

Levitação Magnética Utilizando Controlador PID

David Machado Couto Bezerra¹, Antonio César de Andrade Júnior²,
Erick Correia Silva³, Paulo Armando Cavalcante Aguiar⁴

¹ Engenharia de Computação – Universidade Federal do Ceará (UFC)
Quixadá – CE – Brasil

(davidmachado@alu., ceand12@alu., erickbastos.cs@alu., pauloaguiar@)ufc.br

Abstract. *In this work, it will be described how to obtain an equilibrium state of a certain object using an electromagnet and a PID controller. Magnetic levitation plays a fundamental role in the transport industry, as there is no mechanical contact, so the system does not have friction and thus its performance is increased, other industries also use such as food and metalworking. The system for magnetic levitation without the controller is unstable and therefore it is necessary to control this system. With this, a control project will be made using the PID controller model and with that, perform simulations to verify the validity of this technique.*

Resumo. *Neste trabalho vai ser descrito como se obter um estado de equilíbrio de certo objeto utilizando um eletroímã e um controlador PID. A levitação magnética é tem um papel fundamental na indústria de transporte, pois como não existe o contato mecânico acaba que o o sistema não tem atrito e com isso sua performance é aumentada, outras indústrias também usam como alimentícia e metalmeccânica. O sistema para a levitação magnética sem o controlador é instável e por conta disso é necessário o controle desse sistema. Com isso vai ser feito um projeto de controle utilizando o modelo do controlador PID e com isso realizar simulações verificar a validade desse técnica.*

1. Introdução

A levitação magnética é uma área de estudo muito discutida no campo da engenharia de controle, pois seu desenvolvimento pode ser utilizado em diferentes campos: transporte, alimentícia, aeroespacial, etc. O surgimento do interesse nesse assunto foi a partir da década de 60 quando se estava tendo um período econômico fértil, por conta disso os sistemas de transporte estavam lidando com uso intenso de seus meios. O trem na década de 80 se encontrava no seu limite de desempenho, por conta de problemas mecânicos, e outro fator seria diminuir o impacto com o Meio ambiente. Com isso, surgiu o estudo da levitação magnética e com isso gerando uma novo campo de estudo.

Um exemplo de um sistema implementado foi o primeiro trem baseado em levitação magnética do mundo em 2004 na China, o Transrapid, que podia chegar a uma velocidade máxima de 430km/h [Han and Kim 2016]. Também podem ser citadas aplicações como: Elevadores que usam um sistema magnético no lugar do sistema convencional de cabos, melhorando velocidade, capacidade, entre outras características do sistema; Sensores de densidade, que usam sistemas magnéticos, podem ser usados para medir o teor de certas substâncias nos alimentos; Transporte de carga e, como já citado

antes, transporte de passageiros, por exemplo, o sistema Hyperloop em desenvolvimento pela Tesla; Sistemas espaciais, como lançamentos de foguetes para fora da órbita terrestre, diminuindo os custos em combustível.

O sistema básico que vai ser utilizado é um eletroímã e uma esfera, e o propósito é o eletroímã deixar a esfera num estado estacionário, sem que ela caia. Vai ser visto que o eletroímã por si só não consegue manter a esfera e com isso a motivação de projetar um sistema de controle que possa manter a esfera na posição desejada.

2. Modelo Físico

2.1. Teorema de Earnshaw

A instabilidade do sistema remete ao teorema de Earnshaw que afirma que uma coleção de cargas pontuais não pode ser mantida em uma configuração de equilíbrio estacionário estável apenas pela eletrostática.

Podemos provar isso ao considerar um conjunto n de cargas pontuais fixas no vácuo q_1, q_2, \dots, q_n e um campo elétrico $E(x)$ produzido por essas cargas. Onde iremos buscar saber se podemos encontrar um ponto z no espaço tal que uma carga q colocada lá permanecerá em equilíbrio estável, tendo assim a força elétrica $qE(z)$ atuando em q sendo zero ($E(z) = 0$) e para um pequeno deslocamento δz de q em torno de z , $qE(z + \delta z)$ apontando para z .

