Gruppe: 183 , Yi Cui , 2758172

, Han Li , 2756970

, Paul Galm, 2664282

Aufgabe 1: $f(x) = 3x + e^{-2x^2} + 3\sin(x)$

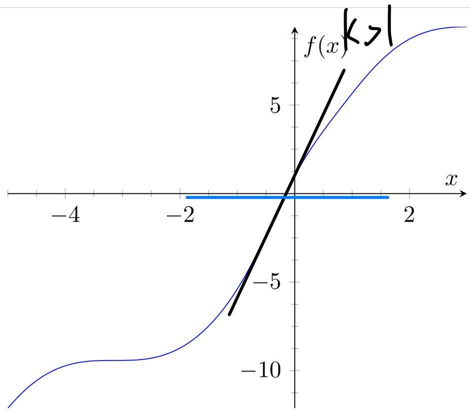

Abbildung 1: Plot von f(x)

a) $g_1(x) = f(x) + x = 4x + e^{-2x^2} + 3\sin(x)$

Wenn $|g_1'(x)| < 1 \Rightarrow$ Konvergenz

$$\Rightarrow |g_1'(x)| = |4 + e^{-2x^2}\cdot(-4x) + 3\cos x| < 1$$

$$\Rightarrow |1 + f'(x)| < 1$$

$$\Rightarrow -2 < f'(x) < 0$$

$f'(x)$ muss im Bereich $(-2, 1)$

, aber in Abbildung ist $f'(x)$ deutlich größer als 0

$\Rightarrow$ nicht erfüllt Konvergenz-Kriterium

b) Relations-Matrix:

$$A = -J_f(x) \Rightarrow a = \frac{1}{-f'(x)} = \frac{-1}{3 + e^{-2x^2}\cdot(-4x) + 3\cos x}$$

$$a_s \approx -0,15229466$$

$$|g_2'(x_s)| = |a_s f'(x_s) + 1| = 7,0464648 \times 10^{-17} \ll 1$$

$\Rightarrow$ erfüllt Konvergenz-Kriterium

c) Newton-Verfahren.

$$x^{i+1} = x^i - \frac{f(x^i)}{f'(x^i)} = x^i - \frac{3x^i + e^{-2{x^i}^2} + 3\sin(x^i)}{3 + e^{-2{x^i}^2}\cdot(-4x^i) + 3\cos x^i}$$

d) Fix: $x^{i+1} = x^i + a_s\cdot f(x^i) = x^i + a_s\cdot 3x^i + e^{-2{x^i}^2} + 3\sin(x^i)$

	Newton	Fixpunkt
$i = 0$	$-1,5$	$-1,5$
$i = 1$	$0,78169645$	$-0,36062640$
$i = 2$	$-0,34782811$	$-0,15206068$
$i = 3$	$-0,16251968$	$-0,15879210$
$i = 4$	$-0,15880544$	$-0,15880237$

c) ① Fixpunkt-Verfahren ist geeignet, da alle Iterationsergebnis x^{i+1} liegen näher zum x_s als die Ergebnisse von Newton-Verfahren

② Aber theoritisch soll Newton-Verfahren eine bessere Konvergenz haben, weil es ist 2-Ordnung konvergiert.
Im Vergleich dazu konvergiert sich Fixpunkt-Verfahren nur 1-Ordnung (linear)

③ Der Grund von Konflikt zwischen Theorie und Real liegt daran, dass α_s von FPI sehr gut ausgewählt ist.
⇒ Am Anfang konvergiert sich FPI sehr schnell.

d)

loesung_c_vergleich

4x2 double

	1	2
1	3.108745755419185e+02	-1.564872606538042
2	-3.011853586167727e+04	-0.394168170495800
3	7.916520183713567e+06	-0.150234950749153
4	-5.778382715278156e+06	-0.158785754197379
5		

Newton FPI

① FPI wird besser, da es schon eine beste Relation-koeffizient α_s hat

② Von Berechnung ist Newton-Verfahren am Anfang nicht konvergent,