Esercizio 15 (*)

In un ballottaggio tra due candidati, A e B, votano $N+M$ persone, con $N \in N$, $M \in \{0, \ldots, N\}$: N elettori sono completamente indecisi e votano a caso, senza preferenza tra A e B, mentre il gruppo di M persone sostiene il candidato A. Vogliamo trovare la probabilità che vinca A.

Possiamo descrivere il comportamento elettorale delle N persone indecise tramite una variabile aleatoria S_N con distribuzione binomiale di parametri N e $1/2$, definita su un opportuno spazio di probabilità $(\Omega, \mathcal{F}, P)$; S_N rappresenta il numero di voti che il candidato A riceve dal gruppo delle persone indecise. La probabilità che vinca A è allora data da

$$P\left(S_N + M > \frac{N+M}{2}\right) = P\left(S_N > \frac{N-M}{2}\right) = \sum_{k=\lfloor \frac{N-M}{2} \rfloor + 1}^{N} \mathrm{pBin}\left(N, \frac{1}{2}\right)(k).$$

Si scriva un programma che calcoli numericamente questa probabilità in funzione di N, M come sopra, in grado di trattare il caso $N + M = 10$, $M \leq 5000$.

Per la consegna servono:

- lo svolgimento dell'Esercizio 14 e una giustificazione matematica della procedura utilizzata per il calcolo della probabilità di vittoria elettorale richiesta;
- lo pseudo-codice del programma e il codice commentato in un linguaggio standard come C++ o Python (il codice anche in un file separato);
- un grafico in formato PDF che riporti la probabilità di vittoria elettorale in funzione di M quando $N + M = 10$ e M varia da 0 a 5000 (in passi da dieci).