Logo, provando para um $q > 0$ e considerando uma superfície gaussiana S muito pequena em forma de uma esfera centrada em z e de raio r . Uma vez que $E(x)$ aponta para q (ou melhor, para dentro) para qualquer x na superfície da esfera, temos:

$$\int_S E \cdot dA < 0 \quad (1)$$

onde dA é um elemento de área de superfície infinitesimal orientado para fora. Entretanto ao usar o teorema da divergência e a lei de Gauss na equação (1) implica que devemos ter uma carga negativa encerrada Q_{enc} dentro de nossa esfera:

$$\int_S E \cdot dA = \int_V \nabla \cdot E dV = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} < 0 \quad (2)$$

O que vai contra nossa suposição inicial de que z é um ponto no vácuo onde nenhuma carga é colocada (o próprio q não conta, pois não contribui para o campo elétrico E).

Assim, não sendo possível encontrar um ponto z nesse espaço tal que uma carga q colocada lá permanecerá em equilíbrio estável. A prova é similar para um $q < 0$ e o teorema de Earnshaw se aplica às forças clássicas da lei do inverso do quadrado (elétricas e gravitacionais) como também às forças magnéticas de ímãs permanentes, proibindo a levitação magnética em muitas situações comuns.

2.2. Eletroímã

Um eletroímã é um tipo de ímã em que o campo magnético é produzido por uma corrente elétrica. Ele geralmente consiste em um fio enrolado em uma bobina com muitas voltas de

fio dispostas lado a lado, o que permite concentrar o campo magnético de todas as voltas do fio que passa pelo centro da bobina, pois devido à lei de Ampère uma corrente elétrica fluindo em um fio cria um campo magnético ao redor do fio [Guru and Hiziroglu 2007].

De modo geral o campo magnético dos eletroímãs pode ser dado pela Lei de Ampère. Onde podemos considerar um solenoide de comprimento L com N voltas, com diâmetro sendo muito menor do que seu comprimento e a bobina sendo enrolada muito perto. A fim de calcular o campo magnético em qualquer ponto dentro do solenóide.

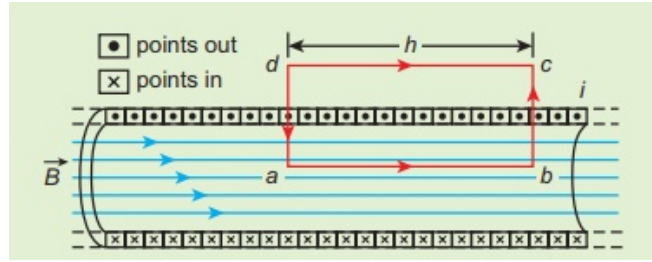


Figura 1. Campo magnético de um solenoide.

Para isso, consideramos um loop retangular abcd, onde pela lei de Ampère temos:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc} \quad (3)$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l} \quad (4)$$

Uma vez que os comprimentos dos elementos ao longo de bc e da são perpendiculares ao campo magnético que está ao longo do eixo do solenóide, as integrais

$$\int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_b^c |\vec{B}| \cdot |d\vec{l}| \cos 90 = 0 \quad (5)$$

$$\int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (6)$$

Uma vez que o campo magnético fora do solenóide é zero, a integral

$$\int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (7)$$

Para o caminho ao longo de ab, a integral é

$$\int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \int_a^b dl \cos 0 = B \int_a^b dl \quad (8)$$

onde o comprimento do loop ab conforme mostrado na Figura 1 é h. Contudo essa é uma escolha arbitrária, onde podemos fazer um loop muito grande de modo que seja igual ao comprimento do solenóide. Portanto, a integral se torna

$$\int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} = BL \quad (9)$$

Sendo NI a corrente passando pelo solenóide de N voltas, então

$$\int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} = BL = \mu_0 NI \rightarrow B = \mu_0 \frac{NI}{L} \quad (10)$$

O número de voltas por unidade de comprimento é dado por $N/L = n$, então

$$B = \mu_0 \frac{nLI}{L} = \mu_0 nI \quad (11)$$

A expressão para o campo magnético em um ponto próximo e no final do solenóide é

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 nI \quad (12)$$

2.3. Equação Diferencial

Além do conhecimento sobre o campo magnético, também é válido ressaltar a força magnética. Para isso, usando o teorema fundamental do cálculo podemos representar a força magnética atuante num objeto como a variação do trabalho exercido sobre esse objeto pela distância do objeto ferromagnético ao eletroímã (ou seja, x).

$$f_{mag} = \frac{dW}{dx} \quad (13)$$

Onde W é o trabalho da força magnética que é igual ao valor da co-energia.

