

Yi Gui , 2758172

Gruppe: 183

Han Li , 2756970

Paul Galm, 2664282

---

## Aufgabe 1:

a)  $m l^2 \ddot{\varphi} = m l \cdot (u + g \varphi) - c \dot{\varphi}$  mit  $u = -k_p \cdot \varphi - k_v \cdot \dot{\varphi}$

$$\Rightarrow m l^2 \ddot{\varphi} = m l \cdot [(-k_p + g) \varphi - k_v \cdot \dot{\varphi}] - c \dot{\varphi}$$

$$\Rightarrow \ddot{\varphi} = \frac{-m l \cdot k_v - c}{m l^2} \dot{\varphi} + \frac{-k_p + g}{l} \cdot \varphi$$

$$\Rightarrow \ddot{\varphi} + \frac{m l \cdot k_v + c}{m l^2} \cdot \dot{\varphi} + \frac{k_p - g}{l} \cdot \varphi = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{\varphi} + D \cdot \dot{\varphi} + K \varphi = 0$$

mit  $D = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1.99 + 0.01}{1 \cdot 1^2} = 2 > 0 \Rightarrow$  stabil

$$K = \frac{14.81 - 9.81}{1} = 5$$

Annahme:  $\varphi = A \cdot e^{\Omega t}$  (homogene Lösung)

$$\Rightarrow A \cdot e^{\Omega t} \cdot [\Omega^2 + 2 \cdot \Omega + 5] = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{2^2 - 4 \cdot 5} = \sqrt{-16} = -4i \Rightarrow \text{imaginäre Teil} \Rightarrow \text{unterkritisch}$$

b): kritische Dämpfungsbedingung:

$$\sqrt{D^2 - 4K} = 0$$

Wenn  $k_v = 1.99$  (konst.)  $\Rightarrow D = \text{konst.}$

$$\Rightarrow K = 1 \Rightarrow \frac{k_p - g}{l} = 1$$

$$\Rightarrow k_p = 10.81$$

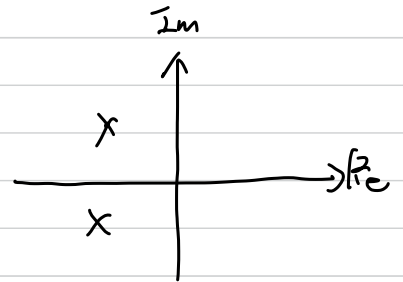
c)  $\Omega_1 = \frac{-2 + 4i}{2} = -1 + 2i \Rightarrow \varphi(t) = C_1 \cdot e^{(-1+2i)t} + C_2 \cdot e^{(-1-2i)t}$

$$\Omega_2 = -1 - 2i \quad = e^{-t} \cdot (C_1 e^{2it} + C_2 e^{-2it})$$

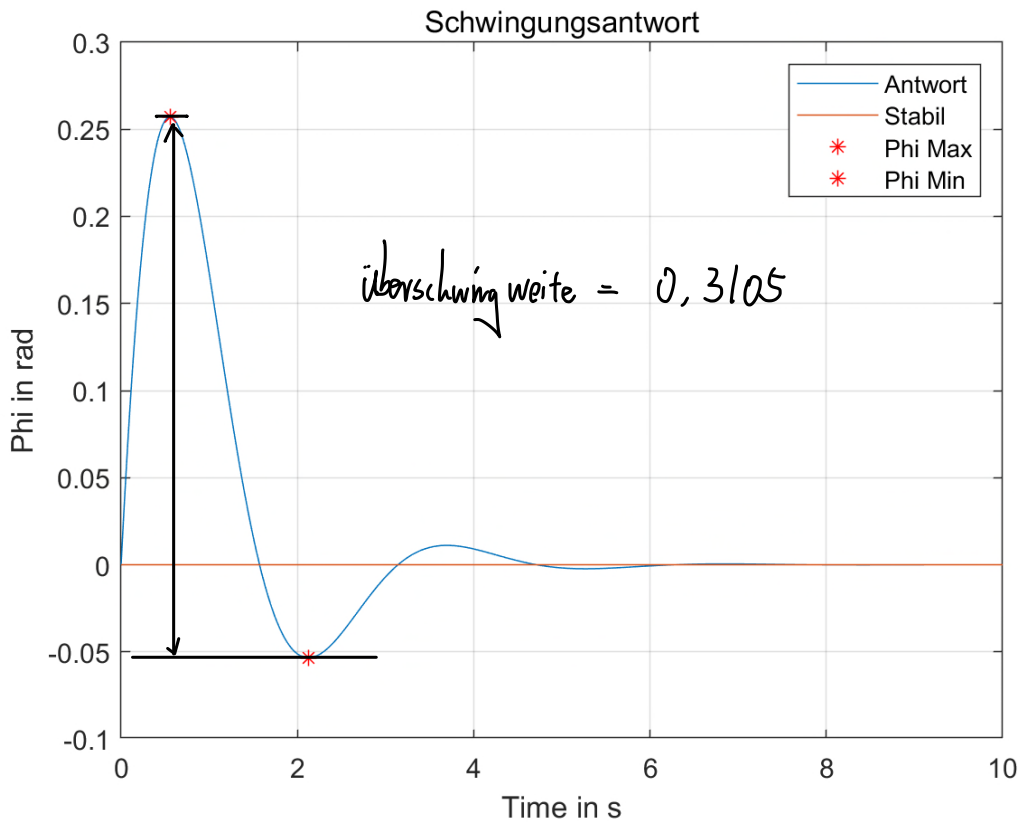
$\varphi(t)$  auf reelle Darstellung  $= e^{-t} \cdot (A_1 \cdot \cos 2t + A_2 \cdot \sin 2t)$

$$-A_1 + 2 \cdot A_2 \cdot C$$

mit Randbedingung  $\varphi(0) = 0$   
 $\dot{\varphi}(0) = 1 \Rightarrow \begin{cases} A_1 = 0 \\ A_2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \varphi(t) = e^{-t} \cdot (\frac{1}{2} \cdot \sin 2t)$



d)



Code:

```
Uebung_06.m x +
1 %% Aufgabe 1 c
2 s = dsolve('D2y = -2*Dy -5*y', 'Dy(0) = 1', 'y(0) = 0')
3
4 %% Aufgabe 1 d
5 t = linspace(0, 10, 1e6);
6 y = (sin(2*t).*exp(-t))/2;
7 plot(t, y, t, zeros(size(t)))
8 hold on
9 scatter(t(y==max(y)), max(y), 'r*')
10 scatter(t(y==min(y)), min(y), 'r*')
11 grid on
12 xlabel('Time in s')
13 ylabel('Phi in rad')
14 title('Schwingungsantwort')
15 legend('Antwort', 'Stabil', 'Phi Max', 'Phi Min')
16
17 t_max = t(y==max(y))
18 t_min = t(y==min(y))
19 y_max = max(y) - min(y)
20
```