

# 分光计的调节和掠入射法测量折射率 实验报告

蔡丹杨

(北京大学化学与分子工程学院 1700011774)

## 1 数据处理 ( $1^\circ = \pi/180 \text{ rad} \approx 0.017453 \text{ rad}$ )

首先按照实验要求，调节望远镜与转轴垂直，平行光管与望远镜共轴且发出平行光。然后，放上三棱镜，调节载物平台螺丝使三棱镜的两个光学面垂直望远镜光轴。

### (1) 测定玻璃三棱镜顶角

光路图如图 1 所示。转动望远镜分别垂直 AB、AC 两个光学面，读出左右两边游标的读数( $\theta_1', \theta_1''$ )和( $\theta_2', \theta_2''$ )，然后相减得到顶角的补角 $\psi$ ，如表 1 所示。

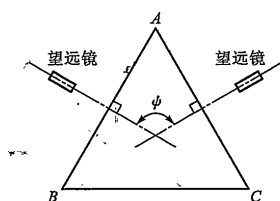


图 1 三棱镜顶角 A 的测量光路图

次数	$\theta_1'$	$\theta_1''$	$\theta_2'$	$\theta_2''$	$\psi = 1/2[(\theta_2' - \theta_1') + (\theta_2'' - \theta_1'')]$
1	$50^\circ 43'$	$230^\circ 46'$	$290^\circ 44'$	$110^\circ 43'$	$59^\circ 59'$
2	$50^\circ 42'$	$230^\circ 45'$	$290^\circ 43'$	$110^\circ 41'$	$59^\circ 58.5'$
3	$43^\circ 08'$	$223^\circ 10'$	$283^\circ 10'$	$103^\circ 08'$	$60^\circ 00'$
平均	—	—	—	—	$59^\circ 59'$

表 1 三棱镜顶角 A 的测量结果

故顶角 A 的值为 $59^\circ 59' = 1.0469 \text{ rad}$ 。(至于为什么没有减去  $180^\circ$ ，见分析与讨论部分的相关内容。)考虑到刻度盘每个游标测量的允差为 $\pm 1'$ ，则最终结果为

$$e = \frac{1}{2}(1' + 1' + 1' + 1') = 2' \approx 6 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\sigma_{\bar{A}} = \sqrt{\frac{\sum(\psi_i - \bar{\psi})^2}{3(3-1)}} \approx 0.4564' \approx 1.3 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\sigma_A = \sqrt{\sigma_{\bar{A}}^2 + \left(\frac{e}{\sqrt{3}}\right)^2} \approx 4 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$$A \pm \sigma_A = (1.0469 \pm 0.0004) \text{ rad}$$

### (2) 掠入射法测定三棱镜的折射率

开启钠光灯 (波长 $\lambda_D = 589.3 \pm 0.3 \text{ nm}$ )，加装毛玻璃后，在出射光方向可见一条明暗分界线，用望远镜精确测量，读数为( $\theta_3', \theta_3''$ )。然后转过一定角度，使得望远镜光轴垂直出射方向光学面，读数( $\theta_4', \theta_4''$ )，结果如表 2 所示。

次数	$\theta_3'$	$\theta_3''$	$\theta_4'$	$\theta_4''$	$\psi = 1/2[(\theta_4' - \theta_3') + (\theta_4'' - \theta_3'')]$
1	$84^\circ 32'$	$264^\circ 33'$	$43^\circ 08'$	$223^\circ 9'$	$41^\circ 24'$
2	$284^\circ 42'$	$104^\circ 44'$	$243^\circ 21'$	$63^\circ 17'$	$41^\circ 24'$
3	$268^\circ 49'$	$88^\circ 49'$	$227^\circ 27'$	$47^\circ 23'$	$41^\circ 24'$
平均	—	—	—	—	$41^\circ 24'$

