

Aufgabe 1: Inverses Pendel $(J_s + ml^2)\ddot{\varphi} = -c\dot{\varphi} + ml \cdot (u \cdot \cos\varphi + g \cdot \sin\varphi)$

1) Annahme: $\underline{x} = \begin{pmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\dot{x}} = \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \underline{\dot{x}} = \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{-c}{J_s + ml^2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{gml}{J_s + ml^2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sin\varphi \\ \cos\varphi \end{pmatrix}$$

2) Ruhelage $\varphi_s \Rightarrow \dot{\varphi}_s = 0$

1) Wenn $u_s = 0$

$$\Rightarrow (J_s + ml^2)\ddot{\varphi} = ml \cdot g \cdot \sin\varphi \Rightarrow \dot{\varphi} = -\frac{mlg}{J_s + ml^2} \cdot \cos\varphi + c_1$$

$$\Rightarrow \text{aus Randbedingung } \dot{\varphi}_s = 0 \Rightarrow c_1 = \frac{mlg}{J_s + ml^2} \cos\varphi \Rightarrow \varphi = 0$$

oder System in Ruhe bleibt

$$\ddot{\varphi} = 0 \Rightarrow \underline{\varphi = 0 \text{ oder } \pi} \quad (\text{wegen } \sin\varphi = 0)$$

diskutieren nur 0 oder π da n. π identisch wie die zwei Fällen

11) $\varphi = \pi$ ist stabiler als den Zustand $\varphi = 0$

Wenn am Anfang $\varphi \neq 0$ oder Störung existiert $\Rightarrow \varphi = \pi$

Wenn am Anfang φ gerade genau = 0 und keine zusätzliche Störung $\Rightarrow \varphi = 0$

3) Linearisierung $\Rightarrow \cos\varphi \approx 1 \quad \sin\varphi \approx \varphi \quad u_0 = 0$

$$\Rightarrow (J_s + ml^2)\ddot{\varphi} = -c\dot{\varphi} + gml\varphi$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{gml}{J_s + ml^2} & \frac{-c}{J_s + ml^2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix}$$