ä½ å¥½ï¼Œæˆ‘æ˜¯æœ±ç»´å˜ã€‚æ¬¢è¿Žä½ ç»§ç»è·Ÿæˆ‘å¦ä¹ çº¿æ€§ä»£æ•°ï¼Œä»Šå¤©æˆ‘ä»¬è¦è®²çš„å†…å®¹æ˜¯â€œä»¿å°„ç©ºé—´â€ã€‚

ä¸€å¬åˆ°ä»¿å°„ç©ºé—´ï¼Œä½ ä¹Ÿè®¸ä¼šè§‰å¾—å¾ˆé™Œç"Ÿï¼Œå…¶å®žæˆ‘ä»¬è¦å¼•å…¥å®ƒæ˜¯å› ä¸ºï¼Œåœ¨æ¬§å¼ ç©ºé—´ï¼ŸçŽ°åœ¨æˆ‘ä»¬å…ˆæ¥ä»‹ç»å‡ ä¸ªç©ºé—´
´ï¼Ÿç‰¹å¾ï¼Ÿè™½ç„¶æ²¡ä»€ä¹ˆè”ç³»ï¼Œä½†å®ƒä»¬ä¹‹é—´å'Œè"ç³»å°±æ˜¯ä»€ä¹ˆå'¢ï¼Ÿè¿™æˆ'ä»¬å°±è¦ä»Žçº¿æ€§ç©ºé—´å¼€å§‹è¯´èµ·äº†ã€‚

æˆ'ä»¬çŸ¥é"ï¼Œçº¿æ€§ç©ºé—´ä¸æœ‰åŽŸç‚¹å'Œæ ‡å‡†ä¸¤ä¸ªåŸºï¼Œè€Œä»¿å°„ç©ºé—´ä¸Žçº¿æ€§ç©ºé—´
´çš„åŒºåˆ«å°±åœ¨äºŽå®ƒåˆ°åŠ äº†ä¸€ä¸ªåŸºç¡€ï¼Œé‚£å°±æ˜¯â€œç‚¹â€ï¼Œè€Œä¸"å®ƒä»¬çš„è¿ç®—è§„åˆ™ä¹Ÿä¸ç›¸åŒã€‚æ¯"å¦‚ï¼Œåœ¨ä»¿å°„ç©ºé—´ä¸ï¼Œç‚¹å'Œæ ‡é‡ä¹‹é—´
´æ²¡æœ‰åŠ å'Œä¹˜è¿ç®—ï¼›å'é‡å'Œç‚¹ä¹‹é—´æœ‰åŠ æ³•ï¼Œè¿ç®—ç»"æžœæ˜¯ç‚¹ï¼›ç‚¹å'Œç‚¹ä¹‹é—´æœ‰å‡æ³•ï¼Œè¿ç®—ç»"æžœæ˜¯å'é‡ã€‚

æ‰€ä»¥ï¼Œä»¿å°„ç©ºé—´å¯ä»¥è¯´æ˜¯ç‚¹å'Œå'é‡çš„ç©ºé—´ï¼Œè€Œä¸"å®ƒä»¥è¦ç›¸æ˜¯ä¸€ä¸ªæ²¡æœ‰åŽŸç‚¹çš„çº¿æ€§ç©ºé—´
´ã€é‚£ä½ æœ‰æ²¡æœ‰ƒ³è¿‡ï¼Œæˆ'ä»¬ä¸ºä»€ä¹ˆè¦ç"¨ä»¿å°„ç©ºé—´å'¢ï¼Ÿ

é‚£æ˜¯å› ä¸ºä»¿å°„ç©ºé—´åœ¨è®¡ç®—æœºå›¾å½¢å¤„ç†ä¸æœ‰ç€æžå…¶é‡è¦çš„åœ°ä½ã€‚åœ¨çº¿æ€§ç©ºé—´ä¸ï¼Œæˆ'ä»¬å¯ä»¥ç"¨çŸ©é˜µä¹˜å'é‡çš„æ–
¹æ³•è¡¨ç¤ºå‚ç§çº¿æ€§å˜æ¢ã€‚ä½†æ˜¯ï¼Œæœ‰ä¸€ç§å¸¸ç"¨çš„å˜æ¢å´ä¸èƒ½ç"¨çº¿æ€§å˜æ¢çš„æ–
¹å¼è¡¨ç¤ºï¼Œé‚£å°±æ˜¯**å¹³ç§»**ï¼Œä¸€ä¸ªå›¾å½¢çš„å¹³ç§»æ˜¯éžçº¿æ€§çš„ã€‚ä¸ºäº†è¡¨ç¤ºå¹³ç§»ï¼Œä»¥åŠæ–¹ä¾¿çŽ°å®žä¸–ç•Œçš„æœºè¿ç®—ï¼Œå°±éœ€è¦ä½¿ç"¨ä»¿å°„ç©ºé—´ã€‚

