Evaluation des fonctions

Cécile GIANG, Pamela OSUNA, Weijie YE

29/04/2018

Les trois méthodes

Méthode 1(M1) : $q(a/(2^k)) = c0 * (a/(2^k))^0 + c1 * (a/(2^k))^1 + ... + cn * (a/(2^k))^n$,où n est le degré du polynôme.

Méthode 2(M2) :$q(a/(2^k)) = (c0 * a^0 * 2^{(k*n)} + c1 * a * 2^{(k*(n-1))} + ... + cn * a^n * 2^{(k*(n-n)))}/2^{(n*k)}$

Horner (M3)

Materiel d'expérimentation

La complexité

Dans la suite, les fonctions de la bibliothèque GMP comme $mpz_m ul_u i(), mpz_m ul_2 exp()$ etc.. seront comptés comme une opération.

Soit n le degré des polynômes, et C(n) le nombre d'opération pour un degré n.

Dans les trois méthodes on observe qu'une seule boucle for avec des opérations finis.

Pour M1 : C(n+1)=C(n)+3 . On a 13+3*n opérations.

Pour M2 : C(n+1)=C(n)+4. On a 20+4*n opérations.

Pour M3 : C(n+1)=C(n)+3. On a 14+3*n opérations.

La complexité pour les trois méthodes semble être linéaire, O(n).

Les Evaluations

On va essayer d'évaluer les trois méhodes M1,M2 et M3. Les variables en questions sont:

-n le degré de polynôme.

-a et k le avec $a/2^k$ la variable.

-t la taille des coefficients.

En fonction de degré n

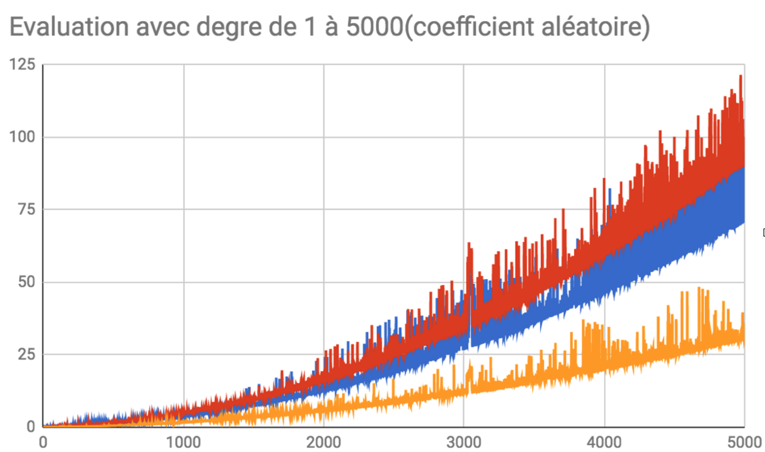
On a effectué l'évaluation avec des coefficients aléatoire qui sont crées par la fonction $mpz_u randomb(mpz\_trop, gmp\_randstate\_tstate, mp\_bitcnt\_tn)$, qui génère les coefficients de 0 à $2^{(n-1)}$, et avec un $if(rand()\% == 0)$ pour obtenir des valeurs négatives.

On a choisi: degré k=5000, a=12345 et k=5. Avec des coefficients de taille 2^{48}.

On a évalué avec des coefficients aléatoires(positif et négatif) et avec des coefficients positifs.

Les trois méthodes sont représentées par couleur : M1 M2 M3.
l'axe x représente le degré n
l'axe x représente le temps d'exécution en seconde multiplié par 10 000

(Le fichier E1_temps contient le temps d'exécution pour chaque incrémentation de n, pour pouvoir insérer les résultats dans l'excel, ils sont en seconde et ils sont multiplié par 10000.)



Les dénominateurs et les numérateurs obtenu sont identiques pour les trois méthodes.

A partir de ces résultats on peut en déduire qu?en termes d?efficacité on a : M3>M1>M2.

Les courbes ci-dessus ne sont pas exactement linéaire mais plutôt polynomiale.

Temps(seconde) en fonctions de degré			
Degré	**M1**	**M2**	**M3**
1	0.000005	0.000002	0.000001
100	0.000015	0.000019	0.000008
1000	0.000394	0.000506	0.000183
5000	0.007308	0.011857	0.003352

En fonction de coefficient

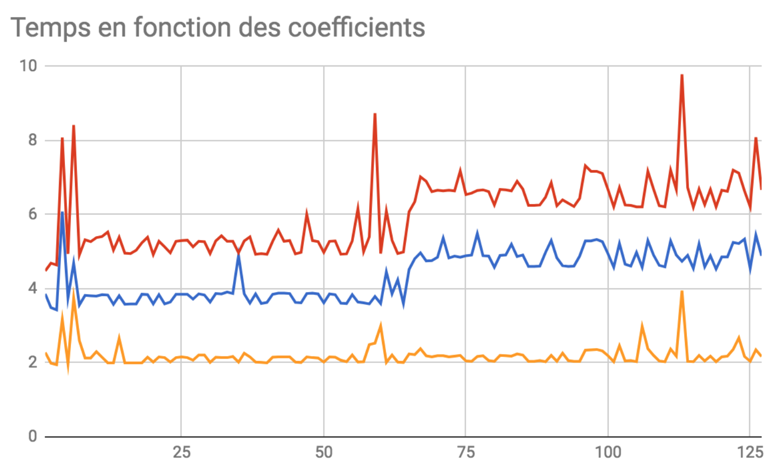
On a fait évoluer les coefficients on fait varier le max qu'on peut atteindre de 2^0 à 2^{127} et à partir de 2^{128} on a segment fault 11.