$$W(x) = \frac{1}{2} L(x) i^2 \quad (14)$$

E $L(x)$ a soma do valor fixo da indutância do solenoide L_1 com a indutância L_2 que é uma parcela adicional criada pela presença do material ferromagnético a uma distância média x_0 do solenoide. Isso, em conjunto das equações (13) e (14), nos permite obter:

$$f_{mag} = \frac{i^2}{2} \frac{dL(x)}{dx} = \frac{i^2}{2} \frac{d}{dx} \left(L_1 + \frac{L_2 x_0}{x} \right) = -\frac{L_2 x_0}{2} \frac{i^2}{x^2} = k \frac{i^2}{x^2} \quad (15)$$

O sinal negativo na Equação (15) representa que a força está no sentido do eletroímã, logo sendo uma força de atração.

A ideia geral por trás da levitação que será trabalhada é mostrada na figura 2. Onde com a passagem de corrente I pelo eletroímã será preciso que a força magnética exercida sobre a massa levitada seja oposta, mas igual a força gravitacional que age sobre a massa. Fazendo em equilíbrio, a força resultante ser nula e o objeto levitar.

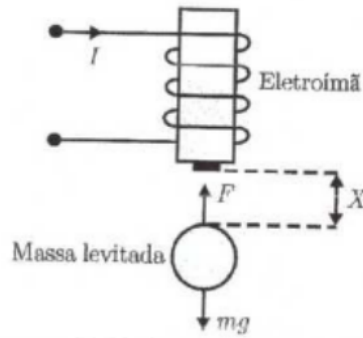


Figura 2. Levitação eletromagnética.

A equação diferencial que modela esse sistema é apresentada a seguir

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = mg - f_{mag} \quad (16)$$

Onde m é referente a massa do imã, (cuja posição é representada por $x(t)$), g remete a aceleração gravitacional e f_{mag} a força magnética de atração descrita na sub sessão anterior.

3. Função do Sistema

Como foi visto, o sistema em questão é o da figura 3, e com isso podemos descrever o sistema na maneira de diagrama de blocos. O diagrama pode ser visto na figura 4 e com isso pode ser visto que a corrente serve como sinal de entrada para a função $H(s)$ que representa a dinâmica do sistema e $x(t)$ que o valor da da distancia entre o eletroímã e a esfera vai ser a saída.

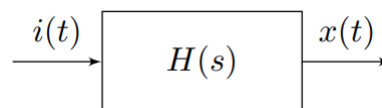


Figura 3. Diagrama de blocos

A equação diferencial do sistema que foi obtida na seção e com isso podemos utilizar da linearização e transformada de Laplace para obter a função de transferência do sistema. Observando que a equação (16) não é linear, vai ser utilizado uma expansão de série de Taylor no ponto de equilíbrio (x_0, i_0)

$$f_{mag}(x, i) = f_{mag}(x_0, i_0) + (x - x_0) \left. \frac{\partial f_{mag}}{\partial x} \right|_{(x_0, i_0)} + (i - i_0) \left. \frac{\partial f_{mag}}{\partial i} \right|_{(x_0, i_0)} \quad (17)$$

Com isso podemos substituir equação (17) em (16) e realizando uma série de manipulações algébricas e como estamos considerando que a esfera está no ponto de equilíbrio se tem que $mg = f_{mag}(x_0, i_0)$, com isso se tem que

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = 2k \left(\frac{i_0}{x_0} \right)^2 (x(t) - x_0) - 2k \left(\frac{i_0}{x_0} \right) (i(t) - i_0) \quad (18)$$

A partir disso podemos considerar um $x'(t) = x(t) - x_0$ e um $i'(t) = i(t) - i_0$ e chamar $a = 2k \left(\frac{i_0}{x_0} \right)^2$ e $b = 2k \left(\frac{i_0}{x_0} \right)$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = ax'(t) - bi'(t) \quad (19)$$

Com a equação linearizada podemos agora aplicar a transformada de Laplace e achar a função do sistema $H(s)$

$$H(s) = \frac{-a}{ms^2 - b} \quad (20)$$

Agora podemos achar os polos do sistema e calcular as respostas do sistema. Considerando os seguintes valores para as constantes: $x_0 = 2$ mm, $i_0 = 1$ mA, $m = 10$ g e $k = 1$. Assim se tem que $a = 0.5$ e $b = 1$ e com isso a posição do polos é visto na figura 4.