ä»¿å°„ç©ºé—´

å'Œå'é‡ç©ºé—´ä¸€æ ·ï¼Œæˆ'ä»¬çŽ°åœ¨éœ€è¦æŠŠæ³¨æ„åŠ›è½¬ç§»åˆ°æ›´æœ‰åŽè·µæ„ä¹‰çš„ä»¿å°„ç©ºé—´ä¸Šã€‚ä»¿å°„ç©ºé—´åœ¨è®¡ç®—æœºç§'å¦ä¸
çš„è¿ç"¨ä»è¦ä½"çŽ°åœ¨**è®¡ç®—æœºå›¾å½¢å¤„ç†**ä¸ï¼Œæ¯"å¦‚ï¼Œå›¾å½¢çš„å¹³ç§»ã€ç¼©æ"¾å'Œæ—‹è½¬ç‰ç‰ã€‚

å¦‚æžœæˆ'ä»¬æŠŠAxçœ‹æˆæ˜¯çº¿æ€§ï¼Œé‚£ä¹ˆ$Ax+b$å°±æ˜¯ä»¿å°„ï¼Œå…¶å®žå°±æ˜¯å¤šäº†ä¸€ä¸ªå¹³ç§»ã€‚ä¹Ÿå°±æ˜¯è¯´ï¼Œæˆ'ä»¬å®Œå…¨å¯ä»¥æŠŠä»¿å°„ç©ºé—´
´çœ‹æˆæ˜¯çº¿æ€§å空é—´çš„å¹³ç§»ã€‚

è¿™æ ·ç†è§£å¾ˆå®¹æ˜"ï¼Œä¸è¿‡ï¼Œæˆ'ä»¬è¿˜æ˜¯è¦çœ‹çœ‹æ•°å¦ä¸Šå¯¹ä»¿å°„ç©ºé—´çš„ä¸¥æ ¼å®šä¹‰ï¼šVæ˜¯ä¸€ä¸ªå'é‡ç©ºé—´ï¼ŒUæ˜¯Vçš„ä¸€ä¸ªå'é‡å空é—´
´ï¼Œx_{0}æ˜¯Vä¸çš„å…ƒç´ ï¼Œé‚£ä»¿å°„ç©ºé—´Lå°±ç‰äºŽï¼š$L=x_{0}+U:=\left\{x_{0}+u: u \in U\right\}$ã€‚

è¿™é‡Œçš„Uå«åšæ–¹å'ï¼Œx_{0}å«åš"æ"¯ç‚¹ã€‚ä»¿å°„ç©ºé—´åœ¨å®žæ•°ä¸‰ç»´R^{3}ä¸æœ‰ç‚¹ã€çº¿å'Œé¢ï¼Œå®ƒä»¬åœ¨æ ‡ç³»ä¸éƒ½æ˜¯ä¸è¿‡åŽŸç‚¹çš„ã€‚

ä»¿å°„ç©ºé—´ä¹Ÿç»å¸¸ç"±å‚æ•°æ¥æè¿°ã€å› ä¸ºï¼Œæˆ'ä»¬é€šè¿‡å‚æ•°ï¼ŒæŠŠè¡¨è¾¾å¼ç»"åˆæˆæ–¹ç¨‹å½¢å¼ï¼Œè¿™æ ·æ›´æœ‰åŠ©äºŽè®¡ç®—
ã€å‡è®¾ï¼Œæœ‰ä¸€ä¸ªkç»´çš„ä»¿å°„ç©ºé—´Lï¼Œå®ƒå¯ä»¥è¡¨ç¤ºæˆ$L=x_{0}+U$ã€å¦‚æžœUæœ‰ä¸€ä¸ªæœ‰åºåŸº$(b_{1}, \cdots, b_{k})$ï¼Œé‚£ä¹ˆï¼Œæ¯ä¸€ä¸ªå±žäºŽä»¿å°„ç©ºé—´Lçš„å…ƒç´ xï¼Œéƒ½èƒ½å¤Ÿè¡¨ç¤ºæˆï¼š$x=x_{0}+Î»_{1} b_{1}+\cdots+Î»_{k} b_{k}$ã€

