Experiment 5 Report

第五章上机题1

我们实现了实用的幂法 `power_iteration(...)` （课本算法5.1），与普通幂法的不同点在于每次迭代后规格化向量以阻止上溢。我们设置判停准则为**连续两次迭代得到的特征向量之差无穷范数小于10^{-5}**，并将我们的算法结果与 `numpy.linalg.eigvals` 的结果进行对比：

矩阵	幂法结果	eigvals结果
A	12.254327	12.254316
B	98.521693	98.521698

相对误差均小于10^{-6}，证明我们的幂法实现是正确且有效的。

第五章上机题3

我们实现了基本QR算法（课本算法5.4），并尝试计算给定的矩阵A的所有特征值。但是，在开始运行后发现本程序运行无法停止。观察迭代过程可以发现，在数百次迭代后，得到的矩阵每个分量绝对值仍均在0.5 ± 0.0001以内。再次分析给定的矩阵A发现它已经是orthonormal matrix，因此其QR分解中$Q = A, R = I$，在理想精度下交换相乘的结果等于它自身。实验中数值发生变化，实际上是浮点数计算中精度并非无限导致的，没有数学意义。

（在上交的程序中，此部分已经被注释掉而不会执行。）

第五章上机题4

在上机题3的基础上，我们增添了单位移技术：在每次QR分解并交换之前，我们将矩阵平移，使某一对角元素为零。在QR分解交换完毕后，再将这一平移量加回。这可以使收敛大大加快（在本例中仅需2次迭代就可以得到结果），而且可以使原本不收敛的QR过程收敛（例如本题矩阵在基本QR算法下就不收敛）。

我们的算法给出的结果是：所求矩阵的特征值分别为$-0.999086, 0.999391, 0.999797, 0.999898$。人工计算可以得到本矩阵的特征值为

$1, 1, 1, -1$，相对误差均小于10^{-3}，而且收敛极迅速。