Estudo Dirigido 3

Carlos Bravo
119136241

3 de maio de 2021

Questão 1

(a) Como v tem que ser escrito como combinação de G, podemos escrever o seguinte sistema, com x_k sendo o coeficiente do vetor k de G:

$$\begin{bmatrix} 4 & 12 & 12 \\ 4 & 8 & 12 \\ 2 & 2 & 9 \\ 4 & 8 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 88 \\ 76 \\ 44 \\ 64 \end{bmatrix}$$

Reescrevendo como uma matriz aumentada e resolvendo o sistema:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 4 & 12 & 12 & 88 \\ 4 & 8 & 12 & 76 \\ 2 & 2 & 9 & 44 \\ 4 & 8 & 9 & 64 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{1,2}(-1)} \left[\begin{array}{ccc|c} 4 & 12 & 12 & 88 \\ 0 & -4 & 0 & -12 \\ 2 & 2 & 9 & 44 \\ 4 & 8 & 9 & 64 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{1,3}(-\frac{1}{2})}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 4 & 12 & 12 & 88 \\ 0 & -4 & 0 & -12 \\ 0 & -4 & 3 & 0 \\ 4 & 8 & 9 & 64 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{1,4}(-1)} \left[\begin{array}{ccc|c} 4 & 12 & 12 & 88 \\ 0 & -4 & 0 & -12 \\ 0 & -4 & 3 & 0 \\ 0 & -4 & -3 & -24 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{2,3}(-1)}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 4 & 12 & 12 & 88 \\ 0 & -4 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 3 & 12 \\ 0 & -4 & -3 & -24 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{2,4}(-1)} \left[\begin{array}{ccc|c} 4 & 12 & 12 & 88 \\ 0 & -4 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 3 & 12 \\ 0 & 0 & -3 & -12 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{3,4}(1)}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 4 & 12 & 12 & 88 \\ 0 & -4 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 3 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Dessa última matriz tiramos as seguintes equações:

$$x_3 = 4$$

$$x_2 = 3$$

$$x_1 = 1$$

Então:

$$v = G_1 + 3G_2 + 4G_3$$

(b) Seguindo o mesmo procedimento de (a):

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -4 & -8 & 12 & -16 \\ 4 & 5 & -12 & 28 \\ -4 & -9 & 12 & -12 \\ -3 & -9 & 9 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{1,2}(1)} \left[\begin{array}{ccc|c} -4 & -8 & 12 & -16 \\ 0 & -3 & 0 & 12 \\ -4 & -9 & 12 & -12 \\ -3 & -9 & 9 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{1,3}(-1)}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -4 & -8 & 12 & -16 \\ 0 & -3 & 0 & 12 \\ 0 & -1 & 0 & 4 \\ -3 & -9 & 9 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{1,4}(-\frac{3}{4})} \left[\begin{array}{ccc|c} -4 & -8 & 12 & -16 \\ 0 & -3 & 0 & 12 \\ 0 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & -3 & 0 & 12 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{2,3}(-\frac{1}{3})}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -4 & -8 & 12 & -16 \\ 0 & -3 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 12 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{2,4}(-1)} \left[\begin{array}{ccc|c} -4 & -8 & 12 & -16 \\ 0 & -3 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Substituindo os valores obtemos:

$$x_2 = -4$$

$$x_1 = 12 + 3x_3$$

Disso tiramos que:

$$v = (12 + 3k)G_1 - 4G_2 + kG_3, \forall k \in \mathbb{R}$$

Para escrever uma combinação linear específica, podemos escolher um k qualquer, como $k = 0$, então:

$$v = 12G_1 - 4G_2$$

Questão 2

Escrevendo na forma de matriz aumentada e realizando a eliminação:

$$\left[\begin{array}{cc|c} 3 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ c & 1 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{1,2}(-\frac{1}{3})} \left[\begin{array}{cc|c} 3 & -1 & 4 \\ 0 & \frac{7}{3} & \frac{5}{3} \\ c & 1 & 1 \end{array}\right]$$

Como tem 2 variáveis, vamos resolver o sistema usando apenas as duas primeiras equações. Dela tira-se os resultados:

$$x_2 = \frac{5}{7}$$

$$x_1 = \frac{11}{7}$$

Podemos então reescrever a última linha como:

$$c\frac{11}{7} + \frac{5}{7} = 1$$

$$c = \frac{2}{11}$$

A variável c precisa ter esse valor senão a combinação obtida pelas linhas anteriores não concordaria.