表 2 掠入射法测量三棱镜的极限角测量结果

则出射极限角 $\psi = 41^\circ 24' = 0.7226 \text{ rad}$ ，且

$$e = \frac{1}{2}(1' + 1' + 1' + 1') = 2' \approx 6 \times 10^{-4} \text{rad}$$

$$\sigma_{\bar{\psi}} = \sqrt{\frac{\sum(\psi_i - \bar{\psi})^2}{3(3-1)}} = 0$$

$$\sigma_{\psi} = \sqrt{\sigma_{\bar{\psi}}^2 + \left(\frac{e}{\sqrt{3}}\right)^2} \approx 3 \times 10^{-4} \text{rad}$$

$$\psi \pm \sigma_{\psi} = (0.7226 \pm 0.0003) \text{rad}$$

则由折射率与出射极限角的关系  $n = \sqrt{1 + ((\cos A + \sin \psi)/\sin A)^2}$ , 算得

$$n = \sqrt{1 + \left(\frac{\cos 1.0469 + \sin 0.7226}{\sin 1.0469}\right)^2} \approx 1.6732$$

$$\sigma_n = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial A} \sigma_A\right)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial \psi} \sigma_{\psi}\right)^2} = \frac{1}{n} \sqrt{\left(\frac{(\cos A + \sin \psi)(1 + \cos A \sin \psi)}{\sin^3 A} \sigma_A\right)^2 + \left(\frac{\cos \psi (\cos A + \sin \psi)}{\sin^2 A} \sigma_{\psi}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{1.6732} \sqrt{\left(\frac{(\cos 1.0469 + \sin 0.7226)(1 + \cos 1.0469 \sin 0.7226)}{\sin^3 1.0469} \times 4 \times 10^{-4}\right)^2 + \left(\frac{\cos 0.7226 (\cos 1.0469 + \sin 0.7226)}{\sin^2 1.0469} \times 3 \times 10^{-4}\right)^2}$$

$$\approx 6 \times 10^{-4}$$

$$n \pm \sigma_n = (1.6732 \pm 0.0006)$$

### (3) 最小偏向角法测定三棱镜折射率

将钠光灯换为汞灯, 选用其绿光谱线 ( $\lambda = 546.07 \text{nm}$ ) 进行测量, 光路图如图 2 所示。先用肉眼找到绿色和紫色的谱线, 然后再用望远镜和游标盘进行细调, 最后找到最小偏向角的位置, 记录读数( $\theta'_5, \theta''_5$ )。然后锁死游标盘, 转动望远镜到正对狭缝的位置, 读数( $\theta'_6, \theta''_6$ ), 如表 3 所示。

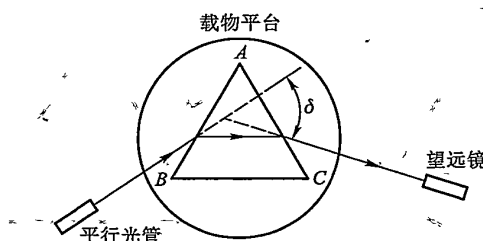


图 2 最小偏向角法测定三棱镜折射率光路图

次数	$\theta'_5$	$\theta''_5$	$\theta'_6$	$\theta''_6$	$\delta = 1/2[(\theta'_6 - \theta'_5) + (\theta''_6 - \theta''_5)]$
1	59°22'	239°21'	113°35'	293°30'	54°11'
2	42°05'	222°06'	96°13'	276°08'	54°05'
3	101°48'	281°45'	155°55'	335°48'	54°05'
平均	—	—	—	—	54°07'

表 3 最小偏向角法测定三棱镜折射率测量结果

则最小偏向角  $\delta_m = 54^\circ 07' = 0.9445 \text{rad}$ , 且

$$e = \frac{1}{2}(1' + 1' + 1' + 1') = 2' \approx 6 \times 10^{-4} \text{rad}$$

$$\sigma_{\delta_m} = \sqrt{\frac{\sum(\delta_i - \bar{\delta})^2}{3(3-1)}} = 2' \approx 6 \times 10^{-4} \text{rad}$$

$$\sigma_{\delta_m} = \sqrt{\sigma_{\bar{\delta}_m}^2 + \left(\frac{e}{\sqrt{3}}\right)^2} \approx 7 \times 10^{-4} \text{rad}$$