åœ¨è¿™ä¸ªè¡¨è¾¾å¼ä¸ï¼Œ$(Î»_{1}, \cdots, Î»_{k})$æ˜¯å®žæ•°å‚æ•°ï¼Œæˆ'ä»¬æŠŠè¿™ä¸ªè¡¨è¾¾å¼å«åšâ€œå‚æ•°æ–¹ç¨‹â€ï¼Œè€Œ$(b_{1}, \cdots, b_{k})$å°±æ˜¯æ–¹å'å'é‡ã€

çŽ°åœ¨æˆ'ä»¬æ¥çœ‹çœ‹ï¼Œä»¿å°„ç©ºé—´åœ¨ä¸åŒç»´åº¦ä¸çš„å‡ ä¸ªä¾‹åï¼Œè®©ä½ èƒ½å¤Ÿå ä½•è§'åº¦æ›´äº†è§£ä»¿å°„ç©ºé—´ã€

ä¸€ç»´ä»¿å°„ç©ºé—´ï¼Œä¹Ÿå«åšâ€œç›´çº¿â€ï¼Œå‚æ•°æ–¹ç¨‹æ˜¯ï¼š$y=x_{0}+\lambda b_{1}$ã€ä¹Ÿå°±æ˜¯è¯´ï¼Œä¸€æ¡ç›´çº¿æ˜¯ç"±ä¸€ä¸ªæ"¯æ'ç‚¹x_{0}å'Œä¸€ä¸ªæ
¹å'å'é‡b_{1}å®šä¹‰çš„ã€

äºŒç»´ä»¿å°„ç©ºé—´ï¼Œä¹Ÿå«åšâ€œå¹³é¢â€ï¼Œå‚æ•°æ–¹ç¨‹æ˜¯ï¼š$y=x_{0}+\lambda_{1} b_{1}+\lambda_{2} b_{2}$ã€ä¹Ÿå°±æ˜¯è¯
´ï¼Œä¸€ä¸ªå¹³é¢æ˜¯ç"±ä¸€ä¸ªæ"¯æ'ç‚¹x_{0}å'Œä¸¤ä¸ªçº¿æ€§ç‹¬ç«‹çš„å'é‡b_{1}å'Œb_{2}å®šä¹‰çš„ã€

$n-1$ç»´ä»¿å°„ç©ºé—´ï¼Œä¹Ÿå«åšâ€œè¶…å¹³é¢â€ï¼Œå‚æ•°æ–¹ç¨‹å¦‚ä¸‹ã€

$$y=x_{0}+\sum_{i=1}^{n-1} \lambda_{i} b_{i}$$

åœ¨è¿™ä¸ªå‚æ•°æ–¹ç¨‹ä¸ï¼Œ$(b_{1}, \cdots, b_{n-1})$æ˜¯$n-1$ç»´åç©ºé—´çš„ä¸€ä¸ªåŸºã€ä¹Ÿå°±æ˜¯è¯´ï¼Œè¶…å¹³é¢æ˜¯ç"±ä¸€ä¸ªæ"¯æ'ç‚¹x_{0}å'Œ$n-
1$ä¸ªçº¿æ€§ç‹¬ç«‹çš„å'é‡$(b_{1}, \cdots, b_{n-1})$æ‰€å®šä¹‰çš„ã€

ä»¿å°„æ˜ å°„

ç©ºé—´è¯´å®Œï¼Œå¿……å®šä¼šæ¥å°åŠ¨æ€ƒ¨åˆ†ï¼Œå¯¹åº"åˆ°ä»Šå¤©çš„å†…å®¹å°±æ˜¯ä»¿å°„æ˜ å°„äº†ã€ä»¿å°„æ˜ å°„å'Œå'é‡ç©ºé—´ä¹‹é—´
´çš„çº¿æ€§æ˜ å°„æ˜¯ç±»ä¼¼çš„ï¼Œå¾ˆå¤šçº¿æ€§æ˜ å°„çš„ç‰¹æ€§éƒ½èƒ½ç"¨åœ¨ä»¿å°„æ˜ å°„ä¸Šã€çŽ°åœ¨ï¼Œæˆ'ä»¬è¦•ç€æ¥å®šä¹‰ä¸¤ä¸ªä»¿å°„ç©ºé—´ä¹‹é—´çš„ä»¿å°„æ˜ å°„ã€

