

# Aufgabe 1-3

1) Training

$$\underline{w}^0 = (-1, 1)^T, a = 1$$

$$\underline{w}^{i+1} = \underline{w}^i - a \cdot \sum_{j=1}^4 (b(\underline{x}^j \cdot \underline{w}^i) - y^j) \cdot b'(\underline{x}^j \cdot \underline{w}^i) \cdot \underline{x}^j$$

$$\text{mit } b(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}} \quad b'(z) = b(z) \cdot (1 - b(z))$$

$$z^1 = \underline{x}^1 \cdot \underline{w}^0 = -1,28 \cdot -1 + 0,09 \cdot 1 = 1,37 \Rightarrow \begin{cases} b(z^1) = 0,7974 \\ b'(z^1) = 0,1616 \end{cases}$$

$$z^2 = \underline{x}^2 \cdot \underline{w}^0 = 0,17 \cdot -1 + 0,39 \cdot 1 = 0,22 \Rightarrow \begin{cases} b(z^2) = 0,5548 \\ b'(z^2) = 0,2470 \end{cases}$$

$$z^3 = \underline{x}^3 \cdot \underline{w}^0 = 1,36 \cdot -1 + 0,46 \cdot 1 = -0,9 \Rightarrow \begin{cases} b(z^3) = 0,2891 \\ b'(z^3) = 0,2035 \end{cases}$$

$$z^4 = \underline{x}^4 \cdot \underline{w}^0 = -0,51 \cdot -1 + -0,32 \cdot 1 = 0,19 \Rightarrow \begin{cases} b(z^4) = 0,5474 \\ b'(z^4) = 0,2478 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{w}' = \underline{w}^0 - a \cdot \sum_{i=1}^4 (b(z^i) - y^i) \cdot b'(z^i) \cdot \underline{x}^i$$

$$= \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} - 1 \cdot \left( 0,1289 \cdot \begin{bmatrix} -1,28 \\ 0,09 \end{bmatrix} + (-0,1105) \cdot \begin{bmatrix} 0,17 \\ 0,39 \end{bmatrix} + (-0,1461) \cdot \begin{bmatrix} 1,36 \\ 0,46 \end{bmatrix} + (0,1356) \cdot \begin{bmatrix} -0,51 \\ -0,32 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} -0,5855 \\ 1,1419 \end{bmatrix}$$

## 2) Square Loss function

$$\text{before: } z^1 = \underline{x}^1 \cdot \underline{w}^0 = -0,5 \cdot -1 + -1 \cdot 1 = -0,5 \Rightarrow b(z^1) = 0,3775$$

$$z^2 = \underline{x}^2 \cdot \underline{w}^0 = 0,75 \cdot -1 + 0,25 \cdot 1 = -0,5 \Rightarrow b(z^2) = 0,3775$$

$$L = (b(z^1) - y^1)^2 + (b(z^2) - y^2)^2 = (0,3775 - 0)^2 + (0,3775 - 1)^2$$

$$= 0,53$$

$$\text{after: } z^1 = \underline{x}^1 \cdot \underline{w}' = -0,5 \cdot -0,5855 + -1 \cdot 1,1419 = -0,849 \Rightarrow b(z^1) = 0,2996$$

$$z^2 = \underline{x}^2 \cdot \underline{w}' = 0,75 \cdot -0,5855 + 0,25 \cdot 1,1419 = -0,1537 \Rightarrow b(z^2) = 0,4617$$

$$L = (0,2996 - 0)^2 + (0,4617 - 1)^2$$

$$= 0,37$$