Questão 3

(a) Vamos começar simplificando as equações para ter uma parametrização. É possível reescrever da seguinte forma de matriz aumentada:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & -2 & 0 & 0 \\ 8 & 36 & -22 & -8 & 0 \\ -2 & 10 & 7 & 4 & 0 \\ -29 & -136 & 88 & 40 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{1,2}(-8)} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -6 & -8 & 0 \\ -2 & -10 & 7 & 4 & 0 \\ -29 & -136 & 88 & 40 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{1,3}(2)}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -6 & -8 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & 4 & 0 \\ -29 & -136 & 88 & 40 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{1,4}(29)} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -6 & -8 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & -20 & 30 & 40 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{2,3}(-\frac{1}{2})}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -6 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -20 & 30 & 40 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{2,4}(5)} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -6 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Colocando as variáveis em função de x_2 e x_3 obtemos:

$$x_1 = -4x_2 + 2x_3$$

$$x_4 = \frac{1}{2}x_2 - \frac{3}{4}x_3$$

Podemos reescrever os parâmetros como:

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-4x_2 + 2x_3, x_2, x_3, \frac{1}{2}x_2 - \frac{3}{4}x_3) = x_2(-4, 1, 0, \frac{1}{4}) + x_3(2, 0, 1, -\frac{3}{4})$$

Então o gerador do subespaço é:

$$\langle(-4, 1, 0, \frac{1}{2}), (2, 0, 1, -\frac{3}{4})\rangle$$

(b) Seguindo o mesmo raciocínio da (a):

$$\left[\begin{array}{cccc|c} -6 & 4 & -4 & 6 & 0 \\ 6 & -4 & 4 & -6 & 0 \\ 12 & -8 & 8 & -12 & 0 \\ 3 & -2 & 2 & -3 & 0 \end{array}\right]$$

No entanto, podemos parar por aqui, pois é possível perceber que todas as linhas são múltiplos de $(3x_1, -2x_2, 2x_3, -3x_4)$, então todas vão zerar exceto por essa após realizar o escalonamento (Basta realizar $[T_{1,4}, L_{1,2}(-2), L_{1,3}(-4), L_{1,4}(2)]$). Colocando x_1 em função do resto obtemos:

$$x_1 = \frac{2}{3}x_2 - \frac{2}{3}x_3 + \frac{3}{3}x_4$$

$$\langle(\frac{2}{3}, 1, 0, 0), (-\frac{2}{3}, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 1)\rangle$$

Questão 4

(a) Para simplificar basta passar os vetores para uma matriz e escalonar:

$$\begin{bmatrix} -34 & -22 & 76 & 0 \\ 8 & 5 & -18 & 0 \\ 24 & 15 & -58 & 0 \\ 2 & 2 & -4 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{T_{1,4}} \begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 & 0 \\ 8 & 5 & -18 & 0 \\ 24 & 15 & -58 & 0 \\ -34 & -22 & 76 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_{1,2}(-4)}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & -3 & -2 & 0 \\ 24 & 15 & -58 & 0 \\ -34 & -22 & 76 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_{1,3}(-12)} \begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & -3 & -2 & 0 \\ 0 & -9 & -10 & 0 \\ -34 & -22 & 76 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_{1,4}(17)}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & -3 & -2 & 0 \\ 0 & -9 & -10 & 0 \\ 0 & 12 & 8 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_{2,3}(-3)} \begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & -3 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 12 & 8 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_{2,4}(4)}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & -3 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Então o conjunto gerador simplificado é:

$$\langle (2, 2, -4, 0), (0, -3, -2, 0), (0, 0, -4, 0) \rangle$$

(b) Seguindo o mesmo raciocínio:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -6 & -23 \\ -2 & 0 & 7 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \\ 1 & 0 & -3 & -4 \\ -3 & 0 & 10 & 38 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_{1,2}(1)} \begin{bmatrix} 2 & 0 & -6 & -23 \\ 0 & 0 & 1 & -14 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \\ 1 & 0 & -3 & -4 \\ -3 & 0 & 10 & 38 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_{1,4}(-\frac{1}{2})}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -6 & -23 \\ 0 & 0 & 1 & -14 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{15}{2} \\ -3 & 0 & 10 & 38 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_{1,5}(\frac{3}{2})} \begin{bmatrix} 2 & 0 & -6 & -23 \\ 0 & 0 & 1 & -14 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{15}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{2} \end{bmatrix} \xrightarrow{L_{3,4}(\frac{3}{2})}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -6 & -23 \\ 0 & 0 & 1 & -14 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{7}{2} \end{bmatrix} \xrightarrow{L_{2,5}(-1)} \begin{bmatrix} 2 & 0 & -6 & -23 \\ 0 & 0 & 1 & -14 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{35}{2} \end{bmatrix} \xrightarrow{L_{3,5}(\frac{7}{2})}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -6 & -23 \\ 0 & 0 & 1 & -14 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Então o conjunto gerador simplificado é:

$$\langle (2,0,-6,-23),(0,0,1,-14),(0,0,0,-5) \rangle$$

Questão 5

(a) Para saber se é linearmente independente, a única solução de X da equação

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 7 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

precisa ser o vetor nulo, sendo cada x o coeficiente de um vetor da base. Se houver outra solução para o vetor X, será linearmente dependente. Resolvendo através de eliminação gaussiana:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 7 & 0 \\ -2 & 0 & 3 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{1,2}(\frac{3}{2})} \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 7 & 0 \\ -2 & 0 & 3 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{1,3}(-\frac{3}{2})}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 7 & 0 \\ -2 & 0 & 3 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{1,4}(1)} \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{array}\right]$$

Substituindo as variáveis obtemos:

$$x_3 = 0$$

$$x_2 = 0$$

$$x_1 = 0$$

Como a solução é com todos os coeficientes sendo 0, o subconjunto é linearmente independente.

(b) Seguindo o mesmo raciocínio:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & -8 & 0 \\ 1 & -1 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 4 & 0 \\ 2 & -10 & -20 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{1,2}(-1)} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & -8 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 0 \\ -1 & 2 & 4 & 0 \\ 2 & -10 & -20 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{1,3}(1)}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & -8 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 0 \\ 2 & -10 & -20 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{1,4}(-2)} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & -8 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{2,3}(\frac{2}{3})}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & -8 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 0 \end{array}\right] \xrightarrow{L_{2,4}(\frac{2}{3})} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & -8 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Como há uma solução, mesmo que indeterminada, então o subconjunto é linearmente dependente.

Questão 6

Como os subconjuntos da questão 3 já foram simplificados, não é necessário escalonar novamente.

(a)

$$\{(-4, 1, 0, \frac{1}{2}), (2, 0, 1, -\frac{3}{4})\}$$

Não tem como ser linearmente dependente pois para as segundas coordenadas igualarem, é necessário que multiplique por 0, o que é diferente dos outros valores. Como não há combinação linear entre eles, o subconjunto é linearmente independente, então é uma base. Sua dimensão é 2.

(b)

$$\{(\frac{2}{3}, 1, 0, 0), (-\frac{2}{3}, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 1)\}$$

Seguindo o mesmo raciocínio da questão anterior, para igualar a segunda, terceira e quarta coordenada dos vetores é necessário multiplicar por 0, então também não há combinação linear. Logo, por também ser linearmente independente, é uma base. Sua dimensão é 3.

Questão 7

Os subconjuntos da questão 4 também já foram simplificados, então não há a necessidade de escalonar.