$$\delta_m \pm \sigma_{\delta_m} = (0.9445 \pm 0.0007) \text{rad}$$

则由折射率与最小偏向角的关系  $n = \sin \frac{A + \delta_m}{2} / \sin \frac{A}{2}$ , 算得

$$n = \sin \frac{A + \delta_m}{2} / \sin \frac{A}{2} = \sin 0.9957 / \sin 0.5234 \approx 1.6787$$

$$\sigma_n = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial A} \sigma_A\right)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial \delta_m} \sigma_{\delta_m}\right)^2} = \sqrt{\left(\sin \frac{\delta_m}{2} / 2 \cos^2 \frac{A}{2} \sigma_A\right)^2 + \left(\cos \frac{A + \delta_m}{2} / \sin \frac{A}{2} \sigma_{\delta_m}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\sin 0.4722}{2 \cos^2 0.5234} \times 4 \times 10^{-4}\right)^2 + \left(\frac{\cos 0.9957}{\sin 0.5234} \times 7 \times 10^{-4}\right)^2} \approx 8 \times 10^{-4}$$

$$n \pm \sigma_n = (1.6787 \pm 0.0008)$$

#### (4) 测定玻璃材料的色散曲线

利用汞灯中丰富的谱线，可以分别利用最小偏向角法测量折射率，得到样品的色散曲线。由于时间限制，每条谱线仅测了一次最小偏向角，不能计算不确定度，但可将实验内容（3）中绿光谱线的测量结果

$$\sigma_{\delta_m} = \sqrt{\frac{\sum(\delta_i - \bar{\delta})^2}{3-1} + \left(\frac{e}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{3\sigma_{\delta_m}^2 + \left(\frac{e}{\sqrt{3}}\right)^2} \approx 3.7' \approx 1.1 \times 10^{-3} \text{rad} \text{ 作为单次测量最小偏向角的不确定度的估计。}$$

据此得到的实验数据如表 4 所示（具体计算与（3）中原理相同，且较为重复，不再列出）。

$\lambda/\text{nm}$ (颜色)	$\theta_7'$	$\theta_7''$	$\theta_8'$	$\theta_8''$	$\delta_m \pm \sigma_{\delta_m}$	$n \pm \sigma_n$
579.07 (黄)	102°01'	281°59'	155°44'	335°33'	0.9361±0.0011	1.6741±0.0012
576.96 (黄)	101°44'	281°39'	155°27'	335°16'	0.9367±0.0011	1.6745±0.0012
546.07 (绿)	101°48'	281°45'	155°55'	335°48'	0.9445±0.0008	1.6787±0.0009
491.60 (青)	101°18'	281°12'	156°22'	336°11'	0.9605±0.0011	1.6874±0.0012
435.84 (紫)	102°56'	282°51'	159°26'	339°15'	0.9852±0.0011	1.7005±0.0012
404.66 (暗紫)	108°57'	288°51'	166°36'	346°29'	1.0059±0.0011	1.7113±0.0011

表 4 测定玻璃材料的色散曲线测量结果

据此可以作出对柯西公式  $n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$  的拟合曲线，如图 3 所示。

