

测定介质中的声速

北京大学 化学与分子工程学院

1700011818 李炳其

2018年11月20日

1 驻波法测定介质中的声速

空气中的声速 v 可以根据测定波长 λ 求得, 若已知频率 f , 则 $v = f\lambda$, 当空气中一个平面声源沿与平面垂直的方向做角频率为 $\omega = 2\pi f$, 振幅为 a 的简谐振动, 而距离声源 l 处存在一个刚性平面, 则声波会因反射而形成驻波。将声源位置确定为坐标原点, 驻波场中空气质点的位移可以表为 $\xi = \frac{a \sin[k(l-x)] \cos \omega t}{\sin kl}$, 其中 k 为波数。而在实验中, 通过观测声压 $p = -\rho_0 v^2 \frac{\partial \xi}{\partial x}$ 来测定空气的振动, 其中 ρ_0 为空气的静态密度。声压驻波可以表示为 $p = \rho_0 \omega v a \frac{\sin[k(l-x) + \frac{\pi}{2}] \cos \omega t}{\sin kl}$ 。因此有刚性平面声压振幅 $|p(l)| = \frac{\rho_0 \omega v a}{|\sin kl|}$ 。当 l 改变, 声压发生改变, 而当其改变 $\frac{\lambda}{2}$, 声压复原。因此可以通过改变 l 观测 $p(l)$ 的办法测定波长。

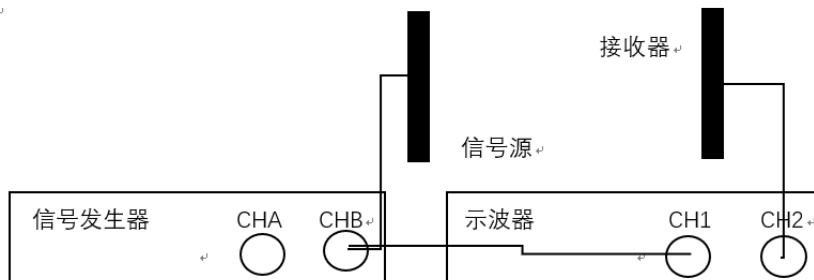


图1 驻波法、相位法声速测定实验装置

实验装置如图1.按照其接好线路, 调节换能器端面平行, 通过调节信号发生器的频率和换能器之间的距离调节换能器到谐振频率, 将两个换能器的间距从一定位置开始缓慢增加, 记录振幅极大时端面换能器的示数。

实验数据如表1:

表 1: 驻波法测定空气声速的实验数据
谐振频率 $f = 39.63 \text{ kHz}$, 环境温度 $\theta = 21.8^\circ\text{C}$

实验次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
正向位移 x_i/mm	14.100	18.570	22.920	27.334	31.740	36.118	40.432	44.822	49.170	53.456
反向位移 x'_i/mm	13.940	18.378	22.734	27.080	31.482	35.950	40.212	44.658	48.982	53.348
正向电压峰值 $U_{pp,i}/\text{V}$	11.6	10.4	9.12	8.00	7.04	6.08	5.52	5.20	4.80	4.32
反向电压峰值 $U'_{pp,i}/\text{V}$	11.8	10.4	9.12	8.00	7.04	6.16	5.60	5.28	4.80	4.32

数据的处理使用逐差法:

$$\overline{\lambda_1} = \frac{\sum_{i=6}^{10} x_i - \sum_{i=1}^5 x_i}{25} \times 2 = 8.747 \text{ mm} \quad (1)$$

$$\overline{\lambda_2} = \frac{\sum_{i=6}^{10} x'_i - \sum_{i=1}^5 x'_i}{25} \times 2 = 8.763 \text{ mm} \quad (2)$$

$\bar{\lambda}_1$ 的不确定度为：(其中位置测量装置允差为 $e = 0.005 \text{ mm}$)

$$\sigma_{\bar{\lambda}_1} = \sqrt{\left(\frac{e}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{e}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{\sum_{i=1}^5 \left(\frac{x_{i+5} - x_i}{5} \times 2 - \bar{\lambda}_1\right)^2}{20}} = 0.020 \text{ mm} \quad (3)$$

