1) Dada $A=\begin{pmatrix} 1/3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ k & 1/3 & 2 \end{pmatrix}$, se quiere resolver $Ax=b$

Se propone

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1/3 & 2 \end{pmatrix}}_{=M} * X_{N+1} = -\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ k & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{=N} X_N + b$$

a) Probar q' si $X_N \to X^* \Rightarrow X^*$ es solución de $Ax=b$

b) Hallar $k$ para que haya convergencia $\forall X_0$

c) ¿Qué condición impondrías sobre $k$ para generalizar que existe una norma $\|\cdot\|$ que verifique $\|X_N - X^*\| \leq \left(\frac{1}{4}\right)^N \|X_0 - X^*\|$

$$x_{n+1} = -M^{-1} . N . x_n + M^{-1} . b$$

$$M x_{n+1} = -N . x_n + b$$

$$\downarrow{\scriptstyle n\to\infty} \qquad \downarrow{\scriptstyle n\to\infty}$$

$$M x^* = -N . x^* + b$$

$$M x^* + N x^* = b$$

$$(M+N)\, x^* = b$$

$$A\, x^* = b \quad \checkmark$$