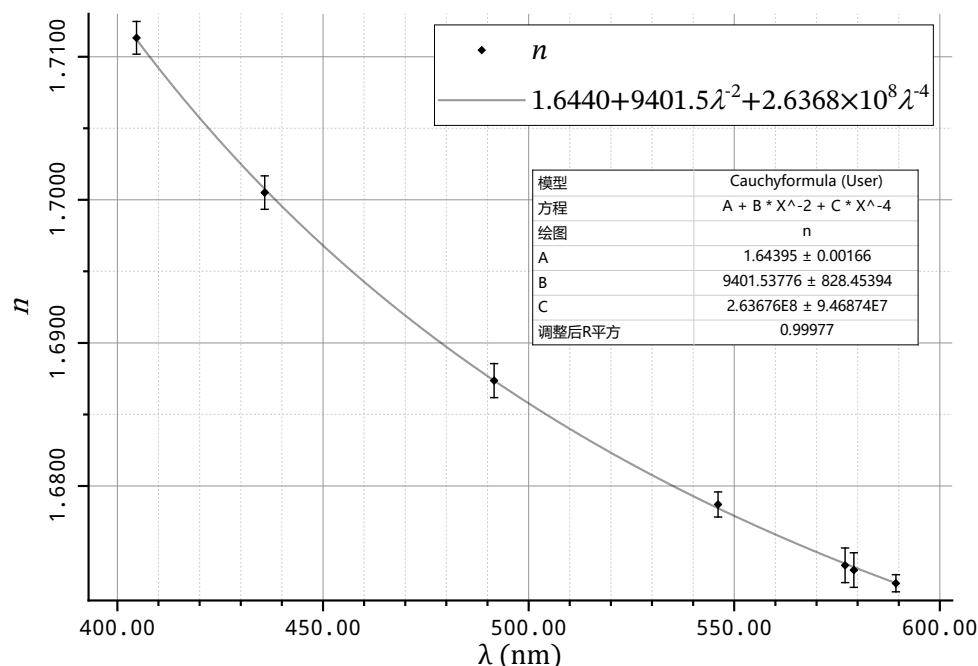


图 3 测定玻璃材料的色散曲线拟合曲线

$$\text{色散率写作 } \nu = -\frac{18803 \text{ nm}^2}{\lambda^3} - \frac{1.0547 \times 10^9 \text{ nm}^4}{\lambda^5}。$$

## 2 分析与讨论

### (1) 测量误差来源及不确定度计算

实验中误差的主要来源包括：

- 是否将望远镜光轴调到与转轴垂直；
- 实验过程中是否因为碰到平台或者望远镜而影响了之前的校准；
- 是否注意消除了望远镜或刻度盘旋转时的螺距差；
- 在最小偏向角法实验中对最小偏向角位置的判断是否准确；等。

由最终的实验数据可以看出，两侧游标盘的读数本应恰好相差  $180^\circ$ ，但实际测量结果可与之相差达  $5'$ ，且使用刻度盘不同区域读数的偏心差大小不同，可见实验中采用两侧读数的方法消除偏心差对保证最终结果的准确性很有必要。此外，观察到如果使用刻度盘同一区域读数则每次偏心差都接近，因此为了充分消除不均匀性，应该在三次重复测量中分别使用刻度盘的不同部分较好。

在最小偏向角法实验及测量玻璃的色散曲线实验中不确定度明显提高，主要原因是该条件下对狭缝像的最小偏转位置的确定存在较大的主观性，实测时在约  $3'$  的范围内均可看成最小偏向，这和之前掠入射法或借助绿十字像确定角度的方法相比不确定度较高。

## (2) 其他

在调节分光计时，找到棱镜反射回来的像较难，反射光较少，一旦显微镜转动过快，很容易错过这一现象。并且，棱镜高度的粗调也较为重要。若棱镜高度或仰角调节不合适，那么可能在一个方位能找到反射回来的绿色十字像，但转过另一个方位却找不到，这一调节步骤需要一些耐心。我自己的经验是，让棱镜转到与望远镜稍不垂直的位置，从与望远镜水平的位置观察望远镜在反射面上成的像，调节其直大概与望远镜光轴平行后再转入望远镜视野观察。

本次实验中，实验内容 (2) 由于棱镜摆放位置的关系，算得的偏向角会是负数，而实验内容 (1) 中算得的“偏向角”在数值上就是顶角。这是由于刻度盘设计的刻度增大方向与实验条件下光线偏折方向相反，所以会得到负的偏向角；而实验内容 (1) 中测得的  $\theta_2'$  实际是  $\theta_1'$  转过负数角度后小于  $0^\circ$  的值（例如，记作  $290^\circ 44'$  的  $\theta_2'$  的值实际是  $50^\circ 43' - 119^\circ 59' = -69^\circ 16'$ ），只是由于刻度盘的循环坐标而加上了  $360^\circ$ 。对于算得的偏向角的效果即是用  $180^\circ$  去减，所以算出的就是顶角  $A$ 。

## 3 收获与感想

通过本次实验，我学会了调节分光计的光路共轴的方法，进一步锻炼了我调整光路、进行光学实验的能力，并应用散射光中的掠入射光测定了给定棱镜的折射率，使我对曾经使用过的阿贝折射仪等仪器的原理有了更多的理解。

感谢老师对实验过程和理论知识的指导。