

Gruppe: 183

Yi Gui , 2758172

Han Li , 2756970

Paul Galm, 2664282



Aufgabe 1: Inverses Pendel $(J_s + ml^2)\ddot{\varphi} = -c\dot{\varphi} + ml \cdot (u \cdot \cos\varphi + g \cdot \sin\varphi)$

1) Annahme: $\underline{x} = \begin{pmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\dot{x}} = \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \underline{\dot{x}} = \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{-c}{J_s + ml^2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{gml}{J_s + ml^2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sin\varphi \\ \cos\varphi \end{pmatrix}$$

2) Ruhelage $\varphi_s \Rightarrow \dot{\varphi}_s = 0$

1) Wenn $u_s = 0$

$$\Rightarrow (J_s + ml^2)\ddot{\varphi} = ml \cdot g \cdot \sin\varphi \Rightarrow \dot{\varphi} = -\frac{mlg}{J_s + ml^2} \cdot \cos\varphi + c_1$$

$$\Rightarrow \text{aus Randbedingung } \dot{\varphi}_s = 0 \Rightarrow c_1 = \frac{mlg}{J_s + ml^2} \cos\varphi \Rightarrow \varphi = 0$$

oder System in Ruhe bleibt

$$\ddot{\varphi} = 0 \Rightarrow \underline{\varphi = 0 \text{ oder } \pi} \quad (\text{wegen } \sin\varphi = 0)$$

diskutieren nur 0 oder π , da n. π identisch wie die zwei Fällen

11) $\varphi = \pi$ ist stabiler als den Zustand $\varphi = 0$

Wenn am Anfang $\varphi \neq 0$ oder Störung existiert $\Rightarrow \varphi = \pi$

Wenn am Anfang φ gerade genau = 0 und keine zusätzliche Störung $\Rightarrow \varphi = 0$

3) Linearisierung $\Rightarrow \cos\varphi \approx 1 \quad \sin\varphi \approx \varphi \quad u_0 = 0$

$$\Rightarrow (J_s + ml^2)\ddot{\varphi} = -c\dot{\varphi} + g\varphi$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g}{J_s + ml^2} & \frac{-c}{J_s + ml^2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix}$$

$$4) \quad l = 2.5 \text{ m} \quad J = 0.05 \text{ Nm s}^2 \quad m = 1.5 \text{ kg} \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2 \quad c = 0.01 \text{ Nms}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g}{J_s + ml^2} & \frac{-c}{J_s + ml^2} \end{bmatrix}$$

$$\det(\lambda \underline{I} - \underline{A}) \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \lambda \cdot \left(\lambda + \frac{c}{J_s + ml^2} \right) - \frac{g}{J_s + ml^2} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = 1.0192 \quad \begin{cases} c_{11} = 0.7002 \\ c_{21} = 0.7140 \end{cases}$$

$$\lambda_2 = -1.0208 \quad \begin{cases} c_{21} = -0.6998 \\ c_{22} = 0.7143 \end{cases}$$

$$\therefore \operatorname{Re}(\lambda_1) > 0$$

\therefore System instabil