çŽ°åœ¨æˆ'ä»¬æœ‰ä¸¤ä¸ªå'é‡ç©ºé—´Vå'ŒWï¼Œä¸€ä¸ªVåˆ°Wçš„çº¿æ€§æ˜ å°„ϕï¼Œä»¥åŠä¸€ä¸ªå±žäºŽå'é‡ç©ºé—´Wçš„å'é‡aã€

$$
\begin{aligned}
\varphi: & \ \rightarrow W \\
& x \rightarrow a+\phi(x)
\end{aligned}
$$

ä¸Šé¢è¿™æ ·çš„æ˜ å°„å°±æ˜¯Våˆ°Wçš„ä»¿å°„æ˜ å°„ï¼Œå…¶ä¸ï¼Œä½ å¯ä»¥çœ‹åˆ°xå…ƒç´ æ˜¯é€šè¿‡çº¿æ€§æ˜ å°„å‡½æ•°ϕå'Œå¹³ç§»å'é‡aè¿›è¡Œä»¿å°„å˜æ¢çš„ã€

äº‹æƒ…å°±æ˜¯é‚£ä¹ˆç®€å•ï¼Œçœ‹ä¸ŠåŽ»å°±æ˜¯ä¸€ä¸ªçº¿æ€§æ˜ å°„åŠ ä¸Šä¸€ä¸ªå'é‡ï¼Œæˆ–è€…ä»Žå‡ ä½•è§'åº¦è
´ï¼Œå°±æ˜¯åšäº†ä¸€æ¬¡çº¿æ€§å˜æ¢åŽï¼Œè¿›è¡Œäº†ä¸€æ¬¡å¹³ç§»æ"ä½œã€è€Œæ›´ä¸"ä¸šä¸€ç‚¹çš„è
´æ³•å°±æ˜¯ï¼Œæ˜¯ä¸ªVåˆ°Wçš„ä»¿å°„æ˜ å°„ï¼Œéƒ½æ˜¯â€œä¸€ä¸ªVåˆ°Wçš„çº¿æ€§æ˜ å°„â€å'Œâ€œä¸€ä¸ªWåˆ°Wå¹³ç§»â€çš„ç»"åˆã€

ä»Žè¿™é‡Œä½ ä¹Ÿå¯ä»¥åˆ¤æ–å‡ºï¼Œä»¿å°„æ˜ å°„æ˜¯ä¿æŒäº†åŽŸå‡ ä½•ç»"æž„å'Œç»´åº¦ä¸å˜çš„ã€

æŽ¥ä¸‹æ¥ï¼Œæˆ'ä»¬åˆ†æžçœ‹çœ‹ä¸‰ç»´ä¸–ç•Œä¸ç‰©ä½"çš„ä»¿å°„æ˜ å°„ï¼Œè™½å°±åŒ…æ‹¬ç‰©ä½"çš„å¹³ç§»ã€ç¼©æ"¾å'Œæ—‹è½¬äº†ã€åœ¨åº‡ ä½•ç©ºé—´ä¸
ï¼Œç‰©ä½"çš„å¹³ç§»ã€æ—‹è½¬æ"¾å¤§ç¼©å°ï¼Œè¿™ç±»æ"ä½œå¦‚æžœä»Žå±€éƒ¨åæ ‡ç³»æ¥çœ‹ï¼Œå°±æ˜¯åœ¨å±€éƒ¨åæ ‡ç³»å®šä¹‰çš„ç‚¹ï¼Œæˆ–è€…
å'é‡xç»è¿‡å˜æ¢åŽï¼Œå¾—åˆ°ç‚¹æˆ–å'é‡yã€è¿™ç±»å˜æ¢å¯ä»¥ç"¨å…¬å¼$y=Ax+v$æ¥è¡¨ç¤ºï¼Œå…¶ä¸Aå°±æ˜¯$3Ã—3$çŸ©é˜µï¼Œvå°±æ˜¯ä¸‰ç»´å'é‡ã€