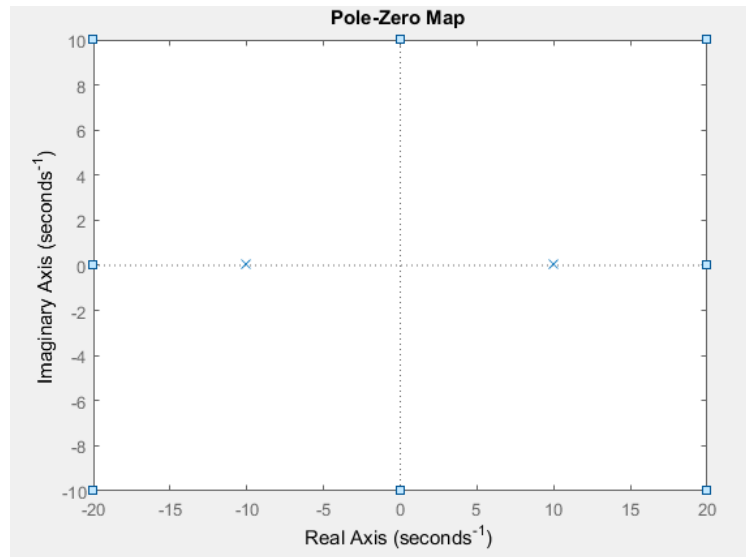


Figura 4. Polos do sistema

Como pode ser visto o posicionamento do polos confirma que o sistema é instável como demonstrado anteriormente, já que um sistema LTI quando possui um polo na região direita ao eixo imaginário, é um sistema instável.

4. Sistema de Controle

O sistema pode ser estabilizado através de uma malha fechada, utilizando um controlador e um sensor da posição. O diagrama da malha é mostrado na figura 6, nela pode ver o funcionamento do sistema. Os sinais que estão no sistema são: $V_i n(t)$ a voltagem de controle, $e(t)$ o sinal de erro, $V_s(t)$ o sinal do sensor e $u(t)$ o sinal controlado do controlador.

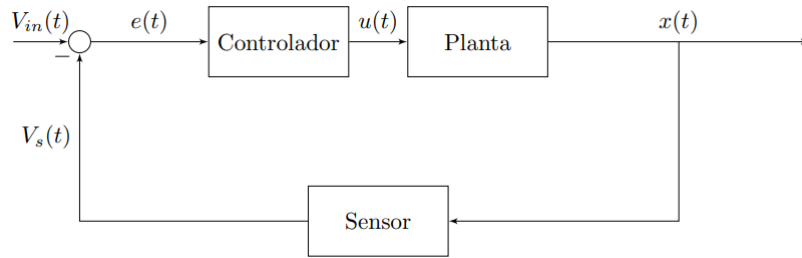


Figura 5. Diagrama da Malha Fechada

Como visto se tem um sensor que vai fazer uma medição da posição da esfera com relação ao eletroímã e com isso retorna uma voltagem que representa esse medição. Esse sinal de voltagem é subtraído com o sinal $V_{in}(t)$, que é uma voltagem para controlar a posição da esfera. Com isso temos um sinal de erro $e(t)$ que vai ser processado pelo controlador através de um algoritmo e assim definir o sinal de controle para a planta que representa o sistema original antes de virar uma malha fechada.

Agora é necessário definir o controlador do sistema, e pra isso vai ser utilizado um controlador PID, uma categoria de controlador muito utilizada na engenharia de controle por considerar como parâmetro para o controle os valores atuais, passados e futuros do sinal de erro [Nise 2000].

Uma possível maneira de implementar esses controladores, é por meio de código, isso será feito utilizando o microcontrolador da plataforma arduino que receberá dados da potência do campo magnético criado pelo eletroímã e utilizará esses dados para comparar com o setpoint escolhido no PID.

4.1. Controlador PID

O algoritmo do controlador PID envolve a sintonia de três parâmetros para que o sinal de erro $e(t)$ tenha um valor mínimo. O nome PID vem do fato que vai ser utilizado do sinal de erro valores passados, presentes e futuros. Cada parâmetro do algoritmo possui uma constante que é utilizada para definir o peso do quanto ele contribui para o controle daquele sinal de erro.