$\bar{\lambda}_2$ 的不确定度为：

$$\sigma_{\bar{\lambda}_2} = \sqrt{\left(\frac{e}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{e}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{\sum_{i=1}^5 \left(\frac{x'_{i+5} - x'_i}{5} \times 2 - \bar{\lambda}_2\right)^2}{20}} = 0.013 \text{ mm} \quad (4)$$

则测量波长 $\bar{\lambda}$ 及其不确定度为：

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_2}{2} = 8.755 \text{ mm} \quad (5)$$

$$\sigma_{\bar{\lambda}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\bar{\lambda}_1}^2 + \sigma_{\bar{\lambda}_2}^2}{4}} = 0.012 \text{ mm} \quad (6)$$

声速 v 及其不确定度为：(频率测量的允差 $e_f = 0.01 \text{ kHz}$)

$$v = f\bar{\lambda} = 346.9 \text{ m/s} \quad (7)$$

$$\sigma_v = \sqrt{(f\sigma_{\bar{\lambda}})^2 + \left(\bar{\lambda} \times \frac{e_f}{\sqrt{3}}\right)^2} = 0.5 \text{ m/s} \quad (8)$$

因此 $v \pm \sigma_v = (346.9 \pm 0.5) \text{ m/s}$ 。

电压峰值随距离的变化关系如图2，可以看出其呈现较好的指数衰减关系，拟合的数据在图上表格中示出。因此，波的振幅随距离指数衰减。

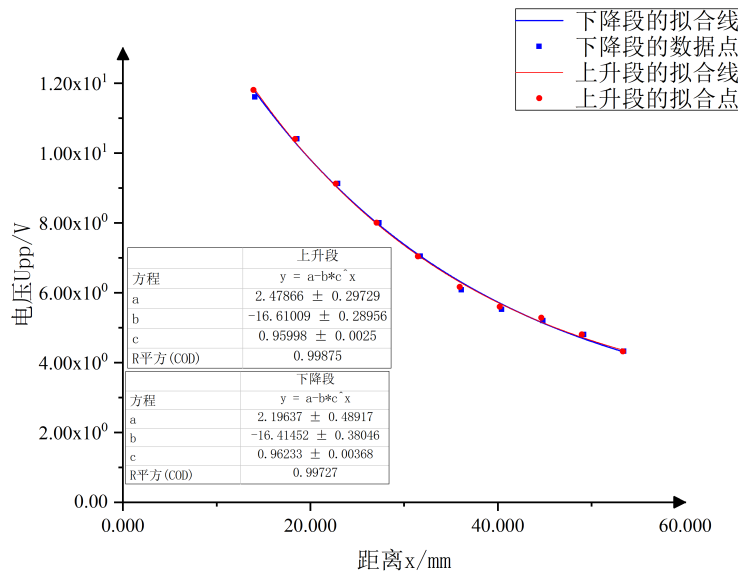


图2 电压峰值随距离的变化关系

2 相位法测定声速

相位法通过比较声源处声压和反射面处声压的相位来确定波长，进而确定声速。两者的声压为：

$$p(0) = -\rho_0 v \omega a \sin \omega t \quad (9)$$

$$p(l) = -\rho_0 v \omega a \sin(\omega t - kl) \quad (10)$$

故当 l 改变一个波长，李萨如图形恢复原状。

按照前述方式连接线路，将示波器调为X-Y显示模式，调节两个通道的偏转因数使得示波器显示稳定而大小便于观察的李萨如图形。记录下荧光屏上出现相同直线时标尺的示数，以此数据进行计算。数据如表2：

表 2: 相位法测定空气声速的实验数据
谐振频率 $f = 39.63 \text{ kHz}$, 环境温度 $\theta = 21.8^\circ\text{C}$