å½"ç„¶ï¼Œæˆ'ä»¬è¿˜å¯ä»¥ç"¨çŸ©é˜µæ¥è¡¨ç¤ºè¿™ç±»å˜æ¢ï¼Œä¹Ÿå°±æ˜¯ä»¿å°„å˜æ¢çŸ©é˜µå'Œå'é‡ä¹˜ï¼Œè¿™å'Œå…
¬å¼$y=Ax+v$è¾¾åˆ°çš„æ•ˆæžœæ˜¯ä¸€æ ·çš„ã€ä¸è¿‡ï¼Œç"±äºŽä»¿å°„å˜æ¢çŸ©é˜µæ˜¯åœ¨å®žè·µä¸ç»å¸¸ç"¨çš„ï¼Œæ–¹ä¾¿ï¼Œæ‰€ä»¥æˆ'ä»¬è¦æ¥å…·ä½"çœ‹çœ‹ä»¿å°„å˜æ¢çŸ©é˜µã€

ä»¿å°„å˜æ¢çŸ©é˜µ

åœ¨ä¸‰ç»´ä¸–ç•Œä¸ï¼Œç‰©ä½"çš„å¹³ç§»ã€ç¼©æ"¾å'Œæ—‹è½¬ï¼Œè¿™äº›æ"ä½œå…¶å®žéƒ½å¯ä»¥æ"¾åˆ°ä¸€ä¸ª$4Ã—4$çš„çŸ©é˜µä¸
ï¼Œå¹¶ä¸"ç»Ÿä¸€ç"¨è¿™ä¸ªçŸ©é˜µä¹Žå'é‡çš„ä¹˜æ³•æ¥è¿›è¡Œç‰©ä½"çš„åæ ‡å˜æ¢ï¼Œæˆ–è€…è¯´å'é‡çš„ç©ºé—´å˜æ¢ã€è¿™ä¸ª$4Ã—4$ä»¿å°„å˜æ¢çŸ©é˜µæ˜¯ä¸‹é¢è¿™æ ·çš„ã€

$$
A^{\prime}=\left[\begin{array}{cccc}
a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\
a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\
a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right]
$$

å…¶ä¸ï¼Œa_{11}åˆ°a_{33}çš„$3Ã—3$çŸ©é˜µå°±æ˜¯å˜æ¢å…¬å¼$y=Ax+v$ä¸çš„AçŸ©é˜µï¼Œè¡¨ç¤ºçš„æ˜¯çº¿æ€§å˜æ¢ã€‚è€Œå³ä¸Šè§’çš„a_{14} , a_{24}, a_{34}è¡¨ç¤ºçš„æ˜¯å¹³ç§»å˜æ¢ï¼Œä¹Ÿå°±æ˜¯å˜æ¢å…¬å¼ä¸çš„vå‘é‡ã€‚å³ä¸‹è§’çš„æ•°å—è¡¨ç¤ºçš„å™æ˜¯æ•´ä½“ç¼©æ”¾ï¼ŒçŽ°åœ¨å®ƒæ˜¯1ï¼Œä¹Ÿå°±æ˜¯è¯´ä¸è¿›è¡Œæ•´ä½“ç¼©æ”¾ã€‚

åœ¨è®¡ç®—æœºå›¾å½¢å›¾åƒå¤„ç†ä¸ï¼Œä»¿å°„å˜æ¢å¤šå…¶é‡è¦ï¼Œå› æ˜¯åƒ ä¸ºå®ƒèƒ½ä¿æŒå˜æ¢åŽçš„å…±çº¿æ€§å’Œå…±é¢æ€§ã€‚ä¹Ÿå°±æ˜¯è¯´ï¼Œçº¿æ®µå˜æ¢åˆ°çº¿æ®µï¼Œè¿˜æ˜¯ä¸€æ¡ç›´çº¿ï¼Œå˜æ¢å‰çš„çº¿æ®µä¸å¿ƒç‚¹å°±æ˜¯å˜æ¢åŽçš„çº¿æ®µä¸å¿ƒç‚¹ã€‚åŒæ ·ï¼Œä¸‰è§’å½¢å˜æ¢åŽï¼ŒåŽŸä¸‰è§’å½¢çš„é‡å¿ƒè¿˜æ˜¯å˜æ¢åŽæ–°ä¸‰è§’å½¢çš„é‡å¿ƒã€‚