(a)

$$\{(2, 2, -4, 0), (0, -3, -2, 0), (0, 0, -4, 0)\}$$

Se multiplicarmos pelo vetor X (para encontrar as combinações) e igualamos ao vetor nulo, é possível ver por substituição que a única solução é o próprio vetor nulo, então o subconjunto é linearmente independente. Sua dimensão é 3.

(b)

$$\{(2, 0, -6, -23), (0, 0, 1, -14), (0, 0, 0, -5)\}$$

Podemos seguir o mesmo raciocínio e por substituição também chegamos à conclusão que é linearmente independente. Sua dimensão também é 3.

Questão 8

(a) Como os vetores já formam uma base para $\mathbb{R}^4$, adicionar mais vetores que também formam não mudará o resultado, então podemos adicionar a base canônica e escalonar. Ficando assim com a seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 7 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_{1,2}(\frac{3}{2})} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 7 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_{1,3}(-\frac{3}{2})}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 7 & -\frac{3}{2} & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{L_{1,4}(1)} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 7 & -\frac{3}{2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{T_{2,3}}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 7 & -\frac{3}{2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{T_{3,4}} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 7 & -\frac{3}{2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A partir dos pivots percebemos que as 4 primeiras colunas fazem parte da solução, então podemos escrever a base como os 4 primeiros vetores da matriz aumentada:

$$\{(2, -3, 3, -2), (0, 0, -2, 0), (0, 0, 7, 3), (1, 0, 0, 0)\}$$

(b) O subconjunto não é linearmente independente, o que impossibilita de poder completar.

Questão 9

(a) Para ser um subespaço é necessário provar as 2 propriedades, da soma entre vetores e da multiplicação por um escalar. Começando pela soma, se escolhermos 2 vetores do conjunto C, com $a = 0$ e $a = 1$ respectivamente, obtemos os vetores:

$$c_0 = v_0$$

$$c_1 = w_0$$

No entanto, se calcularmos $c_0 + c_1$, obtemos o resultado $v_0 + w_0$, que não faz parte do conjunto C. Para que faça parte, precisa existir algum a tal que :

$$(1 - a)v_0 + aw_0 = v_0 + w_0$$

O que implica em:

$$\begin{cases} 1 - a = 1 \\ a = 1 \end{cases}$$

Que é impossível. Como falhou já na primeira propriedade, C não é subespaço. ■

(b) Para provar temos que provar as mesmas 2 propriedades. Dessa vez começando pela multiplicação. Implícito da multiplicação, temos que o vetor nulo precisa fazer parte do subespaço, então tem que existir algum a e u_0 tal que $(1 - a)v_0 + aw_0 + u_0 = 0$.

Para zerar o w_0 podemos assumir $a = 0$, dessa forma obtemos a equação $v_0 + u_0 = 0$, então $u_0 = -v_0$, então o conjunto pode ser simplificado para: $(1 - a)v_0 + aw_0 - v_0 = aw_0 - av_0$. Multiplicando por um escalar k, $kaw_0 - kav_0$ faz parte do conjunto, pois podemos assumir $a_2 = ka$. Se $u_0 = -v_0$ a multiplicação está provada para qualquer a e o vetor nulo faz parte do conjunto, aparecendo quando $a = 0$.

Mantendo o mesmo valor, provaremos a soma para a_0 e a_1 genéricos. Depois, calcularemos o resultado da seguinte soma para os coeficientes genéricos e verificar se mantém o mesmo formato:

$$a_0 w_0 - a_0 v_0 + a_1 w_0 - a_1 v_0 = (a_0 + a_1)w_0 - (a_0 + a_1)v_0$$

Se assumirmos $a_2 = a_0 + a_1$, obtemos um vetor no formato de S. Como foram satisfeitas as 2 propriedades para S, é um subespaço. ■

(c) Podemos reescrever $aw_0 - av_0$ como $a(w_0 - v_0)$. Isso significa que o subespaço pode ser reescrito como um vetor $x = w_0 - v_0$ multiplicado por um escalar, logo, todas as combinações lineares de x. Como a base é formada por um único vetor, sua dimensão é 1.