实验次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
正向位移 x_i/mm	13.218	22.450	31.344	40.170	48.998	57.822	66.404	75.168	84.010	93.702
反向位移 x'_i/mm	13.098	22.330	31.240	40.085	48.964	57.652	66.304	74.982	83.930	93.620

以最小二乘法拟合线性回归曲线 $x = \lambda y + b$ ，线性回归的结果如表3：

表 3: 线性回归结果			
数据组数	b /mm	λ /mm	r
1 正向位移	4.59787	8.86013	0.99995
2 反向位移	4.48873	8.86032	0.99994

两者的不确定度分别为：（其中位置测量装置允差为 $e = 0.005 \text{ mm}$ ）

$$\sigma_{\lambda_1} = \sqrt{\left(\frac{\frac{1}{r_1^2} - 1}{10 - 2}\right)^2 + \frac{e^2}{3}} = 0.0047 \text{ mm} \quad (11)$$

$$\sigma_{\lambda_2} = \sqrt{\left(\frac{\frac{1}{r_2^2} - 1}{10 - 2}\right)^2 + \frac{e^2}{3}} = 0.0048 \text{ mm} \quad (12)$$

则测量波长 $\bar{\lambda}$ 及其不确定度为：

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} = 8.86022 \text{ mm} \quad (13)$$

$$\sigma_{\bar{\lambda}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\lambda_1}^2 + \sigma_{\lambda_2}^2}{4}} = 0.0033 \text{ mm} \quad (14)$$

则，声速及其不确定度为：（频率测量的允差 $e_f = 0.01 \text{ kHz}$ ）

$$v = f\bar{\lambda} = 351.1 \text{ m/s} \quad (15)$$

$$\sigma_v = \sqrt{(f\sigma_{\bar{\lambda}})^2 + (\bar{\lambda} \times \frac{e_f}{\sqrt{3}})^2} = 0.1 \text{ m/s} \quad (16)$$

因此 $v \pm \sigma_v = (351.1 \pm 0.1) \text{ m/s}$ 。

3 由气体参量计算空气声速

校准后的气体声速公式为：

$$v(\text{m/s}) = 331.45 \sqrt{\left(1 + \frac{\theta}{T_0}\right) \left(1 + \frac{0.3192 p_W}{p}\right)} \quad (17)$$

通过福廷气压计、酒精温度计和干湿球湿度计测得的参量如表4：查表得此时水的饱和蒸汽压 $p_S = 2612.12 \text{ Pa}$ ，

表 4: 气体参量的测量结果		
室温 $\theta/^\circ\text{C}$	相对湿度 H	气压 p/mmHg
21.8	32	765.25

故此时水的蒸汽压 $p_W = p_S H = 8.4 \times 10^2 \text{ Pa}$

$$v(\text{m/s}) = 331.45 \sqrt{\left(1 + \frac{\theta}{T_0}\right) \left(1 + \frac{0.3192 p_W}{p}\right)} = 331.45 \sqrt{\left(1 + \frac{21.8}{273.15}\right) \left(1 + \frac{0.3192 \times 8.4 \times 10^2}{765.25 \times 133.32}\right)} = 344.9 \text{ m/s} \quad (18)$$

4 水中声速的测定

利用图1中的装置，测量水中的声速，测量结果如表5:

表 5: 相位法测定水中声速的实验数据

谐振频率 $f = 911.6 \text{ kHz}$						
实验次数	1	2	3	4	5	6
位移 x_i/cm	1.2602	1.4278	1.6004	1.7776	1.9482	2.1300

以最小二乘法拟合线性回归曲线 $x = \lambda y + b$ ，线性回归的结果如表6:

表 6: 线性回归结果

数据组数	b /cm	λ /cm	r
位移	1.08196	0.17393	0.99994

波长不确定度为: (其中位置测量装置允差为 $e = 0.005 \text{ cm}$)

$$\sigma_{\lambda_1} = \sqrt{\left(\frac{\frac{1}{r_1^2} - 1}{10 - 2}\right)^2 + \frac{e^2}{3}} = 0.0062 \text{ cm} \quad (19)$$