çŽ°åœ¨ï¼Œæˆ‘ä»¬æ‹¿ä¸€ä¸ªä¸‰è§’å½¢æ¥ä¸¾ä¾‹ï¼Œå› ä¸ºä¸‰è§’å½¢ä»Žè®¡ç®—æœºå›¾å½¢å›¾åƒå¤„ç†ä¸Šæ¥è¯´æ˜¯æœ€åŸºç¡€çš„å›¾å½¢ï¼Œæ˜¯ç»„åˆæˆå…¶å®ƒå¤æ‚å›¾å½¢çš„åŸºç¡€ã€‚å¦‚æžœæˆ‘ä»¬è¦å˜æ¢ä¸€ä¸ªä¸‰è§’å½¢ï¼Œåªè¦å¯¹ä¸‰ä¸ªé¡¶ç‚¹aã€bã€cè¿›è¡Œä»¿å°„å˜æ¢å°±è¡Œäº†ï¼Œå¯¹äºŽä¸‰è§’å½¢è¾¹ä¸Šçš„å…¶å®ƒç‚¹ï¼Œå˜æ¢åŽè¿˜æ˜¯ä¸€æ ·ä¼šåœ¨è¾¹ä¸Šï¼Œè¿™æ ·è®¡ç®—é‡ä¼šæžå¤§åœ°é™ä½Žï¼Œå˜æ¢æ•ˆçŽ‡å°±æé«˜äº†ã€‚

æŽ¥ä¸‹æ¥ï¼Œæˆ‘ä»¬æŠŠå…·ä½“çš„è¿™å‡ ä¸ªä»¿å°„å˜æ¢çŸ©é˜µï¼šå¹³ç§»ã€ç¼©æ”¾å'Œæ—‹è½¬ï¼Œéƒ½å•ç‹¬æ‹¿å‡ºæ¥ï¼Œçœ‹çœ‹å®ƒä»¬é•¿ä»€ä¹ˆæ ·ã€‚

å¹³ç§»çŸ©é˜µ

æˆ‘ä»¬å…ˆæ¥çœ‹çœ‹$4Ã—4$çš„å¹³ç§»ä»¿å°„å˜æ¢çŸ©阵$A^{\prime}$ï¼Œä½ æœ‰æ²¡æœ‰æ³¨æ„åˆ°çŸ©é˜µä¸çš„xã€yã€zï¼Ÿå®ƒä»¬å°±å¯¹åº”ç€é‚£äºå®šåœ¨çŸ©é˜µçš„å³è¾¹ï¼Œå®šä¹‰äº†çŸ©阵åœ¨ä¸‰ä¸ªè½´æ–¹å'ä¸Šçš„平移距离。

$$
A^{\prime}=\left[\begin{array}{llll}
1 & 0 & 0 & x \\
0 & 1 & 0 & y \\
0 & 0 & 1 & z \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right]
$$

ç¼©æ”¾çŸ©é˜µ

æŽ¥ä¸‹æ¥ï¼Œæˆ‘ä»¬å†æ¥çœ‹çœ‹ç¼©æ”¾ä»¿å°„å˜æ¢çŸ©é˜µ$A^{\prime}$ï¼Œè¿™é‡Œxã€yã€zçš„ä½ç½®äº§ç”Ÿäº†å˜åŒ–ï¼Œå›ºå®šåœ¨äº†çŸ©é˜µçš„å¯¹è§’çº¿ä¸Šï¼Œå®šä¹‰äº†çŸ©é˜µåœ¨ä¸‰ä¸ªè½´æ–¹å'ä¸Šçš„ç¼©æ”¾å¤§å°ã€‚

$$
A^{\prime}=\left[\begin{array}{llll}
x & 0 & 1 & 0 \\
0 & y & 0 & 0 \\
0 & 0 & z & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right]
$$

æ—‹è½¬çŸ©é˜µ

æœ€åŽï¼Œæˆ‘ä»¬æ¥çœ‹çœ‹æ—‹è½¬ä»¿å°„å˜æ¢çŸ©é˜µ$A^{\prime}$ã€‚è¿™é‡Œæœ‰ä¸‰ç§æƒ…å†µï¼šç»•xè½´æ—‹è½¬ã€ç»•yè½´æ—‹è½¬ã€ç»•zè½´æ—‹è½¬ã€‚

ç»•xè½´æ—‹è½¬çš„çŸ©é˜µï¼š

$$
A^{\prime}=\left[\begin{array}{cccc}
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\
0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right]
$$

ç»•yè½´æ—‹è½¬çš„çŸ©é˜µï¼š

$$
A^{\prime}=\left[\begin{array}{cccc}
\cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
-\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right]
$$

ç»•zè½´æ—‹è½¬çš„çŸ©é˜µï¼š

$$
A^{\prime}=\left[\begin{array}{cccc}
\cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\
\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right]
$$