O fator P define o termo proporcional, que produz um valor de saída igual ao sinal de erro vezes uma constante k_p , $P_o = k_p e(t)$ e com isso o sinal depende dos valores naquele dado instante do erro. Outro fator é o I que resulta uma saída que é a integral do sinal de erro desde do começo da operação até o instante atual e multiplicado por uma constante k_i , isso implica que agora o controlador vai levar em consideração os valores passados de $e(t)$. Por ultimo o fator D se relaciona com futuros possíveis valores que o sinal $e(t)$ pode assumir e com isso se utiliza de uma constante k_d e da derivada de $e(t)$, com isso temos uma aproximação linear dos próximos valores do sinal de erro.

O sinal que corresponde a saída do controlador PID agora é dado pela equação 21.

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(t) dt + k_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (21)$$

Agora é necessário achar as constantes de tal maneira que o erro seja minimi-

zado, contudo isso é um problema já que existem infinitas possibilidades de constantes e pode prejudicar o tempo do projeto. Esse processo de procurar as melhores constantes é chamada de sintonização e para resolver os problemas que possui, se pode utilizar uma software para achar as melhores constantes.

5. Materiais utilizados

- Arduino UNO - R\$ 70,00
- 110m de cobre - R\$ 60,00
- Pregos galvanizados - R\$ 7,50
- Sensor de efeito hall - R\$ 2,70
- Transistor TIP122 - R\$ 1,90
- Fonte de 12v - R\$ 10,00
- 2m de fio - R\$ 9,00
- Diodo 1n4007 - R\$ 0,23
- Resistor 4700 Ohms - R\$ 0,08
- Base de madeira - R\$ 15,00
- Bola de ping pong - R\$ 2,50
- 4x Ímã de neodímio - R\$ 4,80

6. Bobina e circuito

O eletroímã/bobina foi feito enrolando o fio de cobre no prego galvanizado (núcleo ferro magnético) por 5cm de altura e 23 camadas o que levou aproximadamente 110 metros de fio de cobre. O circuito abaixo serviu de base para o circuito de alimentação da bobina, os modelos dos componentes foram mudados e os capacitores foram retirados.

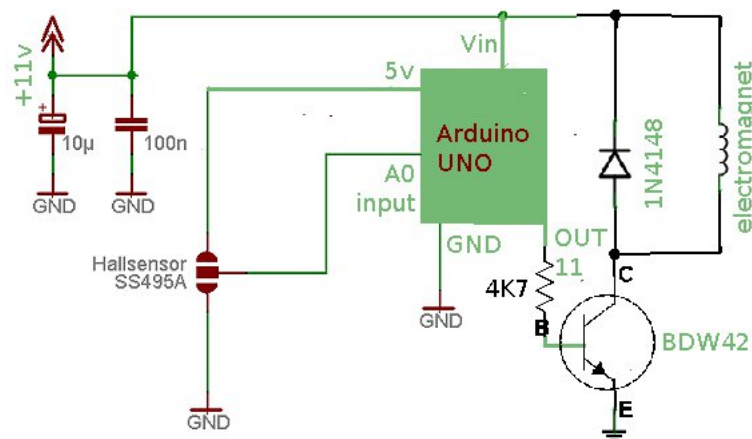


Figura 6. Esquemático do circuito

O circuito funciona da seguinte forma: Dependendo do dado enviada do sensor hall para o microcontrolador, o mesmo envia um sinal PWM de 5v para a base do transistor fazendo com que ele conduza, assim a tensão vinda da fonte pode alimentar a bobina, se o transistor não conduzir a tensão da fonte não percorre a bobina.

7. Resultados

Foi notado que uma bobina com núcleo de ar possui uma eficiência maior do que uma com núcleo de ferro, pois o campo magnético irá espalhar-se mais. Também houve problemas para encontrar as constantes PID e o setpoint exato. Em decorrência desses problemas, o objeto levita por apenas, em média, 2 segundos e depois cai.

8. Conclusão

Com os estudos e simulações feitas foi possível ver o como se pode atingir a levitação magnética utilizando um controlador PID e como construir um circuito que pode efetivar esse papel.

Referências

- Guru, B. and Hizioglu, H. (2007). *Electric Machinery and Transformers*. Oxford University Press.
- Han, H.-S. and Kim, D.-S. (2016). *Magnetic Levitation*.
- Nise, N. S. (2000). *Control Systems Engineering*. John Wiley Sons, Inc., USA, 3rd edition.