On a fixé a=12345 k=10 et le degré n=1000.

Les trois méthodes sont représentées par couleur : M1M2 M3.

l'axe x représente le coefficient 2^x

l'axe y représente le temps d'exécution en seconde multiplié par 10 000



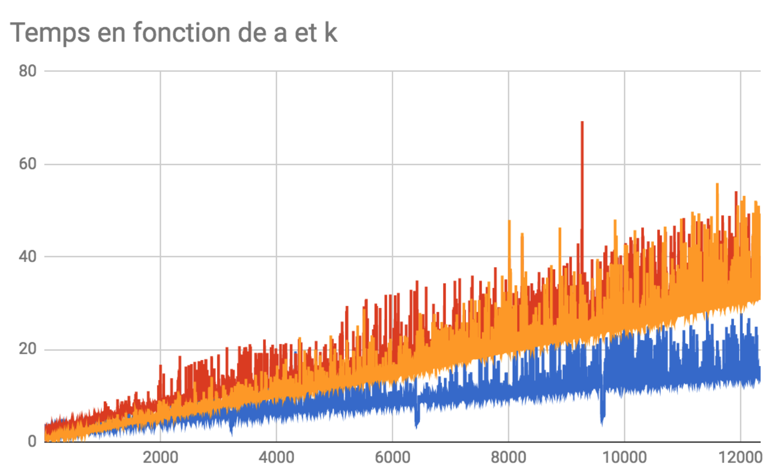
On observe une évolution quasi constante pour les trois méthodes. On en déduit que la taille des coefficients a peu d'impact sur le temps d'exécution.

Temps(seconde) en fonctions de coefficient			
2^x	**M1**	**M2**	**M3**
1	0.000386	0.000448	0.000228
50	0.000362	0.000498	0.000202
100	0.000494	0.000667	0.000219
127	0.000489	0.000667	0.000217

En fonction de a et k

On a choisi le degré n=1000, a allant de 1 à 12345 et k est incrémenté de 1 quand a est incrémenté de 50.Les coefficients sont de la taille 2^{48}.
Les trois méthodes sont représentées par couleur : M1M2 M3.

l'axe x représente le a allant de 1 à 12345
l'axe y représente le temps d'exécution en seconde multiplié par 10 000



En faisant varier a et k on observe une évolution linéaire des trois méthodes.
On observe que M1 est la plus efficace, M2 et M3 ont une courbe identique.

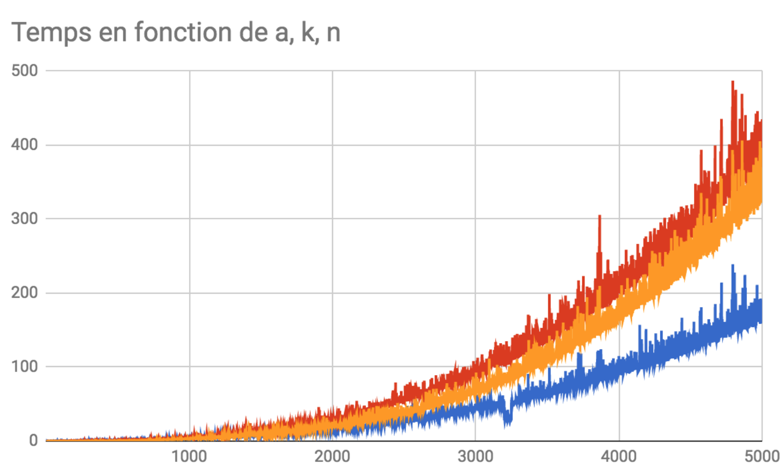
Temps(seconde) en fonctions de a et k			
a	M1	M2	M3
1	0.000099	0.000085	0.000062
1000	0.000332	0.000552	0.000392
5000	0.000739	0.001537	0.001296
12345	0.001428	0.003275	0.004935

En fonction de degré n et de a, k

On a choisi les coefficients de taille 2^{48} car le deuxième test montre qu'ils ne sont pas important.
on a fait varier n, a, k en même temps. Le degré n va de 1 à 5000, a de 1 à 5000 et k de 1 à 100.

Les trois méthodes sont représentées par couleur : M1M2 M3.

l'axe x représente le a et le degré n allant de 1 à 5000
l'axe y représente le temps d'exécution en seconde multiplié par 10 000



Temps(seconde) en fonctions de a, k et n			
a et n	**M1**	**M2**	**M3**
1	0.000053	0.000005	0.000002
1000	0.000333	0.000557	0.000322
2500	0.002957	0.005920	0.003801
5000	0.017672	0.042504	0.034758

Conclusion

En se basant sur ces quatre tests on observe que la taille des coefficients a peu d'impact sur le temps d'exécution. On peut conjecturer que plus le degré est important plus M3 est efficace, mais quand a et k deviennent important M1 est plus efficace que M3.