åœ¨3Då›¾å½¢å®žè·µä¸ï¼Œä¸€èˆ¬ä»¿å°„å˜æ¢çŸ©é˜µä¸Šçš„æ'ä½œéƒ½æ˜¯å¯ä»¥å åŠ çš„ã€‚ä¹Ÿå°±æ˜¯è¯´ï¼Œæˆ‘ä»¬å¯ä»¥é€šè¿‡è¿žç»çš„çŸ©阵ä¹˜ï¼Œæ¥å®Œæˆä¸€ç³»åˆ—çš„å˜æ¢ã€‚æ¯”å¦‚ï¼Œå¦‚æžœæˆ‘们的å¯¹è±¡先å…ˆå¹³移ï¼Œå†ç¼©æ”¾ï¼Œæœ€åŽå†ç»•xè½´æ—‹è½¬ï¼Œé‚£ä¹ˆæˆ‘ä»¬å°±å¯ä»¥é€šè¿‡çŸ©阵çš„ä¹˜æ³•来表达这个变换ã€‚

$$
\left[\begin{array}{llll}
1 & 0 & 0 & x \\
0 & 1 & 0 & y \\
0 & 0 & 1 & z \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right]\left[\begin{array}{llll}
$$

x & 0 & 1 & 0 \\\
0 & y & 0 & 0 \\\
0 & 0 & z & 0 \\\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right]\left[\begin{array}{cccc}
1 & 0 & 0 & 0 \\\
0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\\
0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right]
$$

åœ¨è¿™é‡Œï¼Œæˆ'ä¹Ÿç»™ä½ æŽ¨èä¸€ä¸ªæ•°å¦å"ä½œä¸ºç ''ç©¶ä½¿ç"¨ã€‚å› ä¸ºå·¥ä½œçš,ç¼˜æ•…ï¼Œæˆ'ä»¬åšçš,äº‹æƒ…å'ŒWebGLæœ‰å…³ï¼Œæ‰€ä»¥æˆ'æŽ¨èçš,æ˜¯ä¸€ä¸ªå‰ç«¯TSå®žçŽ°çš,æ•°å¦å"TSMï¼Œä½ å¯ä»¥è®¿é—®GitHubæ¥äº†è§£ã€‚TSMå¾ˆå¥½åœ°å°è£… äº†ä»¿å°„æ˜ å°„,ï¼Œå'Šæ‰çš,ä»¿å°„å˜æ¢çŸ©é˜µçš,å åŠ æ"ä½œä¹Ÿæ˜¯å°è£… å¥½çš,ï¼Œæ¯"å¦,ï¼šå¹³ç§»ï¼ˆtranslate(vector:vec3):mat4ï¼‰ï¼›ç¼©æ"¾ï¼ˆscale(vector:vec3):mat4ï¼‰ï¼›æ—‹è½¬ï¼ˆrotate(angle:number,u:vec3):mat4ï¼‰ã€‚

æœ¬èŠ‚å°ç»"

è¿™ä¸€èŠ‚è¯¾çš,é‡ç,¹æ˜¯ä»¿å°„çŸ©é˜µå'Œä»¿å°„æ˜ å°„ã€‚æœ‰å…³ä»¿å°„çŸ©é˜µï¼Œä ä¸€å®šè¦æŽŒæ¡çš,æ˜¯ä»¿å°„çŸ©é˜µåœ¨ä¸åŒç»´åº¦ä¸çš,å‡ ä¸ªä¾‹åï¼Œç‰¹åˆ«æ˜¯$n-1$ç»´ä»¿å°„çŸ©é˜µï¼Œä¹Ÿå«åšâ€œé½æ¬¡åæ ‡â€ã€‚å› ä¸ºé½æ¬¡åæ ‡åœ¨æœºå™¨å¦ä¹ çš,åˆ†ç±»ç®—æ³•ä¸å¾ˆé‡è¦ï¼Œæ¯"å¦,SVMæ"¯æŒå'é‡æœºçš,äºŒåˆ†ç±»ç®—æ³•å°±ä¼šç"¨åˆ°å®ƒã€‚