则，声速及其不确定度为: (频率测量的允差 $e_\lambda = 0.1 \text{ kHz}$)

$$v = f\lambda = 1585.5 \text{ m/s} \quad (20)$$

$$\sigma_v = \sqrt{(f\sigma_\lambda)^2 + (\lambda \times \frac{e_f}{\sqrt{3}})^2} = 56 \text{ m/s} \quad (21)$$

因此 $v \pm \sigma_v = (1586 \pm 56) \text{ m/s}$ 。

5 声光效应法测水中声速

超声波在介质中传播，由于介质会发生弹性应变，因而介质的折射率会发生变化，产生衍射现象。此时有下述关系:

$$\sin \theta = \pm k \frac{\lambda}{\lambda_S} \quad (22)$$

其中， θ 为衍射角， k 为衍射级数， λ 为光波长，而 λ_S 为超声波的波长。调节装置共轴，调节透镜间距使得前后移动屏幕，光斑不会发生放缩。放入光栅并调整至出现清晰衍射，根据实验数据得到波长，进而得到声速。实验数据见表7。

表 7: 声光效应法实验数据

至墙壁距离 $L = 451.5 \text{ cm}$ ，超声波频率 $f = 10.007 \text{ MHz}$ ，激光器波长 $\lambda = 623.8 \text{ nm}$

衍射级数 k	-2	-1	0	1	2
相对中心位置 x/mm	-38.5	-19.0	0	19.5	38.5
衍射角 $\theta = \arctan \frac{x}{L}$	-0.489°	-0.241°	0°	0.247°	0.489°
$\sin \theta$	-0.00853	-0.00421	0	0.00432	0.00853

经过线性拟合，得到: $\frac{\lambda}{\lambda_S} = 0.00426$ ，相关系数 r 为 0.99999。因此 $\lambda_S = 0.1464 \text{ mm}$ 。因而 $v = 1465 \text{ m/s}$ 。由于测量到墙的距离仍有一定误差，因而此例作者不做误差分析。

6 分析与讨论

测量声速的方法有很多。这其中需要仪器最简单，测量最简便的方法是气体参量法，只需要水的饱和蒸汽压数据和计算公式里面的修正常数就可以得到声速。驻波法和相位法虽然需要用到专用的仪器，但是可以多次测量，降低测量带来的随机误差。这两者的信号都会随着换能器间距增加而衰减，在驻波法中衰减反映为信号峰值的降低，而在相位法中衰减反映为信噪比的降低，即李萨如图形的线宽增加。前者会使得峰值不易判断，而后者会使得李萨如图形是否重合难以判断，都会引入更大的误差。因而，不应该在信号过弱处测量。在信号衰减不严重处，相较驻波法，行波法受信号衰减的影响小一些，不确定度更低一些。而对于液体等声速高的介质，也可以采取行波法或驻波法，然而信号衰减更加明显，不过在本实验中，水中声速的测定的误差主要来源于使用的测量换能器间距的测定仪长度分度值与允差大了约10倍，这使得其成为了影响随机误差的主要因素。另外，另一种方法是利用声光效应测衍射，进而测得波长和声速，这种方法准确度相对高一些。笔者进行的实验中，由于正反向偏移方向一致且偏移量相差不大，因而螺距差在本实验中减小的效果很好，这一点是通过向单方向移动测量而做到的。另外，在水中声速的测量中，需要将换能器全部浸没到水中，以保证边界条件能够被满足。对于数据处理的方法，逐差法和线性回归法都是常用的方法，而本实验同时使用了逐差法和线性回归。这两种方法都能充分利用数据，逐差法较为直观，能够反映数据的增量关系并及时地发现可能的错误数据。而最小二乘法是方差最小的线性拟合方案，换言之在数学上最小二乘是最佳的。然而，最小二乘法需要较复杂的计算，因而在有计算器或者计算机的情况下可以使用最小二乘法，但是在缺少计算工具的情况下逐差法是较好的选择。