UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

Facultad de Ciencias
Instituto de Matemática y Ciencias Afines

Problemas en la Industria

Trabajo Nº1: Modelado de Proceso de asignacion de recursos

Integrantes:

- López Arteaga, César Omar - 20236743A

- Sanchez Tejada, Roberto - 202366743A

- Villegas Zuñiga, Alexander - 20236748C

- Yucra Ccoiccosi, Max Valerio - 20236748C

Profesor: Dr. Gonzalo Panizo

Contenido

1 Introduccion

El presente estudio de caso se centra en la asignación óptima de recursos desde una planta central hacia un conjunto de clientes. Dicha asignación varía diariamente y depende de los pedidos realizados por cada cliente. Para abordar este problema se plantea un modelo de optimización lineal (OL), cuyo análisis numérico se realizará mediante el algoritmo Simplex.

1.1 Objetivos

- Formular un modelo matemático adecuado que permita analizar y diseñar las mejores rutas de despacho de materiales, optimizando el uso de recursos disponibles.
- Desarrollar el problema mediante la aplicación del algoritmo Simplex, analizando las soluciones obtenidas y realizando un estudio de sensibilidad de los resultados.

2 Modelizacion Matematica

2.1 Planteamiento de Estudio

El problema analizado corresponde a la distribución de materiales de construcción mediante la asignación de vehículos ($i = 1, 2, \ldots, m$), los cuales transportan los materiales hacia los clientes que los solicitan ($j = 1, 2, \ldots, n$).

Cada cliente $j \in J$ realiza un pedido diario que varía en cantidad, y cuya demanda se denota por d_j. Por su parte, cada vehículo $i \in I$ posee una capacidad máxima de carga S_i.

Cada vehículo puede ser asignado a un subconjunto de clientes $P(J)$, pero solo una vez por jornada de despacho. A su vez, cada subconjunto de clientes $j \in P(J)$ tiene asociado un costo de operación r_j, que incluye gastos de combustible, peajes y desgaste vehicular.

El objetivo del modelo es minimizar los costos totales de operación, garantizando que todas las demandas sean atendidas respetando las capacidades de los vehículos.

2.2 Condiciones del modelo

Dado que la asignación se realiza diariamente, las demandas y los clientes varían en cada día de operación. A continuación, se definen los parámetros y variables del modelo.

Primero introduciremos los parámetros del modelo:

- $I = 1, 2, ..., m$: Conjunto de unidades (vehículos) disponibles en la planta.
- $J = 1, 2, ..., n$: Conjunto de Clientes.
- $P(J)$: Conjunto de subconjuntos posibles de clientes, que pueden ser atendidos simultaneamiente.
- $x_{i,j}$: Variable binaria que indica la asignación de la unidad i al subconjunto de clientes j. $x_{i,j} = 1$ si el vehículo i atiende al subconjunto j, y $x_{i,j} = 0$ en caso contrario.
- $S_i \in \mathbb{R}^+$: Capacidad maxima del vehhiculo $i \in I$
- $r_j \in \mathbb{R}^+$: Costo asociado al subconjunto de clientes $j \in P(J)$ (combustible, peajes, desjastes vehicular)
- $d_j \in \mathbb{R}^+$: Demanda total correspondiente al subconjunto $j \in P(J)$

Definiendo las restricciones de fisicas del modelo:

- Cada unidad $i \in I$ puede asignarse, como máximo, a un subconjunto de pedidos:

$$\sum_{j \in \mathcal{P}(J)} x_{i,j} \leq 1$$

- La demanda total asignada a cada unidad no debe exceder su capacidad:

$$\sum_{j\in\mathcal{P}(J)} x_{i,j}d_j \leq s_i$$

- Cada cliente $k \in J$ debe ser atendido exactamente una vez:

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in\mathcal{P}(J)} x_{i,j}1_{\{k\in j\}} = 1$$

Asi los costos totales de operacion para el reparto por dia sera:

$$S = \sum_{i\in I}\sum_{j\in\mathcal{P}(J)} x_{i,j}(s_i + r_j)$$

Asi se requiere tener los menores costos de operacion para lo cual tendremos que minimizar estos costos, esto es "$min \ \ S$".

Asi el modeldo final a optimazar, considerando las restricciones sera:

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i\in I}\sum_{j\in\mathcal{P}(J)} x_{i,j}(s_i + r_j) & \\
\text{s.a.} \quad & \sum_{j\in\mathcal{P}(J)} x_{i,j} \leq 1, & i \in I \\
& \sum_{j\in\mathcal{P}(J)} x_{i,j}d_j \leq s_i, & i \in I \\
& \sum_{i\in I}\sum_{j\in\mathcal{P}(J)} x_{i,j}\, 1_{\{k\in j\}} = 1, & k \in J \\
& x_{i,j} \in \{0,1\}, & i \in I,\, j \in \mathcal{P}(J).
\end{aligned} \tag{1}$$

Ejemplo de las variables a usar:

Supongamos:

- Vehiculoss: $I = \{1, 2\}$,

- Clientes: $J = \{A, B\}$,

- Capacidades: $s_1 = 10, \ s_2 = 8$,

- Demandas: $d_A = 4,\ d_B = 5,$

- Costos adicionales: $r_{\{A\}} = 2,\ r_{\{B\}} = 3,\ r_{\{A,B\}} = 6.$

Entonces, el conjunto potencia es:

$$\mathcal{P}(J) = \{\{A\}, \{B\}, \{A, B\}\}.$$

Las variables de decisión son:

$$x_{1,\{A\}},\ x_{1,\{B\}},\ x_{1,\{A,B\}}, \quad x_{2,\{A\}},\ x_{2,\{B\}},\ x_{2,\{A,B\}}.$$

Las restricciones garantizan que:

- Cada planta atienda a lo sumo un subconjunto de clientes.

- La capacidad de cada planta no se exceda.

- Los clientes A y B sean atendidos exactamente una vez en total.

3 Analisis del Modelo

4 Conclusiones

-
-
-

5 Bibliografia

1. Gerard Sierksma and Yori Zwols, Tercera ed., Taylor Francis Group 2015.

2. Jose Luis de la Fuente O Connor - Tecnicas de calculo para sistemas de ecuaciones, programacion lineal y programacion entera, Tercera Edicion, Barcelona: Reverté, 1997.

3. Jean Pierre Crouzeix, Eladio Ocaña Anaya, Analisis Convexo, Fondo Editorial - EDUNI, 2018

4. Hamdy A. Taha, Investigacion de Operaciones, Pearson Educacion, Mexico 2004