è€Œåœ¨ä»¿å°„æ˜ å°„ä¸ï¼Œä»¿å°„å˜æ¢çŸ©é˜µæ˜¯é‡ç,¹ã€‚å› ä¸ºåœ¨3Dè®¡ç®—æœºå›¾å½¢å›¾åƒå¤„ç†ä¸ï¼Œå®ƒèƒ½å¤Ÿè¢«ç"¨æ¥è¿›è¡Œç‰©ä½"çš,å¹³ç§»ã€ç¼©æ"¾å'Œæ—‹è½¬ã€‚è€Œä¸"ï¼Œåœ¨è®¡ç®—æœºè§†è§‰ä¸ï¼Œä»¿å°„å˜æ¢çŸ©é˜µå¯ä»¥æžå¤§åœ°é™ä½Žè®¡ç®—æœºçš,è¿ç®—é‡ï¼Œæé«˜å˜æ¢æ•ˆçŽ‡ã€‚

çº¿æ€§ä»£æ•°ç»ƒä¹ åœº

å¥½ï¼Œä»Šå¤©çš,ç»ƒä¹ æ—¶å›žåˆ°äº†ï¼Œä¸è¿‡ä»Šå¤©çš,ç»ƒä¹ ä¼šæœ‰ä¸€äº›ç‰¹åˆ«ã€‚åˆšåˆšæˆ'æŽ¨èäº†å‰ç«¯TSå®žçŽ°çš,æ•°å¦å"TSMï¼Œè¿™é‡Œæˆ'å†æŽ¨èå¦ä¸€ä¸ªåœ¨Pythonä¸-å¹¿æ³›ä½¿ç"¨çš,å"OpenCVã€‚

æˆ'å¸Œæœ›ä½ èƒ½å¤Ÿä½¿ç"¨å®ƒå¯¹ä¸€å¼ JPGå›¾ç‰‡åšä¸€ä¸ªç®€å•çš,ä»¿å°„å˜æ¢ï¼šå¹³ç§»ï¼Œå¹³ç§»$(50, 20)$ã€‚JPGç´ æå¦,ä¸‹å›¾æ‰€ç¤ºã€‚

> å‹æƒ…æç¤ºï¼šä½ å¯ä»¥ä½¿ç"¨CV2æ¥è¯»å›¾ç‰‡ï¼ŒNumPyçš,shapeæ¥èŽ·å–å›¾ç‰‡çš,è¡Œå'Œåˆ—æ•°æ®ï¼Œå†ä½¿ç"¨NumPyçš,float32äº§ç"Ÿä»¿å°„å˜æ¢çŸ©é˜µï¼Œæœ€åŽä½¿ç"¨CV2çš,warpAffineæ¥å®Œæˆå›¾ç‰‡çš,å¹³ç§»æ"ä½œã€‚æˆ'è´´äº†éƒ¨åˆ†ä»£ç åœ¨ä¸‹é¢ï¼Œå…¶ä¸çš,ä»¿å°„å˜æ¢çŸ©é˜µçš,äº§ç"Ÿå'Œä»¿å°„å˜æ¢è¿™ä¸¤è¡Œä»£ç æ˜¯éœ€è¦ä½ æ¥å®Œæˆçš,ã€‚

```
import cv2
import numpy as np

//è¯»å–å›¾ç‰‡
img = cv2.imread('09.jpg',0)
rows,cols = img.shape

//è¿™é‡Œæ˜¯ä½ è¦å®Œæˆçš„ä»£ç

//æ˜¾ç¤ºåŽŸå›¾ç‰‡å'Œä»¿å°„å˜æ¢åŽçš„å›¾ç‰‡
cv2.imshow('img',dst)
cv2.waitKey(0)
cv2.destroyAllWindow
```

å½“ç„¶ï¼Œä½ ä¹Ÿå¯ä»¥ç”¨å…¶å®ƒçš„å°“æ¥å®Œæˆï¼Œæ¯”å¦‚TSMï¼Œè¿™äº›éƒ½æ²¡é—®é¢˜ï¼Œä½ å¯ä»¥è‡ªç”±å‘æŒ¥ã€‚

æ¬¢è¿Žåœ¨ç•™è¨€åŒºè´´å‡ºä½ çš„ä»£ç å’Œæœ€åŽçš„è¾“å‡ºç»“æžœï¼Œæˆ‘ä»¬ä¸€èµ·äº¤æµï¼Œä¹Ÿæ¬¢è¿Žä½ æŠŠè¿™ç¯‡æ–‡ç« åˆ†äº«ç»™ä½ çš„æœ‹å‹ï¼Œä¸€èµ·è®¨è®ºã€å¦ä¹ ã€‚