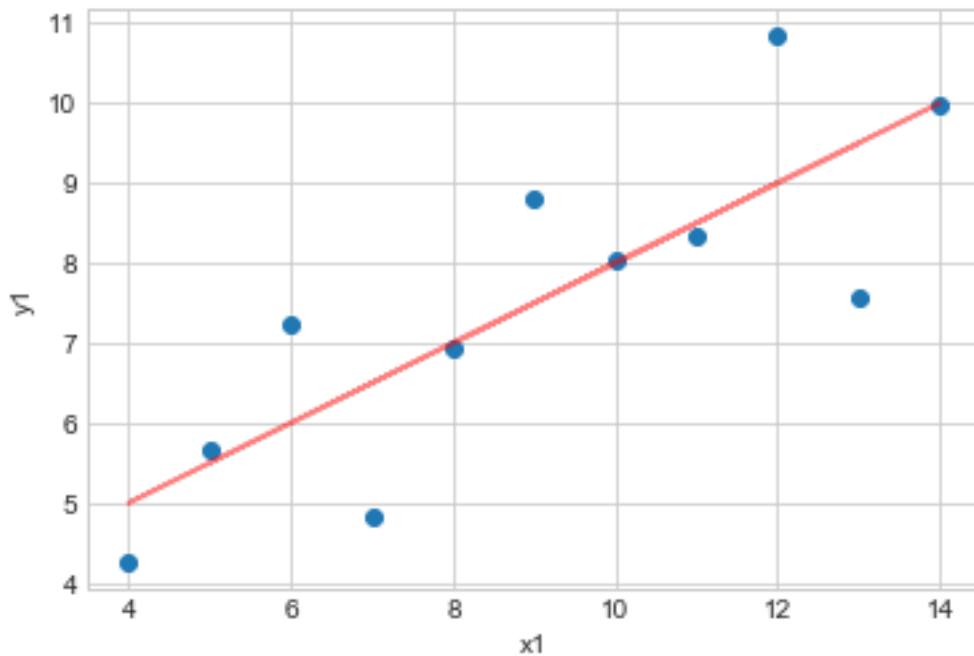
```
3.0000909090909094
```

In [76]:

```
ox = X1
oy = B0 + B1 * ox

plt.scatter(X1, Y1)
plt.plot(ox, oy, color='red', alpha=0.5)

plt.xlabel('x1')
plt.ylabel('y1');
```



In [77]:

```
cov2 = np.cov(X["x2"],X["y2"])
cov2
```

Out[77]:

```
array([[11.        ,  5.5        ],
       [ 5.5        ,  4.12762909]])
```

In [78]:

```
X2 = np.array(X["x2"])
Y2 = np.array(X["y2"])
```

In [79]:

```
B2 = np.cov(X2, Y2, ddof=1)[0, 1] / np.var(X2, ddof=1)
B2
```

Out[79]:

0.50000000000000001

In [80]:

```
B02 = Y2.mean() - B2 * X2.mean()
B02
```

Out[80]:

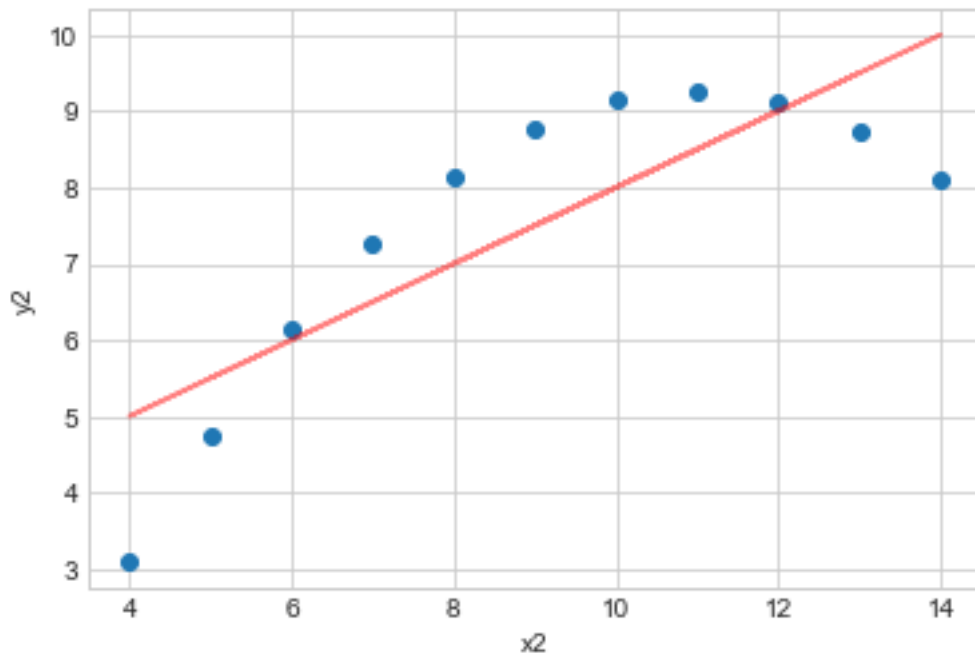
3.000909090909089

In [81]:

```
OX2 = X2
OY2 = B02 + B2 * OX2

plt.scatter(X2, Y2)
plt.plot(OX2, OY2, color='red', alpha=0.5)

plt.xlabel('x2')
plt.ylabel('y2');
```



In [60]:

```
cov3 = np.cov(X["x3"],X["y3"])  
cov3
```

Out [60]:

```
array([[11.      ,  5.497  ],  
       [ 5.497  ,  4.12262]])
```

In [82]:

```
X3 = np.array(X["x3"])  
Y3 = np.array(X["y3"])
```

In [83]:

```
B3 = np.cov(X3, Y3, ddof=1)[0, 1] / np.var(X3, ddof=1)  
B3
```

Out [83]:

```
0.49972727272727285
```

In [84]:

```
B03 = Y3.mean() - B3 * X3.mean()  
B03
```

Out [84]:

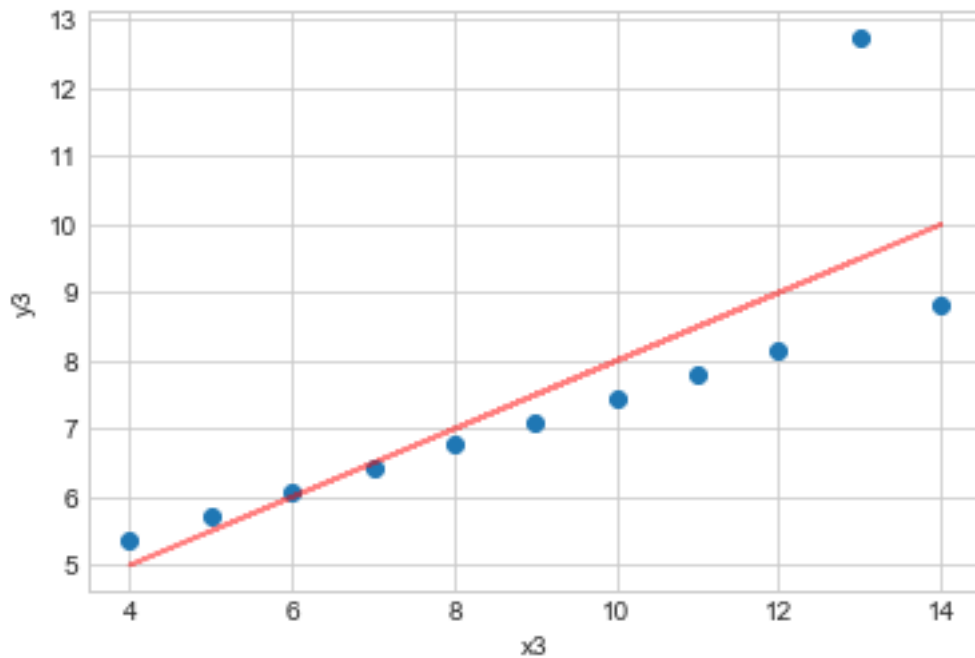
```
3.002454545454544
```

In [85]:

```
OX3 = X3
OY3 = B03 + B3 * OX3

plt.scatter(X3, Y3)
plt.plot(OX3, OY3, color='red', alpha=0.5)

plt.xlabel('x3')
plt.ylabel('y3');
```



In [61]:

```
cov4 = np.cov(X["x4"],X["y4"])
cov4
```

Out [61]:

```
array([[11.        ,  5.499        ],
       [ 5.499        ,  4.12324909]])
```

In [86]:

```
X4 = np.array(X["x4"])
Y4 = np.array(X["y4"])
```

In [87]:

```
B4 = np.cov(X4, Y4, ddof=1)[0, 1] / np.var(X4, ddof=1)
B4
```

Out[87]:

0.49990909090909086

In [88]:

```
B04 = Y4.mean() - B4 * X4.mean()
B04
```

Out[88]:

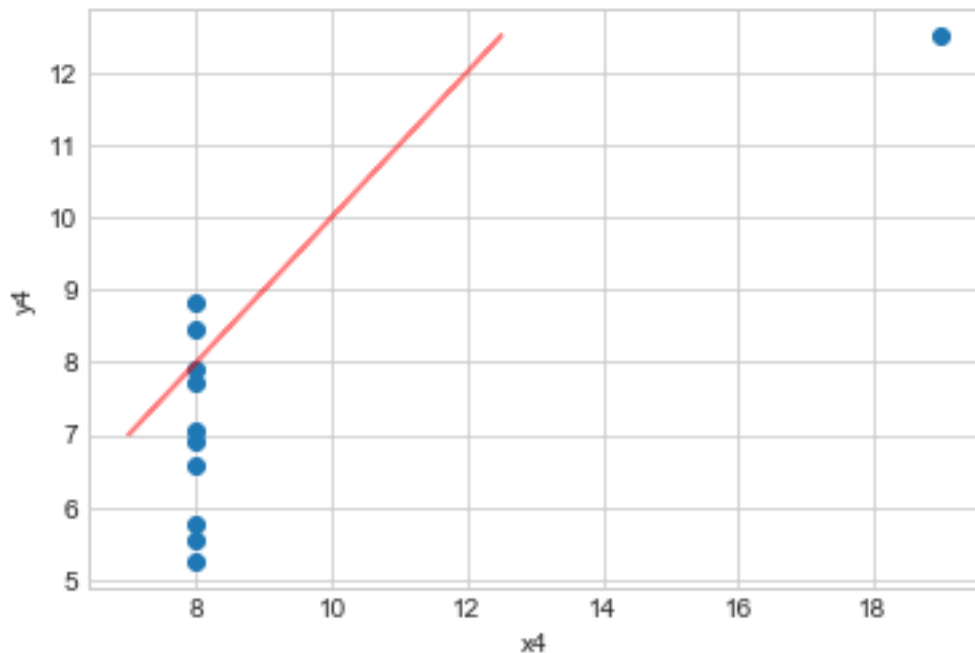
3.0017272727272735

In [89]:

```
OX4 = X4
OX4 = B04 + B4 * OX4

plt.scatter(X4, Y4)
plt.plot(OX4, OX4, color='red', alpha=0.5)

plt.xlabel('x4')
plt.ylabel('y4');
```



In []:

