

霍尔效应测量磁场

李哲¹⁾

1) (北京大学元培学院, 北京, 100871, 学号 1700017781)

摘 要

实验验证了磁感应强度 B 恒定时霍尔电压 U_H 与霍尔电流 I_H 的线性关系, 验证了霍尔电流 I_H 恒定时霍尔电压 U_H 与磁感应强度 B 的线性关系, 并计算出霍尔元件的灵敏度 $K_H \pm \sigma_{K_H} = (25.3 \pm 0.1) \text{ V}/(\text{A} \cdot \text{T})$ 。此外, 实验还根据霍尔元件探测出的磁感应强度绘制了磁感应强度与励磁电流关系的 $B - I_M$ 磁化曲线、磁感应强度与水平位置关系的 $B - x$ 磁场分布曲线。实验还对霍尔元件两种接法的区别、 $I_M = 0$ 时的霍尔电压等特殊现象进行了分析和讨论。

关键词: 霍尔效应, 霍尔电压, 霍尔灵敏度, 磁感应强度

1 引 言

将通有霍尔电流 I_H 的导体或半导体材料置于垂直的磁场 \mathbf{B} 中, 则在导体中垂直于 I_H 和 \mathbf{B} 的方向上会产生霍尔电压 U_H ; 这就是霍尔效应。考虑霍尔效应产生的原理, 霍尔电压可以用下式表示

$$U_H = \frac{I_H B}{p q d} = R_H \frac{I_H B}{d} = K_H I_H B \quad (1)$$

其中, p , q , d 分别为样品载流子浓度、每个载流子所带电荷、样品厚度。 $R_H = 1/pq$ 定义为材料的霍尔系数, $K_H = 1/pqd$ 定义为霍尔元件灵敏度。则用如图所示电路可以测量霍尔元件的各项参数和磁感应强度。

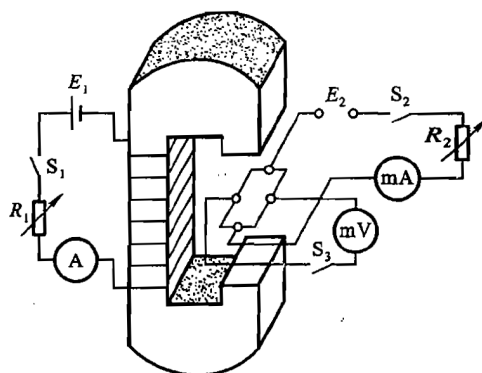


图 1 霍尔效应实验电路示意图 (引自《新编基础物理实验》)

2 实验

2.1 验证霍尔电压 U_H 与霍尔电流 I_H 的线性关系

2.1.1 实验原理

调节励磁电流 $I_M = 0.600\text{ A}$ ，改变霍尔电流 I_H ，测量另两端的电势差 U_H 。实验中始终保持红色接线柱接电源或电压表的正极，黑色接线柱接电源或电压表的负极。分别测量霍尔电流通过1, 2端和3, 4端流入时的霍尔电压。实验使用的VC-9806多用电表直流20mA挡允差为 $\pm(0.5\% \times I + 0.004)\text{ mA}$ ，直流200mV挡允差为 $\pm(0.05\% \times I + 0.03)\text{ mV}$ 。

为了消除埃廷斯豪森效应 U_E 、能斯特效应 U_N 、里克-勒迪克效应 U_R 等热磁效应和不等位电势差 U_0 等引起的误差，我们在实验中分别改变 I_H 和 \mathbf{B} 的方向，分别测得四个霍尔电压 $U_1(+, +)$ 、 $U_2(-, +)$ 、 $U_3(-, -)$ 、 $U_4(+, -)$ （括号内表示 (I_H, \mathbf{B}) 的方向），并作差后取平均值，由于一般情况下 $U_E \ll U_H$ ，可得

$$\frac{U_1 - U_2 + U_3 - U_4}{4} = U_H + U_E \approx U_H \quad (2)$$

2.1.2 霍尔电流通过1, 2端时的霍尔电压

使霍尔电流从1, 2端（即开关 S_2 ）通过，测量相应的霍尔电压，数据如表1所示。

表 1 霍尔电流通过 1, 2 端时的霍尔电压

I_H/mA	2.000	4.000	6.000	8.000	10.000
σ_{I_H}/mA	0.008	0.014	0.020	0.025	0.031
U_1/mV	-11.70	-23.55	-35.33	-47.13	-58.95
U_2/mV	11.69	23.53	35.30	47.08	58.86
U_3/mV	-11.65	-23.29	-34.94	-46.60	-58.26
U_4/mV	11.64	23.27	34.91	46.53	58.17
U_H/mV	-11.67	-23.41	-35.12	-46.84	-58.56
σ_{U_H}/mV	0.02	0.02	0.03	0.03	0.03

表中电流量均与测量示数一致，保留三位小数；电压量保留两位小数（下同）。

根据上述数据，使用Origin 2018进行绘图和线性拟合，所得 $U_H - I_H$ 图像如图2所示。为读图方便，纵轴的 U_H 取其绝对值绘图。

计算得直线斜率 $k \pm \sigma_k = (5.86 \pm 0.02)\text{ mV/mA}$ ，截距 $c \pm \sigma_c = (-0.05 \pm 0.07)\text{ mV}$ ，线性相关系数 $r^2 = 1$ （即 $r^2 > 0.99999$ ），可见霍尔电压与电流之间成很好的线性关系。

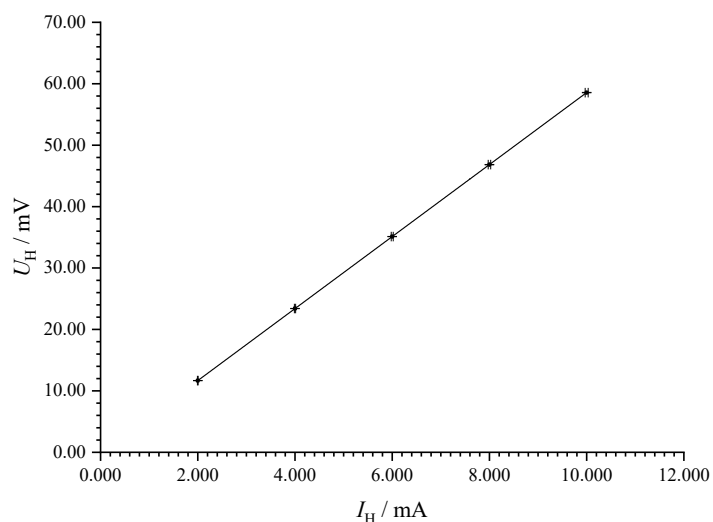


图 2 霍尔电流通过 1, 2 端时的 $U_H - I_H$ 图像

2.1.3 霍尔电流通过 3, 4 端时的霍尔电压

使霍尔电流从 3, 4 端（即开关 S_3 ）通过，测量相应的霍尔电压，数据如表 2 所示。

表 2 霍尔电流通过 3, 4 端时的霍尔电压

I_H/mA	2.000	4.000	6.000	8.000	10.000
σ_{I_H}/mA	0.008	0.014	0.020	0.025	0.031
U_1/mV	11.64	23.29	34.96	46.63	58.32
U_2/mV	-11.63	-23.26	-34.87	-46.47	-58.07
U_3/mV	11.77	23.55	35.36	47.18	59.03
U_4/mV	-11.76	-23.52	-35.26	-47.02	-58.77
U_H/mV	11.70	23.41	35.11	46.83	58.55
σ_{U_H}/mV	0.02	0.02	0.03	0.03	0.03

对上述数据统同样进行绘图和线性拟合，所得 $U_H - I_H$ 图像如图 3 所示。

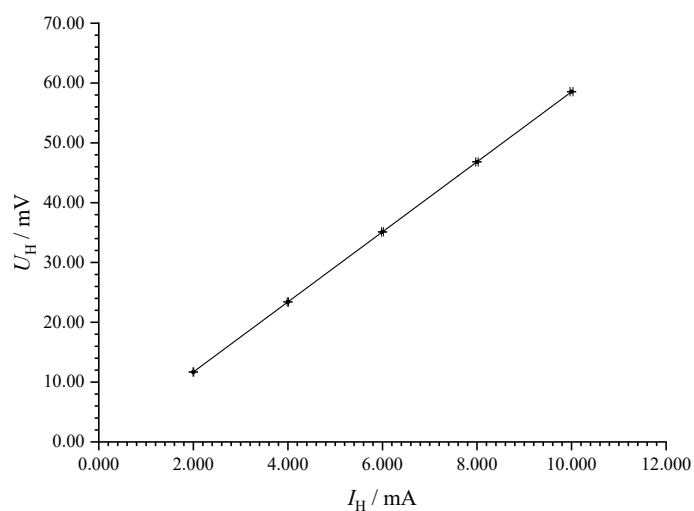


图 3 霍尔电流通过 3, 4 端时的 $U_H - I_H$ 图像

此图中直线斜率 $k \pm \sigma_k = (5.85 \pm 0.02) \text{ mV/mA}$ ，截距 $c \pm \sigma_c = (-0.01 \pm 0.07) \text{ mV}$ ，仍然有线性相关系数 $r^2 = 1$ （即 $r^2 > 0.99999$ ），霍尔电压与电流之间的线性关系极佳。

比较两种接法可以看出，两种电流方向有 $k_1 \approx k_2$ ，且均有 $c \approx 0$ 。这说明两种接法的霍尔电压与霍尔电流成正比，且比例系数相同。对比(1)式，由于励磁电流 I_M 不变即 B 不变，这意味着1,2端和3,4端通过霍尔电流时，元件的霍尔灵敏度相同。结合 $K_H = 1/pqd$ ，实验结果与理论预言的相符。

2.2 验证霍尔电压 U_H 与磁感应强度 B 的线性关系

保持霍尔电流 $I_H = 10.000 \text{ mA}$ ，霍尔电流从1, 2端输入。改变线圈中的励磁电流，用毫特斯拉计测出两磁极间的磁感应强度 B ，消除副效应测量霍尔电压 U_H ，测得数据如表3所示。实验使用的SXG-1B型毫特斯拉计允差为 $\pm(1\% \times B + 0.2) \text{ mT}$

表 3 霍尔电压 U_H 与磁感应强度 B 的关系测量

I_M/A	B/mT	U_1/mV	U_2/mV	U_3/mV	U_4/mV	U_H/mV	σ_B/mT	σ_{U_H}/mV
0.000	0.9	-0.33	0.25	0.20	-0.30	-0.02	0.1	0.02
0.100	38.3	-10.04	9.95	-9.61	9.52	-9.78	0.3	0.02
0.200	78.3	-20.17	20.09	-19.37	19.28	-19.73	0.6	0.02
0.300	116.7	-29.85	29.76	-29.09	29.00	-29.43	0.8	0.03
0.400	155.3	-39.57	39.49	-38.80	38.71	-39.14	1.0	0.03
0.500	194.4	-49.31	49.23	-48.55	48.46	-48.89	1.2	0.03
0.600	232.8	-58.94	58.86	-58.22	58.13	-58.54	1.5	0.03
0.700	270.0	-68.28	68.21	-67.89	67.80	-68.05	1.7	0.04
0.800	307.6	-77.79	77.71	-77.49	77.40	-77.60	1.9	0.04
0.900	345.1	-87.50	87.41	-86.91	86.82	-87.16	2.1	0.04
1.000	383.7	-96.49	96.42	-95.97	95.88	-96.19	2.3	0.05

表中磁感应强度及其不确定度均与测量示数一致，保留一位小数；电压均同示数保留两位小数。

作出 $U_H - B$ 图像如图4所示，为便于读图，绘图时 U_H 仍取绝对值。事实上，我们注意到 B 的测量精度是远低于 U_H 的，对于一般的最小二乘法而言，我们应该以误差较小的 U_H 作为横坐标绘图。但是此处使用Origin 2018绘图，支持将横坐标的不确定度也纳入计算，所以不必拘束于横纵坐标的误差大小问题，故仍按照实验要求绘制 $U_H - B$ 图像。

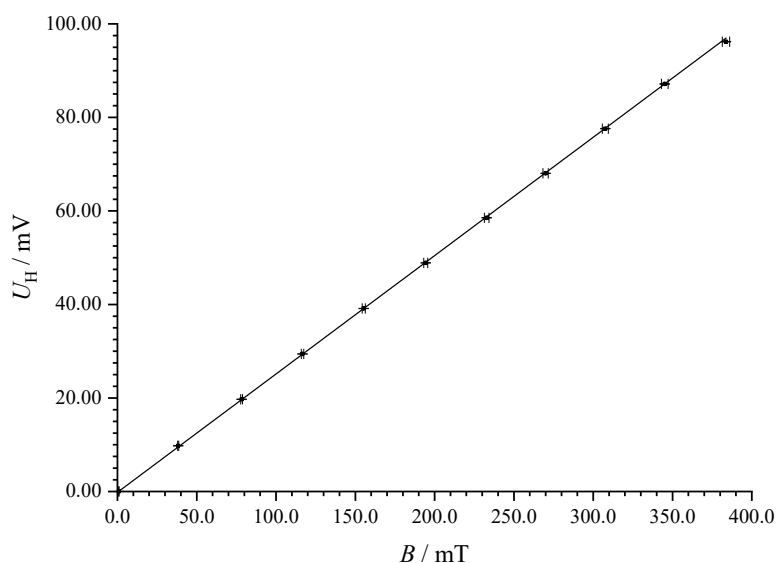


图4 霍尔电流恒定时的 $U_H - B$ 图像

可以看出图中的 x 误差棒在磁感应强度较大时非常明显，而竖直方向的 y 误差棒并不明显。综合考虑 U_H 和 B 的不确定度，计算可得直线斜率 $k \pm \sigma_k = (0.2531 \pm 0.0007) \text{ mV/mT}$ ，截距 $c \pm \sigma_c = (-0.17 \pm 0.04) \text{ mV}$ ，线性相关系数 $r = 0.99998$ ，线性相关性较好。

根据(1)式，可知 $U_H = K_H I_H B$ ，即有 $K_H = k/I_H = 25.31 \text{ V/(A} \cdot \text{T)}$ 。 K_H 的不确定度可根据式(3)进行计算

$$\frac{\sigma_{K_H}}{K_H} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{e_{I_H}/\sqrt{3}}{I_H}\right)^2} = 4.1 \times 10^{-3} \quad (3)$$

故可得霍尔元件的灵敏度 $K_H \pm \sigma_{K_H} = (25.3 \pm 0.1) \text{ V/(A} \cdot \text{T)}$ 。

2.3 磁化曲线图 ($B - I_M$ 图像)

根据2.2中计算出的霍尔灵敏度 K_H ，结合霍尔电流 I_H 和不同励磁电流 I_M 下的霍尔电压 U_H ，可以计算出此时的磁感应强度，这一数值与直接测得的磁感应强度不同，记作 B_{cal} ；直接测得的磁感应强度记为 B_{mea} 。 B_{cal} 的不确定度可以由(4)式得出

$$\frac{\sigma_{B_{cal}}}{B_{cal}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{U_H}}{U_H}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{K_H}}{K_H}\right)^2 + \left(\frac{e_{I_H}/\sqrt{3}}{I_H}\right)^2} \quad (4)$$

由 $I_H = 10.000 \text{ mA}$ ，则 $e_{I_H} = 0.054 \text{ mA}$ ；励磁电流使用Fluke 15B直流A挡测量，其允差为 $\pm(1.5\% \times I + 0.003) \text{ A}$ 。计算数据如表4所示。

表 4 不同磁化电流下计算所得的磁感应强度数据

I_M/A	B_{mea}/mT	U_H/mV	B_{cal}/mT	σ_{I_M}/A	$\sigma_{B_{\text{cal}}}/\text{mT}$	$\sigma_{B_{\text{mea}}}/\text{mT}$
0.000	0.9	-0.02	0.08	0.002	0.07	0.1
0.100	38.3	-9.78	38.64	0.003	0.21	0.3
0.200	78.3	-19.73	77.95	0.003	0.41	0.6
0.300	116.7	-29.43	116.27	0.004	0.61	0.8
0.400	155.3	-39.14	154.66	0.005	0.80	1.0
0.500	194.4	-48.89	193.17	0.006	1.00	1.2
0.600	232.8	-58.54	231.30	0.007	1.20	1.5
0.700	270.0	-68.05	268.87	0.008	1.39	1.7
0.800	307.6	-77.60	306.61	0.009	1.58	1.9
0.900	345.1	-87.16	344.40	0.010	1.78	2.1
1.000	383.7	-96.19	380.08	0.010	1.96	2.3

为了方便统一格式， B_{cal} 保留两位有效数字（为了与最小的不确定度对齐），其他测量量保留原始读数；各物理量的不确定度保留与物理量相同的小数位。可以看出，计算出的磁感应强度 B_{cal} 不确定度相比直接测量值 B_{mea} 有所降低。

绘制 $B - I_M$ 图像，如图5所示。可以发现，当对前 $i + 1$ 个点($i \leq 10$)进行拟合时， r^2 的值随 i 的增加而非严格地递减。当 $i = 6$ 时(即图中所示)有 $r^2 = 0.99999$ ，而当 $i = 7$ 时(即图中所示)有 $r^2 = 0.99997$ ；若取 $i = 10$ ，则 $r^2 = 0.99992$ 。从图中也可以看出，后面4个点位于依据前7个点拟合而成的曲线下方。其原因将于讨论3.3中进行分析。

对于前7个点进行的线性拟合，有直线斜率 $k \pm \sigma_k = (0.386 \pm 0.003) \text{ T/A}$ ，截距 $c \pm \sigma_c = (0.0001 \pm 0.0006) \text{ T}$ ，线性相关系数 $r^2 = 0.99999$ 。

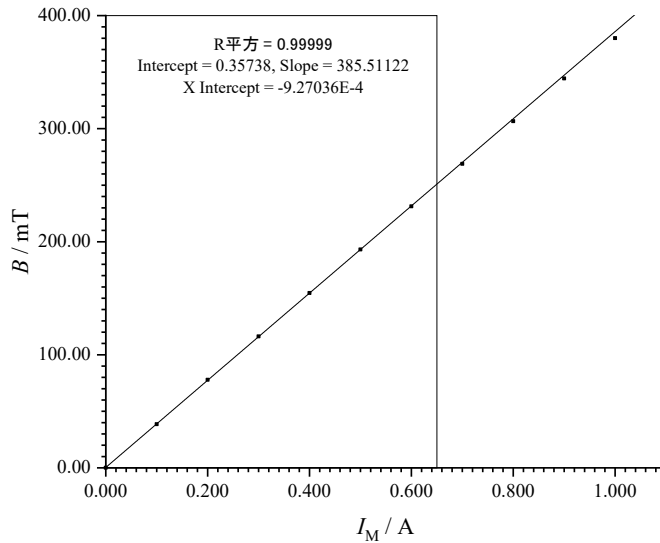


图 5 $B - I_M$ 表示的磁化曲线图像

2.4 磁场随 x 方向的分布曲线

同2.3中,根据霍尔元件在不同位置探测到的 U_H ,可以计算位置 x 处的磁感应强度。实验中,维持霍尔电流 $I_H = 10.000 \text{ mA}$,励磁电流 $I_M = 0.600 \text{ A}$,自外向内移动霍尔元件,测得 U_H 和计算 B 如表5所示。其中,当 $x = 46.0 \text{ mm}$ 时,霍尔元件边缘恰与电磁铁边缘平齐,即开始进入两极之间;当 $x = 28.0 \text{ mm}$ 时,霍尔元件另一边缘与电磁铁边缘平齐,即恰好完全进入两极之间。

表 5 磁感应强度随位置的变化规律

x/mm	U_H/mV	σ_{U_H}/mV	B/mT	σ_B/mT	x/mm	U_H/mV	σ_{U_H}/mV	B/mT	σ_B/mT
60.0	-4.53	0.02	17.9	0.1	36.0	-40.22	0.03	158.9	0.8
59.0	-4.72	0.02	18.7	0.1	35.0	-47.85	0.03	189.1	1.0
58.0	-4.96	0.02	19.6	0.1	34.0	-53.02	0.03	209.5	1.1
57.0	-5.20	0.02	20.5	0.1	33.0	-55.71	0.03	220.1	1.1
56.0	-5.45	0.02	21.5	0.1	32.0	-57.25	0.03	226.2	1.2
55.0	-5.70	0.02	22.5	0.1	31.0	-57.91	0.03	228.8	1.2
54.0	-5.97	0.02	23.6	0.1	30.0	-58.26	0.03	230.2	1.2
53.0	-6.31	0.02	24.9	0.1	29.0	-58.45	0.03	231.0	1.2
52.0	-6.65	0.02	26.3	0.2	28.0	-58.55	0.03	231.3	1.2
51.0	-6.98	0.02	27.6	0.2	27.0	-58.61	0.03	231.6	1.2
50.0	-7.41	0.02	29.3	0.2	26.0	-58.63	0.03	231.7	1.2
49.0	-7.85	0.02	31.0	0.2	24.0	-58.65	0.03	231.7	1.2
48.0	-8.40	0.02	33.2	0.2	22.0	-58.65	0.03	231.7	1.2
47.0	-9.01	0.02	35.6	0.2	20.0	-58.65	0.03	231.7	1.2
46.0	-9.68	0.02	38.2	0.2	15.0	-58.65	0.03	231.7	1.2
45.0	-10.52	0.02	41.6	0.2	12.0	-58.65	0.03	231.7	1.2
44.0	-11.37	0.02	44.9	0.2	10.0	-58.65	0.03	231.7	1.2
43.0	-12.76	0.02	50.4	0.3	7.0	-58.67	0.03	231.8	1.2
42.0	-14.21	0.02	56.1	0.3	5.0	-58.69	0.03	231.9	1.2
41.0	-16.00	0.02	63.2	0.3	4.0	-58.71	0.03	232.0	1.2
40.0	-18.64	0.02	73.7	0.4	3.0	-58.74	0.03	232.1	1.2
39.0	-21.74	0.02	85.9	0.5	2.0	-58.78	0.03	232.3	1.2
38.0	-26.03	0.02	102.9	0.5	1.0	-58.83	0.03	232.5	1.2
37.0	-32.59	0.03	128.8	0.7	0.0	-58.93	0.03	232.9	1.2

值得一提的是,实验中将霍尔元件自左向右移动中,标尺上的刻度是减小的,因此,为方便绘图中直观看出磁场的变化规律,图6(a)中以 $-x$ 为横坐标绘图。此外,霍尔片只能移动一半的距离,如果假设左右磁场变化规律相同,且以 $x = 0$ 作为对称轴,则可以得到图6(b)所示图线。

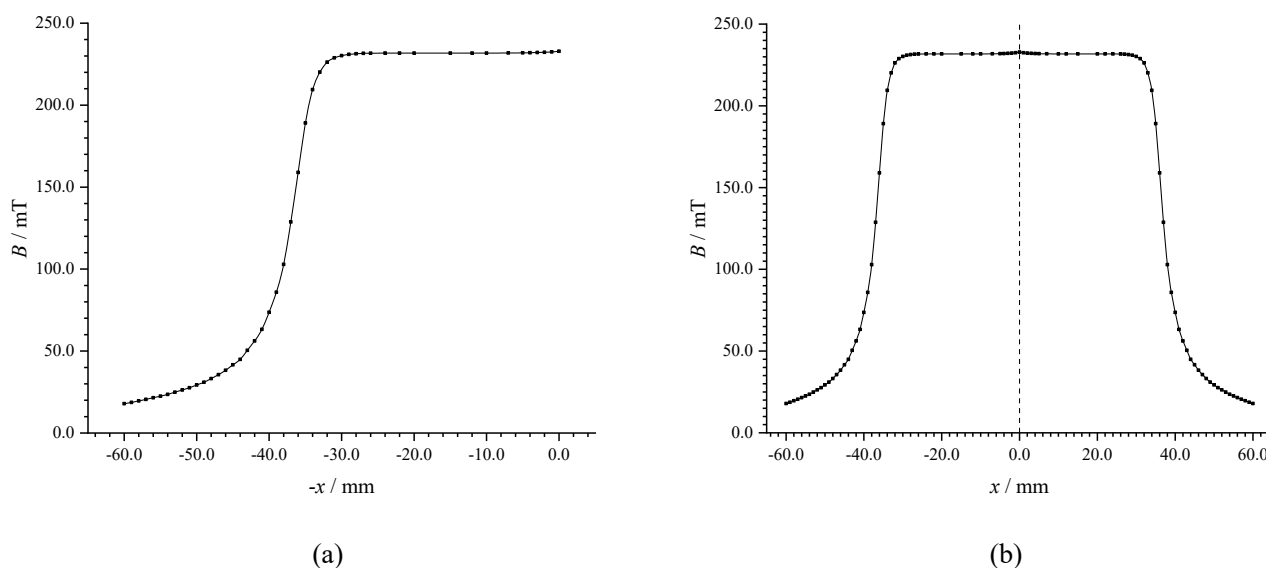


图 6 B 随位置 x 的变化曲线图像

可以看出，在水平方向上的磁感应强度经历了缓慢增大-迅速增大-维持不变-迅速减小-缓慢减小的过程。其中，电磁铁两极之间的磁感应强度最大，并在很长一段距离内基本不变，也即可以视为均匀磁场。磁感应强度剧烈变化的区域是接近电磁铁边缘的位置。

3 讨论与感想

3.1 无励磁电流时的霍尔电压来源（思考题3）

在实验2.2的表3中可以看出，当励磁电流 $I_M = 0.000$ A时，理论上应该无磁场产生，但是霍尔元件两侧仍然有电位差，毫特斯拉计也能检测到微弱的磁场 $B = 0.9$ mT。对于此时霍尔电压产生的原因，有两种可能的解释。

首先，由于在远处经过调零的毫特斯拉计（虽然准确度不高）依然在两磁极之间检测到磁场，说明此处的磁场确实存在。虽然励磁电流 I_M 为零，但被长期多次使用的电磁铁铁芯可能已经微弱磁化，从而使不通电时磁极之间也有微弱磁场，作用于通电的霍尔元件上产生霍尔电压。

此外，热磁副效应依赖于磁场的建立，但不等位电位差的存在不依赖于磁场。因此，霍尔元件两端也会产生不等位电位差。但这一电势差可以通过作差取平均值而得到消除。也即，霍尔元件两侧电压中，一部分来源于磁极之间真实存在的磁场，另一部分则来源于不等位电势差等副效应的存在。

3.2 无励磁电流时霍尔电压的方向反常的原因

仍然从表3中看出，当励磁电流不为零时， $U_1, U_3 < 0$ ，而 $U_2, U_4 > 0$ ，且总有 $|U_1| > |U_2| > |U_3| > |U_4|$ 。但对于 $I_M = 0.000$ A时，却有 $U_1, U_4 < 0$ ， $U_2, U_3 > 0$ 。这一现象看似与较强磁场下

的实验数据相矛盾，因此需要进行讨论和解释。

事实上，我们注意到不同 I_H 和 B 方向的电势差公式（详见《新编基础物理实验》201页），有 $U_3 = U_H - U_0 + U_E - U_N - U_R$ ， $U_4 = -U_H + U_0 - U_E - U_N - U_R$ （这里，为了方便处理，我们假设 U_H, U_0, U_E, U_N, U_R 都是正值，这样得出的 $U_1 = U_H + U_0 + U_E + U_N + U_R$ 也应该是正值；那么 U_3, U_4 两个公式的符号应该是与 U_1 对比的结果，与 U_1 同号则为正，异号为负）。当 $I_M = 0$ 时，真正的霍尔电压 U_H 很小，相应的 U_E, U_N, U_R 也很小，此时 U_3, U_4 的符号主要取决于不等位电势差 U_0 。故而我们看出 U_3 与 U_1 异号， U_4 与 U_1 同号，解释了此处 $U_1, U_4 < 0$ ， $U_2, U_3 > 0$ 的问题。

而对于其他各点，霍尔电压在各电位差的测量中占据主要地位，四个电势差的符号应该和霍尔电压的符号相一致，从而得出 U_3 与 U_1 同号， U_4 与 U_1 异号即 $U_1, U_3 < 0$ ，而 $U_2, U_4 > 0$ 的结果。

3.3 $B - I_M$ 磁化曲线斜率随 I_M 增大而降低的原因

通过观察图5，可以看出随着 I_M 的增大， $B - I_M$ 磁化曲线斜率逐渐减小，但减小幅度很不明显，需要进行计算或精确画图才能看出。这主要是因为随着励磁电流增大，电磁铁中发热量也增加，降低了部分应当转化为磁能的能量转化为电磁铁和线圈的内能，使磁场产生的效率降低；且电流越大这种热效应越明显。因此， I_M 较大时其产生的磁场略低于理论值。

关于实验2.1中两种接法的异同和其他曲线的特征和意义，均已在实验部分中说明。在讨论中不再重复。

4 结 论

磁感应强度 B 恒定时，霍尔电压 U_H 与霍尔电流 I_H 成极佳的线性关系。霍尔电流从1, 2端通过霍尔元件时， $U_H - I_H$ 图线的斜率（ $I_M = 0.600 \text{ A}$ ）为 $k \pm \sigma_k = (5.86 \pm 0.02) \text{ mV/mA}$ ；霍尔电流从3, 4端通过霍尔元件时，直线斜率 $k \pm \sigma_k = (5.85 \pm 0.02) \text{ mV/mA}$ 。两种接法的霍尔电压与霍尔电流成正比，且比例系数相同。这说明霍尔元件的灵敏度只与厚度有关，而与霍尔电流通过的方向无关，与理论预测的结果相符。

霍尔电流 I_H 恒定时，霍尔电压 U_H 与磁感应强度 B 也成线性关系，实验使用的霍尔元件灵敏度 $K_H \pm \sigma_{K_H} = (25.3 \pm 0.1) \text{ V/(A} \cdot \text{T)}$ 。此外，根据绘制出的 $B - I_M$ 磁化曲线，随着 I_M 的增大，磁化曲线斜率缓慢减小；这一现象与电磁铁的热效应有关。

根据绘制出的 $B - x$ 磁场分布曲线，磁感应强度在水平方向上经历了缓慢增大-迅速增大-维持不变-迅速减小-缓慢减小的过程。电磁铁两极之间的磁感应强度达到最大，并几乎成为均匀磁场；接近电磁铁边缘的位置出现磁感应强度的突变。