

Um grafo cacto é um grafo conexo em que cada aresta pertence a no máximo 1 ciclo. Para verificar se um grafo é cacto basta verificar primeiro, obviamente, se é conexo. Depois, são separados os componentes biconexos do grafo, através de uma dfs modificada.

Todos os componentes biconexos deverão ser:

1. Um vértice desconexo
2. Uma aresta ponte com 2 vértices
3. Um ou mais ciclos sem folhas

Os casos 1 e 2 não possuem ciclos, o que validam um grafo cacto. Basta verificar o caso 3, se cada aresta pertence unicamente a um ciclo. Se o componente possui mais de um ciclo e não possui arestas em comum, significa que há uma articulação, o que impede a formação de um componente biconexo. Dessa forma, se houver mais de um ciclo, eles obrigatoriamente deverão compartilhar uma aresta, o que impossibilita o grafo cacto. Com um ciclo está válido.

Assim, basta verificar se cada componente biconexo possui no máximo 1 ciclo. Essa verificação é fácil de fazer devido aos graus dos vértices. Se algum vértice possuir grau 1, ele deve ser um vértice solto ou uma ponte, podendo assim ignorar esse caso. Se todos os vértices possuírem grau 2, está formado um  $C_n$ . Se algum vértice possuir grau 3, devido à natureza de componentes biconexos, há mais de um ciclo no componente.

Dessa forma, o algoritmo para verificar se um grafo é cacto é:

1. É conexo?
  1. Não → Não é cacto
2. Separa os componentes biconexos
3. Algum vértice de algum componente possui grau  $> 2$ ?
  1. Sim → Não é cacto
4. É cacto

Referências:

1. [https://en.wikipedia.org/wiki/Cactus\\_graph](https://en.wikipedia.org/wiki/Cactus_graph)
2. [https://www.graphclasses.org/classes/gc\\_108.html](https://www.graphclasses.org/classes/gc_108.html)